



## EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)

FASE GENERAL

CURSO 2022–2023

<b>MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES (4)</b>
---

<b>Convocatoria:</b>
----------------------

---

**Instrucciones: Resolver un máximo de 4 preguntas, eligiendo UNA entre A1 y B1, UNA entre A2 y B2, UNA entre A3 y B3 y UNA entre A4 y B4. Cada pregunta se evaluará entre 0 y 2,5 puntos.**

---

**A1.** En un aeropuerto operan tres líneas aéreas: LAVOLONA, NUBERIA y BRINKEN. El 30% de las llegadas diarias corresponden a la compañía LAVOLONA, el 25% a NUBERIA y el resto a BRINKEN. La proporción de vuelos que llegan con retraso es del 5% para los de LAVOLONA, el 8% para los de NUBERIA y el 12% para los de BRINKEN.

- a) Dibujar el correspondiente árbol de probabilidades.
- b) Se ha ido a recoger un pasajero al aeropuerto y el avión llega con retraso. ¿Cuál es la probabilidad de que el avión pertenezca a la compañía NUBERIA?
- c) Suponiendo que los retrasos se producen independientemente unos de otros, si los dos próximos aterrizajes corresponden a sendos aviones de la compañía BRINKEN, ¿cuál es la probabilidad de que alguno de ellos llegue con retraso?

**B1.** Según un determinado estudio, la probabilidad de que un cliente realice una compra, en una tienda de un centro comercial, es del 10%. En una muestra aleatoria de 500 clientes, calcular la probabilidad de que:

- a) Entre 40 y 60 clientes realicen una compra.
- b) Al menos, 435 clientes no hayan comprado.
- c) Al menos 45 clientes realicen una compra.

**A2.** En una muestra de 150 estudiantes, de un determinado grado universitario, 90 utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.

- a) Determinar la proporción muestral de los estudiantes de ese grado que no utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.
- b) Determinar un intervalo de confianza al 99% para la proporción de estudiantes de ese grado que utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.
- c) Si se mantiene la proporción muestral del apartado a), para una muestra de 450 estudiantes del referido grado, ¿cuál es el intervalo de confianza al 97% para la proporción de estudiantes que no utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.

**B2.** En una encuesta se pregunta a 10000 jóvenes sobre el número de botellines de cerveza que consumen a la semana, resultando una media de 5 botellines y una desviación típica de 2 botellines. Suponiendo que esta variable es normal:

- a) Determinar un intervalo de confianza al 80% para el número medio de botellines consumidos a la semana.
- b) Si, para estimar el número medio de botellines de cerveza que consumen a la semana, se admite un error máximo de 0,25 botellines, con un nivel de confianza igual a 0,9 y manteniendo la desviación típica inicial, ¿a cuántos jóvenes es necesario entrevistar?
- c) Si la encuesta se realizara a 8500 jóvenes y se obtuviera la misma media de 5 botellines y, con una confianza del 82%, se obtuviera el mismo intervalo del apartado a), ¿cuál debería ser la desviación típica?

**A3.** Una empresa, que se dedica a la venta de material tecnológico, tiene unos beneficios (en miles de euros) dados por la función:

$$B(x) = \begin{cases} \frac{3x}{2}, & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x^2 - 5x + 9, & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 5, & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

donde  $x$  es el tiempo en años.

- Hacer una gráfica de  $B(x)$  ¿Es esta función continua? ¿Es derivable?
- ¿Cuándo aumentan y cuándo disminuyen dichos beneficios?
- ¿En qué año o años el beneficio es igual a 3000 euros?

**B3.** Una empresa de juguetes fabrica molinillos de plástico como el que se muestra en la figura 1. Las cuatro aspas del molinillo son iguales. La figura 2 muestra una de estas aspas: por encima está limitada por la parábola  $y = -0.24x^2 + 2x + 20$ , por la izquierda por el eje de ordenadas, por la derecha por la recta  $y = 4x - 24$ , por debajo, por el eje de abscisas. Las unidades de los ejes se miden en cm.

- Calcular la superficie total del molinillo (incluyendo el cuadrado central).
- Cada molinillo se fabrica en plástico, con un coste de fabricación de 1.4 céntimos de euro por  $\text{cm}^2$  de superficie, al que se añaden 20 céntimos por el palito que le sirve de soporte. Asimismo, el coste de distribución (transportar los molinillos desde la fábrica a los puntos de venta) es de 24 céntimos por molinillo. ¿A qué precio se debe vender cada molinillo si se desea que el beneficio total obtenido con la venta (precio de venta menos costes de fabricación y distribución) sea un 20% del precio de venta?

Figura 1

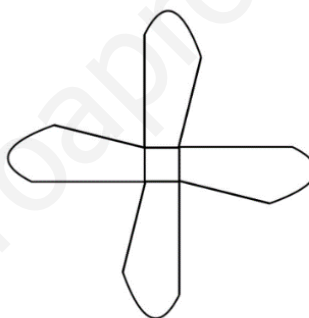
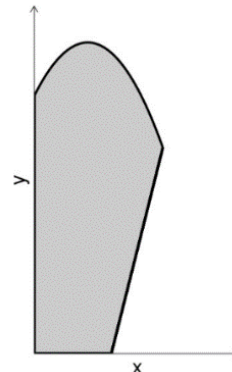


Figura 2



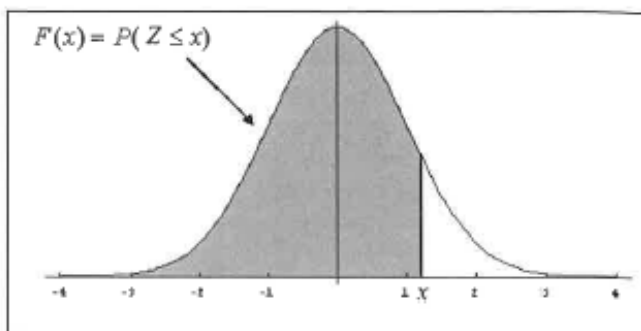
**A4.** Dos modelos de relojes, A y B, se producen en una fábrica en la que hay 12 personas trabajando, cada una de ellas con una jornada laboral de 8 horas diarias. El modelo A se tarda en hacer 3 horas y por él se obtiene un beneficio de 70 euros. El modelo B se tarda en hacer 6 horas y por él se obtiene un beneficio de 160 euros. La producción diaria debe ser como mínimo de 15 relojes, con la condición de que el número de unidades del modelo B sea como máximo la mitad del número de unidades del modelo A.

Para maximizar el beneficio diario:

- Formular el correspondiente problema de programación lineal.
- Representar la región factible.
- ¿Cuántos relojes de cada tipo le interesa producir al día para obtener el máximo beneficio diario? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

**B4.** En un barrio viven un total de 875 personas clasificados en tres grupos: niños y jóvenes, adultos y jubilados. La cuarta parte de los adultos es igual al doble de la quinta parte de los niños y jóvenes y por cada 9 jubilados hay 26 del resto.

- Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.
- Explicando los pasos del método usado, resolver el sistema planteado.
- ¿Cuántas personas hay en cada grupo?



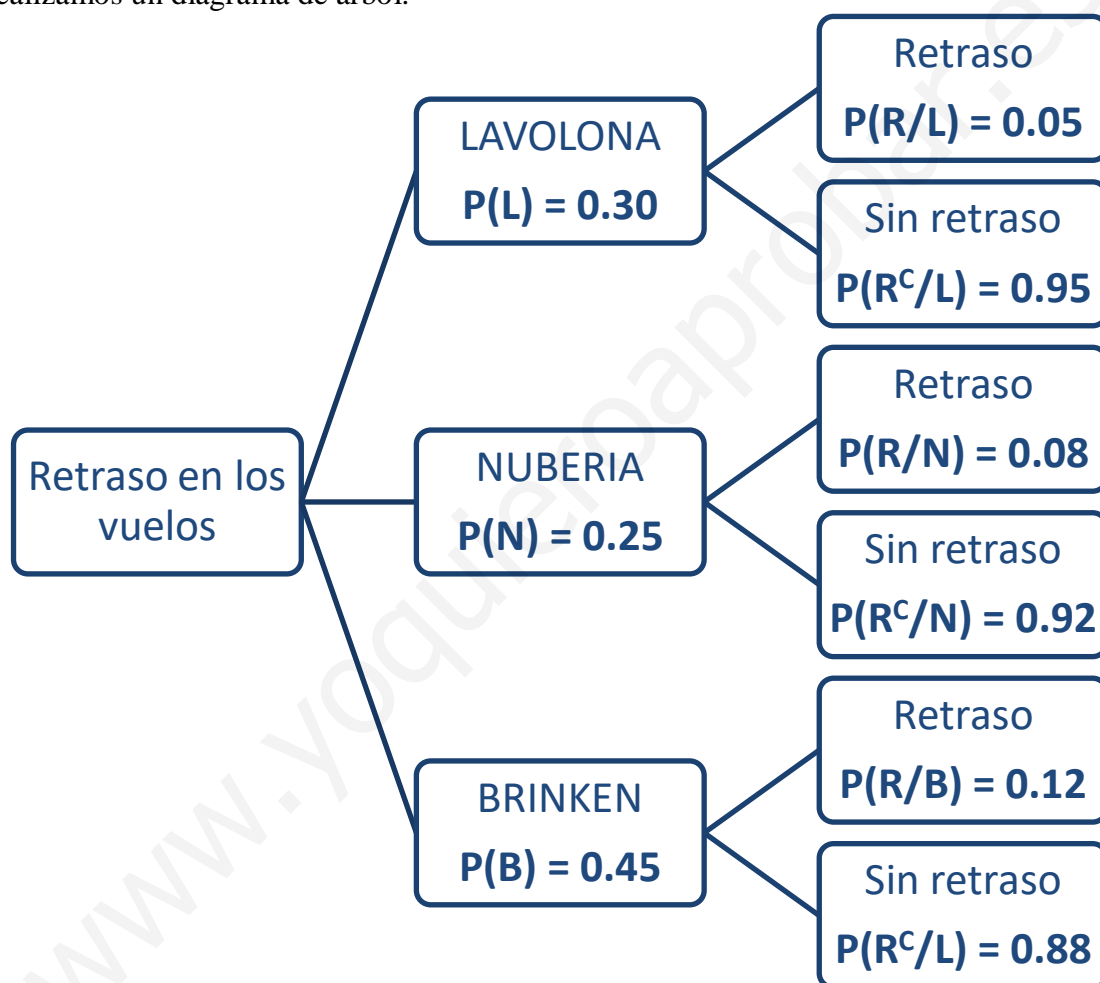
	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

## SOLUCIONES

**A1.** En un aeropuerto operan tres líneas aéreas: LAVOLONA, NUBERIA y BRINKEN. El 30% de las llegadas diarias corresponden a la compañía LAVOLONA, el 25% a NUBERIA y el resto a BRINKEN. La proporción de vuelos que llegan con retraso es del 5% para los de LAVOLONA, el 8% para los de NUBERIA y el 12% para los de BRINKEN.

- Dibujar el correspondiente árbol de probabilidades.
- Se ha ido a recoger un pasajero al aeropuerto y el avión llega con retraso. ¿Cuál es la probabilidad de que el avión pertenezca a la compañía NUBERIA?
- Suponiendo que los retrasos se producen independientemente unos de otros, si los dos próximos aterrizajes corresponden a sendos aviones de la compañía BRINKEN, ¿cuál es la probabilidad de que alguno de ellos llegue con retraso?

a) Realizamos un diagrama de árbol.



b) Nos piden calcular  $P(N/R)$ . Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$\begin{aligned}
 P(N/R) &= \frac{P(N \cap R)}{P(R)} = \frac{P(N)P(R/N)}{P(L)P(R/L) + P(N)P(R/N) + P(B)P(R/B)} = \\
 &= \frac{0.25 \cdot 0.08}{0.30 \cdot 0.05 + 0.25 \cdot 0.08 + 0.45 \cdot 0.12} = \boxed{\frac{20}{89} \approx 0.2247}
 \end{aligned}$$

c) El suceso “alguno de ellos llegue con retraso” es el contrario de “ninguno de los dos vuelos llega con retraso”.

La probabilidad de que un vuelo de BRINKEN no llegue con retraso es  $P(R^c / B) = 0.88$ .

Calculamos la probabilidad pedida usando el suceso contrario.

$$P(\text{alguno de ellos llegue con retraso}) = 1 - P(\text{ninguno de los dos vuelos llega con retraso}) =$$

$$= 1 - P(R1^c / B \cap R2^c / B) = \{\text{Independientes } R1 \text{ y } R2\} = 1 - P(R1^c / B)P(R2^c / B) =$$

$$= 1 - (0.88)(0.88) \approx \boxed{0.2256}$$

www.yoquieroaprobar.es



**B1.** Según un determinado estudio, la probabilidad de que un cliente realice una compra, en una tienda de un centro comercial, es del 10%. En una muestra aleatoria de 500 clientes, calcular la probabilidad de que:

- Entre 40 y 60 clientes realicen una compra.
- Al menos, 435 clientes no hayan comprado.
- Al menos 45 clientes realicen una compra.

La variable  $X$  que cuenta el número de clientes que realiza una compra de un grupo de 500 es una variable binomial, pues es dicotómica (compra o no) y cada repetición es independiente entre sí. Como  $n = 500$  y  $p = P(\text{compra}) = 0.10$  tenemos que la variable es  $X = B(500, 0.1)$ .

De esta variable sus probabilidades se pueden aproximar por una normal de media  $\mu = n \cdot p = 500 \cdot 0.1 = 50$  y desviación típica  $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{500 \cdot 0.1 \cdot 0.9} \approx 6.71$ . Esta aproximación es buena pues  $np = 50 > 5$  y  $nq = 450 > 5$ .

$X = B(500, 0.1)$  se aproxima con  $Y = N(50, 6.71)$

a)

$$\begin{aligned}
 P(40 \leq X \leq 60) &= \{\text{Corrección de Yates}\} = P(39.5 \leq Y \leq 60.5) = \\
 &= P(Y \leq 60.5) - P(Y \leq 39.5) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z \leq \frac{60.5 - 50}{6.71}\right) - P\left(Z \leq \frac{39.5 - 50}{6.71}\right) = \\
 &= P(Z \leq 1.56) - P(Z \leq -1.56) = P(Z \leq 1.56) - P(Z \geq 1.56) = \\
 &= P(Z \leq 1.56) - [1 - P(Z \leq 1.56)] = 2P(Z \leq 1.56) - 1 = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = \\
 &= 2 \cdot 0.9406 - 1 = \boxed{0.8812}
 \end{aligned}$$

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9369	0,9382	0,9394	0,9406	0,9
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9

- El suceso “Al menos, 435 clientes no hayan comprado” es el mismo que “han comprado 65 clientes o menos”.  $500 - 435 = 65$ .

$$P(X \leq 65) = \{\text{Corrección de Yates}\} = P(Y \leq 65.5) =$$

$$= \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z \leq \frac{65.5 - 50}{6.71}\right) = P(Z \leq 2.31) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = \boxed{0.9896}$$

	0	0,01	
0	0,5000	0,5040	0,
0,1	0,5398	0,5438	0,
0,2	0,5793	0,5832	0,
0,3	0,6179	0,6217	0,
0,4	0,6554	0,6591	0,
0,5	0,6915	0,6950	0,
0,6	0,7257	0,7291	0,
0,7	0,7580	0,7611	0,
0,8	0,7881	0,7910	0,
0,9	0,8159	0,8186	0,
1	0,8413	0,8438	0,
1,1	0,8643	0,8665	0,
1,2	0,8849	0,8869	0,
1,3	0,9032	0,9049	0,
1,4	0,9192	0,9207	0,
1,5	0,9332	0,9345	0,
1,6	0,9452	0,9463	0,
1,7	0,9554	0,9564	0,
1,8	0,9641	0,9649	0,
1,9	0,9713	0,9719	0,
2	0,9772	0,9778	0,
2,1	0,9821	0,9826	0,
2,2	0,9861	0,9864	0,
2,3	0,9896	0,9896	0,
2,4	0,9918	0,9920	0,

c)

$$P(X \geq 45) = \{\text{Corrección de Yates}\} = P(Y \geq 44.5) =$$

$$= \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z \geq \frac{44.5 - 50}{6.71}\right) = P(Z \geq -0.82) =$$

$$= P(Z \leq 0.82) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = \boxed{0.7939}$$

	0	0,01	0,02	0,
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,51
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,55
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,59
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,62
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,66
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,70
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,73
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,76
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,79
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,82
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,84

**A2.** En una muestra de 150 estudiantes, de un determinado grado universitario, 90 utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.

- Determinar la proporción muestral de los estudiantes de ese grado que no utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.
- Determinar un intervalo de confianza al 99% para la proporción de estudiantes de ese grado que utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.
- Si se mantiene la proporción muestral del apartado a), para una muestra de 450 estudiantes del referido grado, ¿cuál es el intervalo de confianza al 97% para la proporción de estudiantes que no utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.

- a) La proporción muestral de los estudiantes de ese grado que no utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual es de:

$$1 - p = q = \frac{150 - 90}{150} = \frac{60}{150} = \frac{2}{5} = 0.4.$$

b)

Con un nivel de confianza del 99 % calculamos  $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0,99 \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow \alpha/2 = 0,005 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,995 \rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{2.57 + 2.58}{2} = 2.575$$

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973

Utilizamos la fórmula del error:

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} = 2.575 \cdot \sqrt{\frac{0.6 \cdot 0.4}{150}} = 0.103$$

El intervalo de confianza es:

$$(p - Error, p + Error) = (0.6 - 0.103; 0.6 + 0.103) = (0.497; 0.703)$$

c) Con un nivel de confianza del 97 % calculamos  $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0,97 \rightarrow \alpha = 0,03 \rightarrow \alpha/2 = 0,015 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,985 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6481
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7191
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7824
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8600
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8811
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8998
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9163
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887

d)

Utilizamos la fórmula del error:

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} = 2.17 \sqrt{\frac{0.4 \cdot 0.6}{450}} \approx 0.0501$$

El intervalo de confianza es:

$$(q - Error, q + Error) = (0.4 - 0.0501; 0.4 + 0.0501) = (0.3499; 0.4501)$$

**B2.** En una encuesta se pregunta a 10000 jóvenes sobre el número de botellines de cerveza que consumen a la semana, resultando una media de 5 botellines y una desviación típica de 2 botellines. Suponiendo que esta variable es normal:

- Determinar un intervalo de confianza al 80% para el número medio de botellines consumidos a la semana.
- Si, para estimar el número medio de botellines de cerveza que consumen a la semana, se admite un error máximo de 0,25 botellines, con un nivel de confianza igual a 0,9 y manteniendo la desviación típica inicial, ¿a cuántos jóvenes es necesario entrevistar?
- Si la encuesta se realizara a 8500 jóvenes y se obtuviera la misma media de 5 botellines y, con una confianza del 82%, se obtuviera el mismo intervalo del apartado a), ¿cuál debería ser la desviación típica?

$X$  = número de botellines de cerveza que consumen a la semana.  $X = N(5, 2)$

- a) Con un nivel de confianza del 80 % calculamos  $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0,80 \rightarrow \alpha = 0,20 \rightarrow \alpha/2 = 0,10 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,9 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.285$$

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,679
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177

Utilizamos la fórmula del error:

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.285 \cdot \frac{2}{100} \approx 0.0257$$

El intervalo de confianza es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (5 - 0.0257; 5 + 0.0257) = (4.9743; 5.0257)$$

- b) Con un nivel de confianza de 0,9 calculamos  $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0,9 \rightarrow \alpha = 0,1 \rightarrow \alpha/2 = 0,05 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.645$$

Utilizamos la fórmula del error y ponemos que este sea de 0,25:

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1.645 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} = 0.25 \Rightarrow 3.29 = 0.25\sqrt{n} \Rightarrow n = \left(\frac{3.29}{0.25}\right)^2 = 173.18$$

Como el tamaño debe ser entero y mayor que la cifra obtenida, tenemos que el tamaño mínimo de la muestra es de 174 jóvenes.

c) Con un nivel de confianza del 82 % calculamos  $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0,82 \rightarrow \alpha = 0,18 \rightarrow \alpha/2 = 0,09 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,91 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,34$$

Si se obtuviera el mismo intervalo del apartado a) tendría el mismo error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0,0257 = 1,34 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{8500}} \Rightarrow \sigma = \frac{0,0257 \cdot \sqrt{8500}}{1,34} \approx 1,77$$

**A3.** Una empresa, que se dedica a la venta de material tecnológico, tiene unos beneficios (en miles de euros) dados por la función:

$$B(x) = \begin{cases} \frac{3x}{2}, & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x^2 - 5x + 9, & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 5, & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

donde  $x$  es el tiempo en años.

- a) Hacer una gráfica de  $B(x)$  ¿Es esta función continua? ¿Es derivable?  
 b) ¿Cuándo aumentan y cuándo disminuyen dichos beneficios?  
 c) ¿En qué año o años el beneficio es igual a 3000 euros?

- a) Veamos si la función es continua en  $x = 2$ .

$$\left. \begin{array}{l} B(2) = 2^2 - 5 \cdot 2 + 9 = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} B(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x}{2} = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} B(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} x^2 - 5x + 9 = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow B(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} B(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} B(x) = 3$$

La función es continua en  $x = 2$ .

Veamos si la función es continua en  $x = 4$ .

$$\left. \begin{array}{l} B(4) = 4^2 - 5 \cdot 4 + 9 = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} B(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} x^2 - 5x + 9 = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} B(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} 5 = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow B(4) = \lim_{x \rightarrow 4^-} B(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} B(x) = 5$$

La función es continua en  $x = 4$ .

La función es continua en su dominio =  $[0, +\infty)$

La función es derivable en  $[0, 2) \cup (2, 4) \cup (4, +\infty)$  y su derivada es:

$$B'(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}, & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 2x - 5, & \text{si } 2 < x < 4 \\ 0, & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

Comprobamos si es derivable en los cambios de definición de la función.

¿Es derivable en  $x = 2$ ?

$$\left. \begin{array}{l} B'(2^-) = \lim_{x \rightarrow 2^-} B'(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \\ B'(2^+) = \lim_{x \rightarrow 2^+} B'(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} 2x - 5 = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow B'(2^-) = \frac{3}{2} \neq -1 = B'(2^+)$$

La función no es derivable en  $x = 2$ .

¿Es derivable en  $x = 4$ ?

$$\left. \begin{aligned} B'(4^-) &= \lim_{x \rightarrow 4^-} B'(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} 2x - 5 = 3 \\ B'(4^+) &= \lim_{x \rightarrow 4^+} B'(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} 0 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow B'(4^-) = 3 \neq 0 = B'(4^+)$$

La función no es derivable en  $x = 4$ .

La función es continua en  $[0, +\infty)$  y derivable en  $[0, +\infty) - \{2, 4\}$

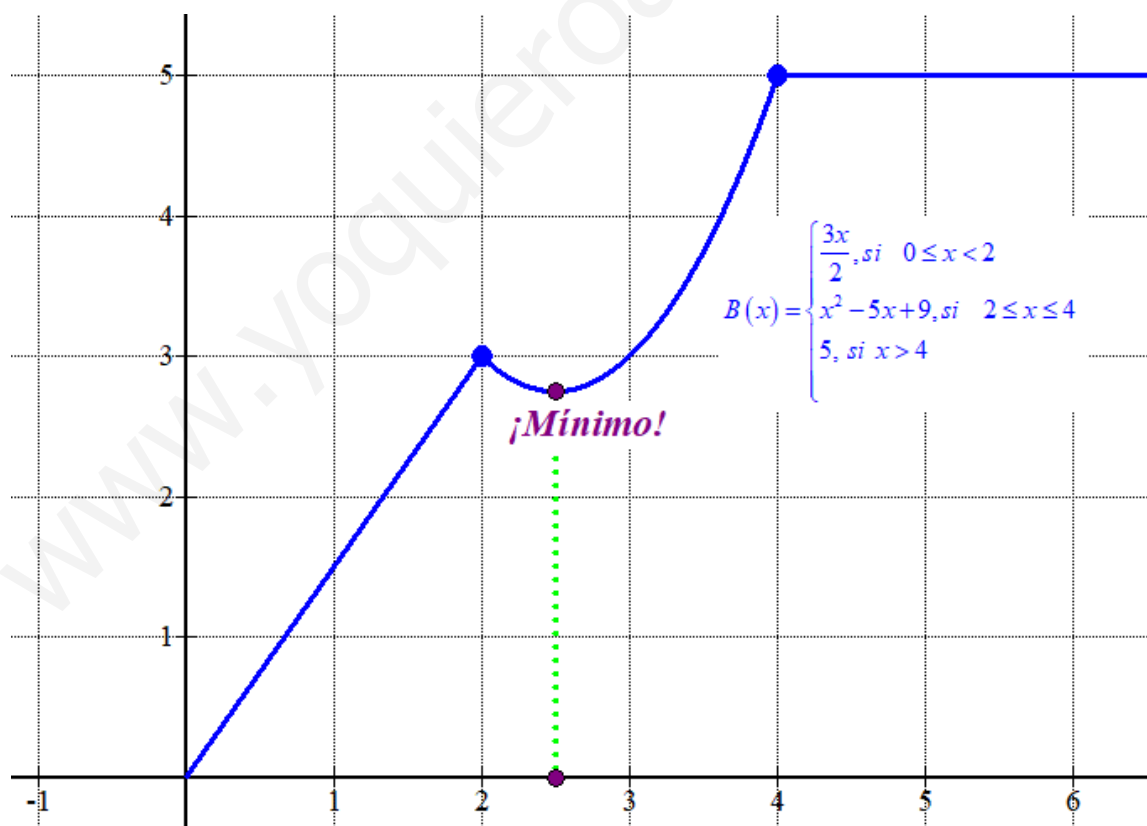
Hacemos una tabla de valores y representamos su gráfica. Sabemos que es un trozo de recta oblicua, un trozo de parábola y un trozo de recta horizontal.

Hallamos las coordenadas del vértice de la parábola.

$$\left. \begin{aligned} B'(x) &= 2x - 5 \\ B'(x) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2} = 2.5$$

$B''(x) = 2 \Rightarrow B''(2.5) = 2 > 0 \Rightarrow x = 2.5$  es mínimo relativo

$0 \leq x < 2$	$2 \leq x \leq 4$	$x > 4$
$x \mid y = \frac{3x}{2}$	$x \mid y = x^2 - 5x + 9$	$x \mid y = 5$
0 $\mid$ 0	2 $\mid$ 3	4 $\mid$ 5 (No)
2 $\mid$ 3 (No)	2.5 $\mid$ 2.75	5 $\mid$ 5
	4 $\mid$ 5	



- b) Si observamos la gráfica vemos que los beneficios aumentan de 0 a 2, disminuyen de 2 a 2.5, vuelven a crecer de 2.5 a 4 y de 4 en adelante permanecen constantes.  
Aumentan en  $[0, 2) \cup (2.5, 4)$ . Disminuyen en  $(2, 2.5)$ .
- c) Si observamos la gráfica el beneficio es de 3000 euros en dos momentos: en  $x = 2$  y en  $x = 3$ .  
Lo comprobamos viendo cuando la función toma el valor 3.



$$B(x) = 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3x}{2} = 3 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2 \text{ No válido, si } 0 \leq x < 2 \\ x^2 - 5x + 9 = 3 \rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(6)}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases} \\ 5 = 3 \rightarrow \text{¡Imposible! , si } x > 4 \end{cases}$$

El beneficio es igual a 3000 euros en el año segundo y tercero.

**B3.** Una empresa de juguetes fabrica molinillos de plástico como el que se muestra en la figura 1. Las cuatro aspas del molinillo son iguales. La figura 2 muestra una de estas aspas: por encima está limitada por la parábola  $y = -0.24x^2 + 2x + 20$ , por la izquierda por el eje de ordenadas, por la derecha por la recta  $y = 4x - 24$ , por debajo, por el eje de abscisas. Las unidades de los ejes se miden en cm.

a) Calcular la superficie total del molinillo (incluyendo el cuadrado central).

b) Cada molinillo se fabrica en plástico, con un coste de fabricación de 1.4 céntimos de euro por  $\text{cm}^2$  de superficie, al que se añaden 20 céntimos por el palito que le sirve de soporte. Asimismo, el coste de distribución (transportar los molinillos desde la fábrica a los puntos de venta) es de 24 céntimos por molinillo. ¿A qué precio se debe vender cada molinillo si se desea que el beneficio total obtenido con la venta (precio de venta menos costes de fabricación y distribución) sea un 20% del precio de venta?

Figura 1

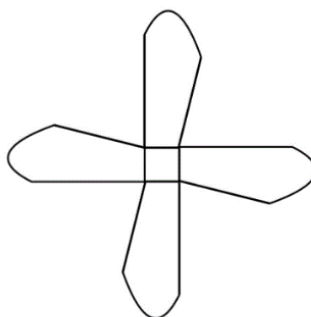
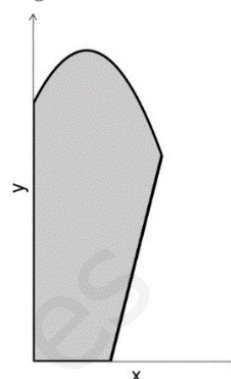
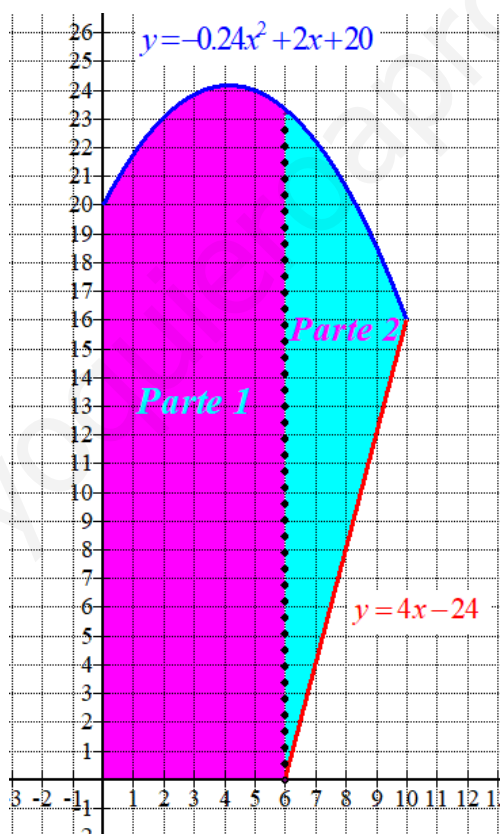


Figura 2



a) Calculamos el área de una de las aspas.



Vemos donde se cortan parábola y recta.

$$\left. \begin{array}{l} y = -0.24x^2 + 2x + 20 \\ y = 4x - 24 \end{array} \right\} \Rightarrow -0.24x^2 + 2x + 20 = 4x - 24 \Rightarrow -0.24x^2 - 2x + 44 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-0.24)(44)}}{2(-0.24)} = \frac{2 \pm 6.8}{-0.48} = \begin{cases} \frac{2+6.8}{-0.48} = -18.3 & \text{¡No válido!} \\ \frac{2-6.8}{-0.48} = \boxed{10 = x} \end{cases}$$

Vemos donde corta la recta el eje de abscisas y dividimos el área en dos partes.

$$\left. \begin{array}{l} y = 4x - 24 \\ y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 4x - 24 = 0 \Rightarrow 4x = 24 \Rightarrow \boxed{x = 6}$$

Hallamos el área de la parte 1.

$$\begin{aligned} \int_0^6 -0.24x^2 + 2x + 20 dx &= \left[ -0.24 \frac{x^3}{3} + x^2 + 20x \right]_0^6 = \\ &= \left[ -0.24 \frac{6^3}{3} + 6^2 + 20 \cdot 6 \right] - \left[ -0.24 \frac{0^3}{3} + 0^2 + 20 \cdot 0 \right] = 138.72 \end{aligned}$$

Hallamos el área de la parte 2.

$$\begin{aligned} \int_6^{10} -0.24x^2 + 2x + 20 - (4x - 24) dx &= \int_6^{10} -0.24x^2 - 2x + 44 dx = \\ &= \left[ -0.24 \frac{x^3}{3} - x^2 + 44x \right]_6^{10} = \left[ -0.24 \frac{10^3}{3} - 10^2 + 44 \cdot 10 \right] - \left[ -0.24 \frac{6^3}{3} - 6^2 + 44 \cdot 6 \right] = 49.28 \end{aligned}$$

La superficie del aspa es de  $138.72 + 49.28 = 188 \text{ cm}^2$ . Como son cuatro las aspas el área de todas las aspas es de  $4 \cdot 188 = 752 \text{ cm}^2$ .

Como la base del cuadrado es 6 cm el área del cuadrado central es  $6^2 = 36 \text{ cm}^2$ .

El total del área del molinillo es  $752 + 36 = 788 \text{ cm}^2$ .

b) Empezamos a calcular.

1.4 céntimos de euro por  $\text{cm}^2$  de superficie  $\rightarrow 1.4 \cdot 788 = 1103.2$  céntimos.

20 céntimos por el palito que le sirve de soporte  $\rightarrow 20$  céntimos.

El coste de distribución es de 24 céntimos por molinillo  $\rightarrow 24$  céntimos.

Nos cuesta producir y poner a la venta cada molinillo  $1103.2 + 20 + 24 = 1147.2$  céntimos.

Esta cantidad debe ser el 80 % del precio de venta, pues 20 % son los beneficios.

$$\left. \begin{array}{l} 100\% \longrightarrow x \\ 80\% \longrightarrow 1147.2 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{1147.2 \cdot 100}{80} = 1434$$

El precio de venta debe ser de 1434 céntimos que son 14.34 euros por la venta de cada molinillo.

**A4.** Dos modelos de relojes, A y B, se producen en una fábrica en la que hay 12 personas trabajando, cada una de ellas con una jornada laboral de 8 horas diarias. El modelo A se tarda en hacer 3 horas y por él se obtiene un beneficio de 70 euros. El modelo B se tarda en hacer 6 horas y por él se obtiene un beneficio de 160 euros. La producción diaria debe ser como mínimo de 15 relojes, con la condición de que el número de unidades del modelo B sea como máximo la mitad del número de unidades del modelo A.

Para maximizar el beneficio diario:

- Formular el correspondiente problema de programación lineal.
- Representar la región factible.
- ¿Cuántos relojes de cada tipo le interesa producir al día para obtener el máximo beneficio diario? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

- a) Llamamos  $x$  = número de relojes A e  $y$  = número de relojes B.

Hacemos una tabla para ordenar la información ofrecida en el ejercicio.

	Horas de trabajo	Beneficios
Nº relojes A ( $x$ )	$3x$	$70x$
Nº relojes B ( $y$ )	$6y$	$160y$
TOTAL	$3x + 6y$	$70x + 160y$

La función que deseamos maximizar son los beneficios  $B(x, y) = 70x + 160y$  sometida a las restricciones siguientes.

Las cantidades deben ser positivas  $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

“La producción diaria debe ser como mínimo de 15 relojes”  $\rightarrow x + y \geq 15$

“El número de unidades del modelo B sea como máximo la mitad del número de unidades del modelo A”  $\rightarrow y \leq \frac{x}{2}$

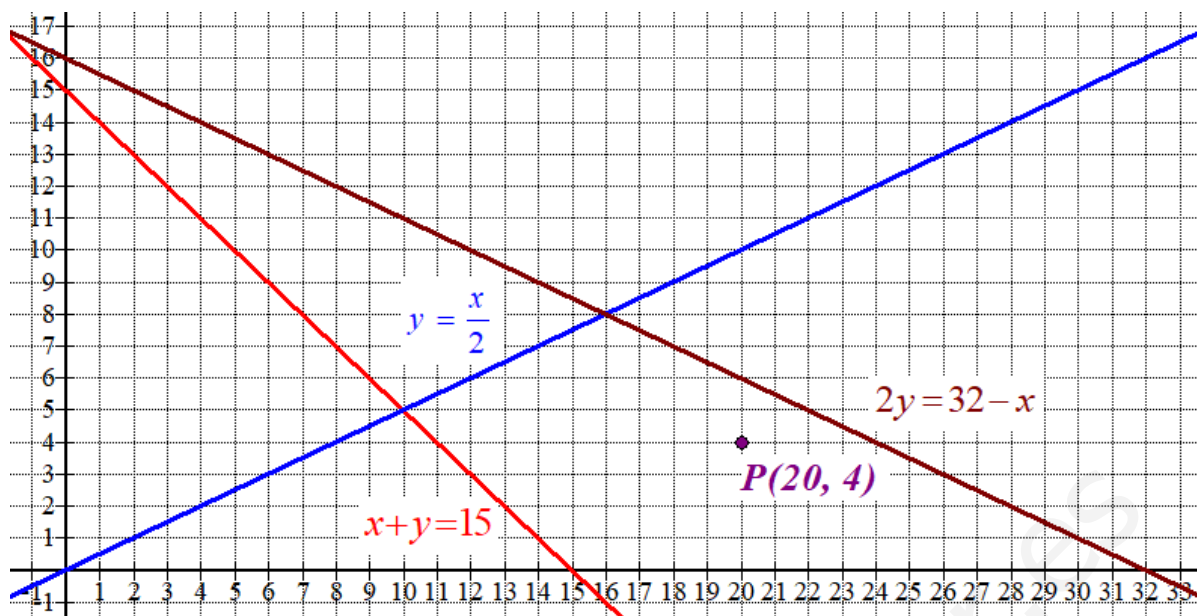
“Los trabajadores solo pueden trabajar  $12 \cdot 8 = 96$  horas diarias”  $\rightarrow 3x + 6y \leq 96$

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \geq 15 \\ y \leq \frac{x}{2} \\ 3x + 6y \leq 96 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y \geq 15 - x \\ y \leq \frac{x}{2} \\ 2y \leq 32 - x \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

- b) Representamos las rectas que delimitan la región factible. Para ello obtengo una tabla de valores para cada recta asociada a cada inecuación.

$x + y = 15$	$y = \frac{x}{2}$	$2y = 32 - x$	$x \geq 0; y \geq 0$																						
<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>y = 15 - x</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>15</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	$x$	$y = 15 - x$	0	15	10	5	15	0	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>y = \frac{x}{2}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>16</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table>	$x$	$y = \frac{x}{2}$	0	0	10	5	16	8	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>y = \frac{32 - x}{2}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>16</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table>	$x$	$y = \frac{32 - x}{2}$	0	16	16	8	Primer cuadrante
$x$	$y = 15 - x$																								
0	15																								
10	5																								
15	0																								
$x$	$y = \frac{x}{2}$																								
0	0																								
10	5																								
16	8																								
$x$	$y = \frac{32 - x}{2}$																								
0	16																								
16	8																								



Como las restricciones son

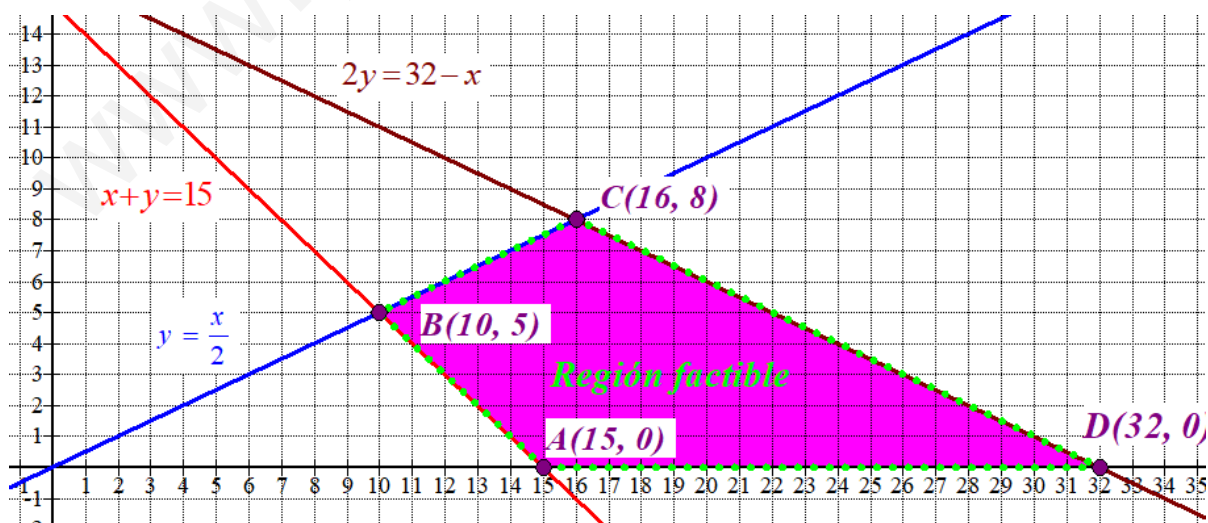
$$\left. \begin{array}{l} y \geq 15 - x \\ y \leq \frac{x}{2} \\ 2y \leq 32 - x \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ la región factible es la región del primer cuadrante}$$

situada por debajo de las rectas marrón y azul y por encima de la recta roja.

Comprobamos que el punto  $P(20, 4)$  perteneciente a esta región cumple todas las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 4 \geq 15 - 20 \\ 4 \leq \frac{20}{2} \\ 2 \cdot 4 \leq 32 - 20 \\ 20 \geq 0; 4 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo.



Determinamos las coordenadas del vértice C resolviendo el sistema de ecuaciones correspondiente.



$$C \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2y = 32 - x \\ y = \frac{x}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 32 - x \Rightarrow 2x = 32 \Rightarrow x = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{2} = 8 \Rightarrow C(16, 8)$$

c) Valoramos la función beneficio  $B(x, y) = 70x + 160y$  en cada vértice en busca del valor máximo.

$$A(15, 0) \rightarrow B(15, 0) = 70 \cdot 15 + 0 = 1050$$

$$B(10, 5) \rightarrow B(10, 5) = 700 + 800 = 1500$$

$$C(16, 8) \rightarrow B(16, 8) = 70 \cdot 16 + 160 \cdot 8 = 2400 \text{ ¡Máximo!}$$

$$D(32, 0) \rightarrow B(32, 0) = 70 \cdot 32 + 0 = 2240$$

El beneficio máximo es de 2400 € y se consigue en el vértice  $C(16, 8)$ , que significa fabricar 16 relojes tipo A y 8 de tipo B.

**B4.** En un barrio viven un total de 875 personas clasificados en tres grupos: niños y jóvenes, adultos y jubilados. La cuarta parte de los adultos es igual al doble de la quinta parte de los niños y jóvenes y por cada 9 jubilados hay 26 del resto.

- a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.  
 b) Explicando los pasos del método usado, resolver el sistema planteado.  
 c) ¿Cuántas personas hay en cada grupo?

- a) Llamamos “x” al número de niños y jóvenes, “y” al número de adultos y “z” al número de jubilados.

“En un barrio viven un total de 875 personas”  $\rightarrow x + y + z = 875$

“La cuarta parte de los adultos es igual al doble de la quinta parte de los niños y jóvenes”  $\rightarrow$

$$\frac{y}{4} = \frac{2x}{5}$$

“Por cada 9 jubilados hay 26 del resto”  $\rightarrow \left. \begin{array}{l} 9 \rightarrow 26 \\ z \rightarrow x + y \end{array} \right\} \Rightarrow 9(x + y) = 26z.$

Reunimos las ecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 875 \\ \frac{y}{4} = \frac{2x}{5} \\ 9(x + y) = 26z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 875 \\ 5y = 8x \\ 9x + 9y = 26z \end{array} \right\}$$

- b) Utilizamos el método de Gauss para resolver el sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 875 \\ -8x + 5y = 0 \\ 9x + 9y - 26z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Ecuación 2}^a + 8 \cdot \text{Ecuación 1}^a \\ -8x + 5y = 0 \\ \hline 8x + 8y + 8z = 7000 \\ \hline 13y + 8z = 7000 \rightarrow \text{Nueva Ecuación 2}^a \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación 3}^a - 9 \cdot \text{Ecuación 1}^a \\ 9x + 9y - 26z = 0 \\ -9x - 9y - 9z = -7875 \\ \hline -35z = -7875 \rightarrow \text{Nueva Ecuación 3}^a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 875 \\ 13y + 8z = 7000 \\ -35z = -7875 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 875 \\ \Rightarrow 13y + 8z = 7000 \\ \boxed{z = \frac{-7875}{-35} = 225} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + 225 = 875 \\ 13y + 8 \cdot 225 = 7000 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 650 \\ \Rightarrow 13y = 5200 \rightarrow \boxed{y = \frac{5200}{13} = 400} \end{array} \right\} \Rightarrow x + 400 = 650 \Rightarrow \boxed{x = 650 - 400 = 250}$$

- c) Hay 250 personas entre niños y jóvenes, 400 adultos y 225 jubilados.