

Ejercicio 1 La contraseña de un ordenador consta de un número de 3 cifras distintas elegidas entre los dígitos 1,2,3,4,5,6 seguido de dos vocales.
¿Cuántas contraseñas distintas existen siguiendo estas especificaciones?

RESPUESTA

(1,5 puntos)

Ejercicio 2 ¿De cuántas formas pueden sentarse 4 personas en una fila de siete asientos?

RESPUESTA

1 punto

Ejercicio 3 Dado el polinomio $p(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$,

- Efectúa su división entre $x^2 - 3x + 1$
- Factorízalo.

RESPUESTA a)

1 punto

RESPUESTA b)

1,5 puntos

Ejercicio 4 Se quiere hacer un lote de 6 películas, 4 de aventuras y 2 comedias. Se dispone de 7 películas de aventuras y 4 de comedias. ¿Cuántos lotes diferentes pueden hacerse?

RESPUESTA

1 puntos

Ejercicio 5 Dado el polinomio $x^3 - 2x^2 + ax + b$, calcula a y b sabiendo que el polinomio es divisible por $x - 1$ y por $x - 2$.

RESPUESTA

1,5 puntos

Ejercicio 6

a) Escribe un polinomio de grado tres con dos raíces distintas y exprésalo en la forma $ax^3 + bx^2 + cx + d$.

b) Simplifica la expresión:
$$\frac{(x-3)^2 \cdot (x+2)^2 - 2(x-3)^3 \cdot (x+2)}{(x-3)^2 \cdot (x+2)^2}$$

RESPUESTA a)

1 punto

RESPUESTA b)

1,5 puntos

SOLUCIÓN

Ejercicio 1 La contraseña de un ordenador consta de un número de 3 cifras distintas elegidas entre los dígitos 1,2,3,4,5,6 seguido de dos vocales.
¿Cuántas contraseñas distintas existen siguiendo estas especificaciones?

RESPUESTA

(1,5 puntos)

Para el grupo de cifras, cuenta el orden, no entran la vez todas las cifras disponibles y no se pueden repetir: $V_{6,3} = \frac{6!}{(6-3)!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

Para el grupo de vocales, cuenta el orden, no entran todas a la vez y puede haber repetición: $VR_{5,2} = 5^2 = 25$.

El número de contraseñas distintas sería $120 \times 25 = 3000$

Ejercicio 2 ¿De cuántas formas pueden sentarse 4 personas en una fila de siete asientos?

RESPUESTA

1 punto

$$PR_{A B C D \text{ Vacío}}^{1+1+1+1+3} = \frac{7!}{1!1!1!3!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$$

Ejercicio 3 Dado el polinomio $p(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$,

- Efectúa su división entre $x^2 - 3x + 1$
- Factorízalo.

RESPUESTA a)

1 punto

$$\begin{array}{r} x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9 \quad | \quad x^2 - 3x + 1 \\ \underline{-x^2 + 3x^3 - x^2} \quad x^2 - 3x - 2 \\ -3x^3 + 7x^2 + 6x - 9 \\ \underline{+ 3x^3 - 9x^2 + 3x} \\ -2x^2 + 9x - 9 \\ \underline{2x^2 - 6x + 2} \\ 3x - 7 \end{array}$$

RESPUESTA b)

1,5 puntos

$$\begin{array}{r} 1 \quad -6 \quad 8 \quad 6 \quad -9 \\ -1 \quad \underline{-1 \quad 7 \quad -15 \quad 9} \\ 1 \quad -7 \quad 15 \quad -9 \quad 0 \\ 1 \quad \underline{1 \quad -6 \quad 9} \\ 1 \quad -6 \quad 9 \quad 0 \end{array}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0; x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = 3$$

$$(x + 1)(x - 1)(x - 3)^2$$

Ejercicio 4 Se quiere hacer un lote de 6 películas, 4 de aventuras y 2 comedias. Se dispone de 7 películas de aventuras y 4 de comedias. ¿Cuántos lotes diferentes pueden hacerse?

RESPUESTA 1 puntos

$$C_{7,4} \times C_{4,2} = \binom{7}{4} \cdot \binom{4}{2} = 35 \times 6 = 210$$

Ejercicio 5 Dado el polinomio $x^3 - 2x^2 + ax + b$, calcula a y b sabiendo que el polinomio es divisible por $x - 1$ y por $x - 2$.

RESPUESTA 1,5 puntos

$$\begin{array}{r} 1 \quad -2 \quad a \quad b \\ 1 \quad \quad 1 \quad -1 \quad a-1 \\ \hline 1 \quad -1 \quad a-1 \quad b+a-1=0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \quad -2 \quad a \quad b \\ 2 \quad \quad 2 \quad 0 \quad 2a \\ \hline 1 \quad 0 \quad a \quad 2a+b=0 \end{array}$$

Resolvemos sistema $a + b = 1$ $a - 2a = 1$; $-a = 1$; $a = -1$
 $2a + b = 0$; $b = -2a$ $b = 2$

Ejercicio 6

c) Escribe un polinomio de grado tres con dos raíces distintas y exprésalo en la forma $ax^3 + bx^2 + cx + d$.

d) Simplifica la expresión: $\frac{(x-3)^2 \cdot (x+2)^2 - 2(x-3)^3 \cdot (x+2)}{(x-3)^2 \cdot (x+2)^2}$

RESPUESTA a) 1 punto

$$\begin{aligned} (x-1)(x-2)^2 &= (x-1)(x^2 - 4x + 4) = \\ x^3 - 4x^2 + 4x - x^2 + 4x - 4 &= \\ x^3 - 5x^2 + 8x - 4 \end{aligned}$$

RESPUESTA b) 1,5 puntos

Sacamos factor común
 $(x-3)^2 \cdot (x+2)$
 $\frac{(x-3)^2(x+2)[(x+2) - 2(x-3)]}{(x-3)^2(x+2)^2} =$

$$\frac{x+2-2x+6}{x+2} = \frac{8-x}{x+2}$$