## ENERGÍA MECÁNICA

- **1.** Una piedra de 100 g de masa se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 72 km/h. Si despreciamos todo tipo de rozamientos, calcula:
  - a) Altura máxima que alcanza.
- b) Velocidad que tendrá a 10 m de altura.
- 2. Desde una altura de 10 m se deja caer un cuerpo de 5kg. Calcula su velocidad al llegar al suelo.
- 3. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Determina la altura máxima que alcanzará.
- 4. Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad de 100m/s, calcula:
  - a) Altura máxima alcanzada.
- b) Velocidad y altura a los 3s de su lanzamiento
- 5. Un montacargas eleva 200Kg al piso 20 de un rascacielos, si cada piso tiene 3 m de altura a) ¿cuál es la energía potencial que adquiere?. b) Si cae desde esa altura ¿con qué energía cinética llega al suelo y cual será entonces su velocidad?.
- **6.** Desde una altura de 200 m se deja caer un objeto de 10 kg.  $(g = 10 \text{ m/s}^2)$ 
  - a) ¿Cuánto valdrá la energía potencial en el punto más alto?
  - b) ¿Cuánto valdrá su energía cinética al llegar al suelo?
  - c) ¿Con qué velocidad llegará al suelo?
  - d) ¿Qué velocidad tendrá en el punto medio de su recorrido?
- 7. En lo alto de la torre Eiffel de París, un libro de 1 kg de masa posee una energía de 3000 J respecto al suelo. Si, por accidente, se nos escapa de las manos, ¿con qué velocidad llegaría al suelo?. ¿Cuál es la altura de la torre Eiffel?
- 8. Desde el fondo de un pozo de 20 m se lanza verticalmente hacia arriba una moneda de 5 g. Calcula la velocidad mínima con que hay que lanzarla para que otra persona pueda cogerla al llegar al brocal del pozo. ¿Qué energía potencial posee la moneda en el fondo del pozo? ¿ Y en la superficie de la Tierra?. Calcula también la energía cinética en cada caso?. Considera despreciable el rozamiento del aire.
- **9.** Un vagón cae por una montaña rusa desde un punto A situado a 50 m de altura con una velocidad de 5 m/s. Posteriormente pasa por otro punto B situado a 20 metros de altura. ¿Qué velocidad llevará al pasar por B?
- 10. Un carrito de 10 kg de masa se mueve con una velocidad de 3 m/s, calcula:
  - a) La energía cinética.
- b) La altura que alcanzará cuando suba por una rampa sin rozamiento.
- 11. Un cuerpo de 40 kg de masa cae por un plano inclinado que forma con la horizontal un ángulo de 20°.¿Cuál será su energía cinética después de recorrer 18 m sobre el plano si partió del reposo?.
- **12.** En una atracción de la feria se deja caer desde una altura de 20 m una vagoneta con cuatro personas con una masa total de 400 kg. Si el rizo tiene un diámetro de 7 m y suponemos que no hay rozamiento calcula:
  - a) La energía mecánica de la vagoneta en el punto A.
  - b) La energía cinética de la vagoneta en el punto B.
  - c) La velocidad de la vagoneta en el punto C.
  - d) La fuerza que tiene que realizar el mecanismo de frenado de la atracción si la vagoneta se tiene que detener en 10 m.
- 13. Desde una altura de 5 metros desliza por un plano inclinado un cuerpo de 2 kg de masa que parte del reposo. Calcula la
  - velocidad del cuerpo cuando abandona el plano inclinado suponiendo:
    a) Qué no hay de rozamiento. b) Qué hay rozamiento y el trabajo realizado por esta fuerza es de 15 J.
- **14.** La pista de un juguete tiene un tramo horizontal seguido de otro que presenta una subida; si se lanza un cochecito de 100 g de masa a una velocidad de 2 m/s en el tramo horizontal, ¿a qué altura subirá? . Supondremos que el rozamiento es despreciable.

## SOLUCIÓN

- 1. Una piedra de 100 g de masa se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 72 km/h. Si despreciamos todo tipo de rozamientos, calcula:
  - a) Altura máxima que alcanza.
  - b) Velocidad que tendrá a 10 m de altura.
  - 1. Apuntamos los datos: m = 100 g; v = 72 km/h; Lanzamiento hacia arriba
  - 2. Pasamos a unidades del S.I.: m = 100 g = 0'1 kg; v = 72 km/h = 72000m/3600s = 20 m/s
  - 3. Ecuación que me relaciona las magnitudes dadas: Principio conservación de la energía mecánica.
  - 4. Sustituimos los datos conocidos y despejamos la incógnita.
  - a) Si despreciamos los rozamientos la energía mecánica se conserva, es decir, la energía mecánica en el momento del lanzamiento es la misma que en la altura máxima. Averiguamos cada una de estas energías mecánicas e igualamos para obtener la altura máxima:
  - Energía mecánica en el momento de lanzar:  $E_m = E_c + E_p = \frac{mv^2}{2} + m \cdot g \cdot h$ , como lanzamos desde el suelo la piedra, h = 0, por tanto sólo tenemos energía cinética:

$$E_m = E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{01.20^2}{2} = 20 \text{ J}$$

- Energía mecánica al alcanzar la altura máxima: en este momento el cuerpo no tendrá velocidad, porque si no seguiría subiendo y no sería la máxima altura, luego  $E_m = E_p = m \cdot g \cdot h$ 

$$E_m = E_p = m \cdot g \cdot h = 0.1 \cdot 9.8 \cdot h = 0.98 \cdot h$$

Igualando ambas expresiones según el principio de conservación de la energía mecánica:

$$20 = 0.98 \cdot h \rightarrow h = 20/0.98 = 20.41 \text{ m}$$

- b) Aplicamos de nuevo el principio de conservación de la energía mecánica, pero comparando ahora el momento inicial del lanzamiento, con el momento de alcanzar los 10 m.
- Energía mecánica a 10 m de altura: ahora tenemos altura y velocidad luego la energía mecánica es suma de los dos términos, energía cinética y energía potencial:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{mv^2}{2} + m \cdot g \cdot h = \frac{0'1 \cdot v^2}{2} + 0'1 \cdot 9'8 \cdot 10 = 0'05 \cdot v^2 + 9'8$$

Igualando con la energía mecánica inicial: 20 J

20 = 
$$0.05 \cdot v^2 + 9.8 \Rightarrow 20 - 9.8 = 0.05 \cdot v^2 \Rightarrow 10.2 = 0.05 \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = 10.2 /0.05 = 204 \Rightarrow v = 14.28 m/s$$

2. Desde una altura de 10 m se deja caer un cuerpo de 5kg. Calcula su velocidad al llegar al suelo.

Al principio, el cuerpo sólo tiene energía potencial y, a medida que va cayendo, esta se va transformando en energía cinética. Cuando el cuerpo llega al suelo su energía cinética será igual a la energía potencial que tenía al principio.

$$Em_1 = Em_2$$
;  $Ep_1 = Ec_2$ ;  $m.g.h = \frac{1}{2}.m.v^2$ ;  $5.9,8.10=0,5.5.v^2$ 

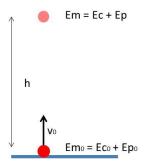
de donde: v= 14 m/s.

3. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Determina la altura máxima que alcanzará.

La energía mecánica inicial será igual a la energía cinética del cuerpo ya que se encuentra en el suelo. A medida que asciende, la energía cinética se va transformándose en energía potencial. En la altura máxima, la energía mecánica será igual a la energía potencial ya que la energía cinética vale cero al estar el cuerpo parado.

$$Em_1 = Em_2$$
;  $Ec_1 = Ep_2$ ;  $\frac{1}{2}$ .r/n.20<sup>2</sup>=r/n.9,8.h; h=20,4 m

- 4. Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad de 100m/s, calcula:
  - a) Altura máxima alcanzada.
- b) Velocidad y altura a los 3s de su lanzamiento



a) En ausencia de rozamiento la Energía mecánica se conserva: Em<sub>0</sub> = Em

La energía mecánica en el suelo será:  $Em_0 = \frac{1}{2}m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h_0$ 

$$Em_0 = \frac{1}{2} \text{ m } 100^2 + \text{m} \cdot 10 \cdot 0 = 5000 \cdot \text{m}$$

La energía mecánica arriba será:  $Em = \frac{1}{2}m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h$ 

$$Em = \frac{1}{2} m 0^2 + m \cdot 10 \cdot h = 10 \cdot m \cdot h$$

Igualamos los términos:  $5000 \cdot m = 10 \cdot m \cdot h \rightarrow 5000 = 10 \cdot h \rightarrow h = 5000/10 \rightarrow h = 500 metros$ 

b) Primero calculamos la velocidad a los 3 segundos:  $v = v_0 + a \cdot t$  Sabemos que la aceleración es la de la gravedad. Como actúa en el sentido contrario al que hemos considerado como positivo, valdrá -10m/s². Por tanto:

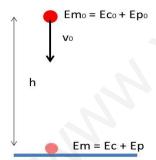
$$v = 100 - 10.3 = 100 - 30 \rightarrow v = 70 \text{ m/s}$$

Una vez conocida la velocidad podemos operar igual que en apartado anterior:  $Em_0 = Em_3$ 

$$\frac{1}{2}$$
 m  $100^2$  + m·10· 0 =  $\frac{1}{2}$  m  $70^2$  + m·10· h<sub>3</sub>  
 $5000$ ·m =  $2450$ ·m +  $10$ ·m·h<sub>3</sub>

Las "m" al estar en todos los miembros se pueden tachar, quedando:  $5000 - 2450 = 10 \cdot h$ 2550 =  $10 \cdot h \rightarrow h = 255$  metros

- 5. Un montacargas eleva 200Kg al piso 20 de un rascacielos, si cada piso tiene 3 m de altura a) ¿cuál es la energía potencial que adquiere?. b) Si cae desde esa altura ¿con qué energía cinética llega al suelo y cual será entonces su velocidad?.
  - a) La Energía potencial que adquiere vendrá dada por: Ep = m⋅g⋅h donde h= 3m/piso ⋅ 20 pisos =60 m Por tanto: Ep= 200⋅10⋅60 → Ep = 120 000 J



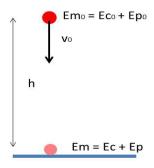
b) En ausencia de rozamiento la Energía mecánica se conserva: Em<sub>0</sub> = Em

Por tanto:  $Ec_0 + Ep_0 = Ec + Ep$  Como se deja caer, la  $v_0$  será cero.

$$\frac{1}{200 \cdot 0^2} + 200 \cdot 10 \cdot 60 = \frac{1}{2} 200 \text{ v}^2 + \frac{200 \cdot 10 \cdot 0}{120 \ 000} = 100 \text{ v}^2$$
  
 $\text{v}^2 = 1200$ 

Por tanto **v=34,64 m/s** 

- 6. Desde una altura de 200 m se deja caer un objeto de 10 kg.  $(g = 10 \text{ m/s}^2)$ 
  - a) ¿Cuánto valdrá la energía potencial en el punto más alto?
  - b) ¿Cuánto valdrá su energía cinética al llegar al suelo?
  - c) ¿Con qué velocidad llegará al suelo?
  - d) ¿Qué velocidad tendrá en el punto medio de su recorrido?
  - a) La Energía potencial que adquiere vendrá dada por: Ep = m·g· h Por tanto: Ep= 10·10·200 → Ep = 20 000 J



b) En ausencia de rozamiento la Energía mecánica se conserva: Em<sub>0</sub> = Em

Por tanto:  $Ec_0 + Ep_0 = Ec + Ep$  Como se deja caer, la  $v_0$  será cero.

$$\frac{1/2 \cdot 10 \cdot 0^2}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 200} = \text{Ec} + \frac{10 \cdot 10 \cdot 0}{10 \cdot 10 \cdot 10}$$
  
20 000 = Ec

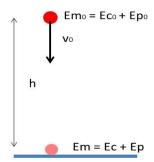
Por tanto Ec=20 000 J

- c) Ec= $\frac{1}{2}$  m v<sup>2</sup> por tanto: 20 000 =  $\frac{1}{2}$  10 v<sup>2</sup>  $\rightarrow$  v<sup>2</sup> = 4000  $\rightarrow$  v = 63,25 m/s
- d) En el punto medio (altura = 100 m) su energía mecánica también valdrá 20 000 J. Por tanto:

Em = Ec + Ep 
$$\rightarrow$$
 20 000 = ½ 10  $v^2$  + 10·10·100  
20 000 - 10 000 = 5  $v^2$   
10 000 = 5  $v^2$   $\rightarrow$   $v^2$  = 2000  $\rightarrow$   $v$  = 44,7 m/s

7. En lo alto de la torre Eiffel de París, un libro de 1 kg de masa posee una energía de 3000 J respecto al suelo. Si, por accidente, se nos escapa de las manos, ¿con qué velocidad llegaría al suelo?. ¿Cuál es la altura de la torre Eiffel?

La Energía potencial que tiene el libro vendrá dada por: Ep =  $m \cdot g \cdot h$ Por tanto:  $3000 = 1 \cdot 10 \cdot h \rightarrow h = 300 \text{ m}$  es la altura de la torre.

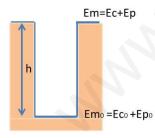


En ausencia de rozamiento la Energía mecánica se conserva: Em<sub>0</sub> = Em

Por tanto:  $Ec_0 + Ep_0 = Ec + Ep$  Como se deja caer, la  $v_0$  será cero.

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0^{2} + 1 \cdot 10 \cdot 300 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v^{2} + \frac{1 \cdot 10 \cdot 0}{1000} = \frac{1}{2} \cdot v^{2} = 6000 \rightarrow v = 77,46 \text{ m/s}$$

8. Desde el fondo de un pozo de 20 m se lanza verticalmente hacia arriba una moneda de 5 g. Calcula la velocidad mínima con que hay que lanzarla para que otra persona pueda cogerla al llegar al brocal del pozo. ¿Qué energía potencial posee la moneda en el fondo del pozo? ¿ Y en la superficie de la Tierra?. Calcula también la energía cinética en cada caso?. Considera despreciable el rozamiento del aire.



Primero pasamos al sistema internacional la masa de la moneda: 5 g = 0,005 kg Tomamos como altura cero el fondo del pozo, por tanto los valores de energía potencia serán:

En el fondo del pozo:  $Ep_0 = 0J$ 

En la superficie: Ep =  $m \cdot g \cdot h = 0.005 \cdot 10 \cdot 20 = 1J$ 

La energía cinética valdrá:

Como la moneda llega justo hasta el nivel del suelo, la energía cinética arriba en la superficie valdrá cero, al valer cero la velocidad. **Ec= 0J** 

Como la energía mecánica se conserva  $Em_0 = Em_0$ :

 $E_{p_0} + E_{c_0} = E_p + E_c$  Luego la Energía cinética en el fondo del pozo será también de 1J. Ec =1J

9. Un vagón cae por una montaña rusa desde un punto A situado a 50 m de altura con una velocidad de 5 m/s. Posteriormente pasa por otro punto B situado a 20 metros de altura. ¿Qué velocidad llevará al pasar por B?

Suponemos que no hay rozamiento. Por ello la energía mecánica se conserva: Em<sub>A</sub> = Em<sub>B</sub> En el punto A la energía mecánica del vagón será:

$$Em_A = 1/2 \cdot m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 5^2 + m \cdot 10 \cdot 50 = 12,5m + 500 \text{ m} \rightarrow Em_A = 512,5 \cdot m$$

En el punto B la energía mecánica del vagón será:

 $Em_B = 1/2 \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot 10 \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + 200 \text{ m} \rightarrow Em_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + 200 \cdot m$ Igualamos las energías mecánicas en los dos puntos:

$$Em_A = Em_B$$
  
 $512,5 \cdot m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + 200 \cdot m$  Como "m" está en todos los miembros, podemos tacharlas.  
 $512,5 = \frac{1}{2} \cdot v_B^2 + 200 \rightarrow 512,5 - 200 = \frac{1}{2} \cdot v_B^2 \rightarrow 312,5 = \frac{1}{2} \cdot v_B^2 \rightarrow 625 = v_B^2$   
 $v_B = 25 \text{ m/s}$ 

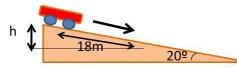
- 10.Un carrito de 10 kg de masa se mueve con una velocidad de 3 m/s, calcula:
  - a) La energía cinética. b) La altura que alcanzará cuando suba por una rampa sin rozamiento.



- a)  $Ec_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 = 45 \text{ J} \rightarrow Ec_0 = 45 \text{ J}$
- b) El carrito subirá hasta que no tenga Ec. En ese momento toda la energía cinética se habrá transformado en potencial (pues no hay

rozamiento). Como la Energía potencial está relacionada con la altura, podremos conocer la altura a la que se encuentra el carrito: Ep = Ec<sub>0</sub> = 45 J  $\rightarrow$  45 = m·g·h  $\rightarrow$  45 = 10·10·h  $\rightarrow$  h = 0,45 m

11. Un cuerpo de 40 kg de masa cae por un plano inclinado que forma con la horizontal un ángulo de 20°.¿Cuál será su energía cinética después de recorrer 18 m sobre el plano si partió del reposo?.



Al principio el cuerpo solo tiene energía potencial, siendo esta:

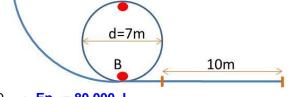
$$Ep_0 = m \cdot q \cdot h_0$$

Por trigonometría obtenemos  $h_0 = 18$ ·sen 20 = 18·0,342 = 6,156 m

Por tanto 
$$Ep_0 = 40.10.6,156 \rightarrow Ep_0 = 2462,4 \text{ J}$$

Al no haber rozamiento la energía mecánica se conserva en el descenso:  $Em_0 = Em$  Por tanto la energía potencial que tiene al principio se convierte en cinética a medida que baja. Cuando ha descendido los 18m por la rampa (ha bajado 6,156 m de altura), tendrá una Ec = 2462,4 J

- 12. En una atracción de la feria se deja caer desde una altura de 20 m una vagoneta con cuatro personas con una masa total de 400 kg. Si el rizo tiene un diámetro de 7 m y suponemos que no hay rozamiento calcula:
  - a) La energía mecánica de la vagoneta en el punto A.
  - b) La energía cinética de la vagoneta en el punto B.
  - c) La velocidad de la vagoneta en el punto C.
  - d) La fuerza que tiene que realizar el mecanismo de frenado de la atracción si la vagoneta se tiene que detener en 10 m.



a) La energía mecánica en A será igual a su energía potencial:

$$Em_A = Ep_A \rightarrow Ep_A = m \cdot g \cdot h_A = 400 \cdot 10 \cdot 20 \rightarrow Ep_A = 80 \ 000 \ J$$

- b) La energía cinética en B será igual a la energía potencial arriba: Ec<sub>B</sub>= 80 000 J
- c) En el punto C la energía mecánica será igual a la suma de la energía cinética y de la energía potencial:

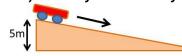
Em<sub>A</sub> = Em<sub>C</sub> 
$$\rightarrow$$
 Em<sub>A</sub>= Ec<sub>c</sub> + Ep<sub>C</sub>  $\rightarrow$  Ep<sub>A</sub> = Ec<sub>c</sub> + Epc  
80 000 = ½ m·v<sub>C</sub><sup>2</sup> + m·g·h<sub>C</sub>  
80 000 = ½ 400·v<sub>c</sub><sup>2</sup> + 400·10·7  
80 000- 28 000 = 200 v<sub>c</sub><sup>2</sup>  $\rightarrow$  v<sub>c</sub><sup>2</sup> = 52 000/200  $\rightarrow$  v<sub>c</sub><sup>2</sup> = 260  
v<sub>c</sub> = 16,12 m/s

d) Cuando la vagoneta llega abajo, toda su energía potencial se ha transformado en energía cinética como ya hemos visto en el apartado b).

Ec = 
$$\frac{1}{2}$$
 m·v<sup>2</sup>  $\rightarrow$  80 000 =  $\frac{1}{2}$  400·v<sup>2</sup>  $\rightarrow$  v= 20 m/s

El mecanismo de frenado de la atracción realiza un trabajo que se opone al movimiento y que hace que la velocidad pase de 20 m/s a 0 m/s.

- 13.Desde una altura de 5 metros desliza por un plano inclinado un cuerpo de 2 kg de masa que parte del reposo. Calcula la velocidad del cuerpo cuando abandona el plano inclinado suponiendo:
  - a) Qué no hay de rozamiento.
  - b) Qué hay rozamiento y el trabajo realizado por esta fuerza es de 15 J.



a) La energía potencial del cuerpo se transforma en energía cinética:

Em =Em<sub>0</sub> 
$$\rightarrow$$
 Ec = Ep<sub>0</sub>  $\rightarrow$  ½·m·v<sup>2</sup> = m·g·h<sub>0</sub>  
½ 2·v<sup>2</sup> = 2·10·5  $\rightarrow$  v<sup>2</sup> = 100  $\rightarrow$  v=10 m/s

b) Si consideramos que hay rozamiento la energía mecánica no se conserva, porque parte de esa energía pasa al suelo y al cuerpo en forma de energía térmica. La variación de energía mecánica será igual al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, el cual es negativo.

$$\Delta Em = W_R \rightarrow Em - Em_0 = W_R$$

Inicialmente solo tiene energía potencial y abajo sólo tiene energía cinética:

$$(\text{Ec} + \text{Ep}) - (\text{Ee}_0 + \text{Ep}_0) = W_R \rightarrow \text{Ec} - \text{Ep}_0 = W_R$$
  
 $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5 = -15 \rightarrow v^2 = -15 + 100 \rightarrow v^2 = 85 \rightarrow v = 9,2 \text{ m/s}$ 

14. La pista de un juguete tiene un tramo horizontal seguido de otro que presenta una subida; si se lanza un cochecito de 100 g de masa a una velocidad de 2 m/s en el tramo horizontal, ¿a qué altura subirá? . Supondremos que el rozamiento es despreciable.



Lo primero es pasar la masa del coche a kg: 100 g = 0,1 kg Inicialmente el cochecito solo tiene energía cinética y esta vale:

$$Ec_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.1 \cdot 2^2 = 0.2 \text{ J} \rightarrow Ec_0 = 0.2 \text{ J}$$

El carrito subirá hasta que no tenga Ec. En ese momento toda la energía cinética se habrá transformado en potencial (pues no hay rozamiento). Como la Energía potencial está relacionada con la altura, podremos conocer la altura a la que se encuentra el carrito:

Ep = Ec<sub>0</sub> = 0,2 J 
$$\rightarrow$$
 0,2 = m·g·h  $\rightarrow$  0,2 = 0,1·10·h  $\rightarrow$  h = 0,2 m