

PROBLEMAS RESUELTOS

1. En la siguiente tabla se dan los datos correspondientes a las notas de Matemáticas de 60 alumnos de 1º Bachillerato.

Notas	IN: [1, 5)	SF: [5, 6)	BI: [6, 7)	NT: [7, 9)	SB: [9, 10]
Nº de alumnos	20	13	12	10	5

- Haz una tabla de frecuencias y porcentajes, simple y acumulada.
- Dibuja el correspondiente histograma.
- Representa los datos mediante un diagrama de sectores y mediante una poligonal acumulativa.

Solución:

a)

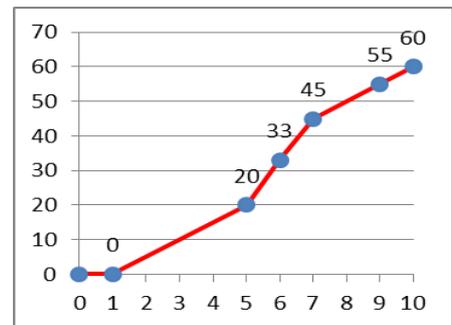
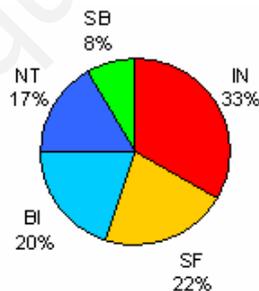
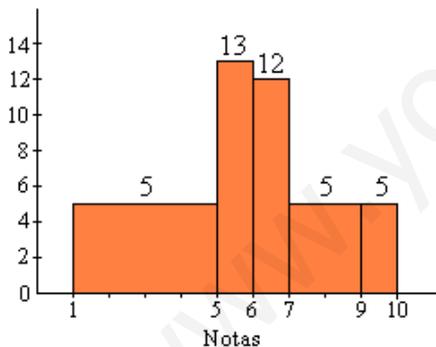
Notas	M.c.	f_i	F_i	fr_i	%	%a
[1, 5)	3	20	20	0,333	33,3	33,3
[5, 6)	5,5	13	33	0,217	21,7	55
[6, 7)	6,5	12	45	0,200	20	75
[7, 9)	8	10	55	0,167	16,7	91,7
[9, 10]	9,5	5	60	0,083	8,3	100
TOTALES		60		1	100	

b) La altura de cada rectángulo se halla dividiendo la frecuencia que representa entre la longitud del intervalo:

$$20 : 4 = 5; \quad 13 : 1 = 13; \quad 12 : 1 = 12; \quad 10 : 2 = 5; \quad 5 : 1 = 5$$

c) La asignación de sectores para cada nota es:

IN: 120° ; SF: 78°; BI: 72°; NT: 60°; SB: 30°. (En el gráfico se aproximan los porcentajes).



2. El número de turismos matriculados en España, para el período 1996–2005, se da en la siguiente tabla:

Año	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Miles de turismos	911	1.016	1.193	1.406	1.381	1.426	1.332	1.382	1.517	1.529

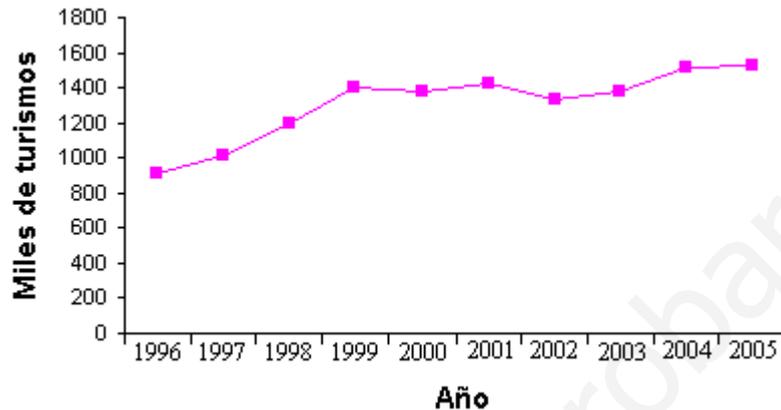
- Tomando como base 100 el número de turismos matriculados en el año 1996, expresa en números índices la variación de la serie.
- Representa los datos mediante una poligonal simple

Solución:

a) Si asignamos a 1996 la base 100, multiplicando el número de vehículos matriculados en cada año por $\frac{100}{911}$, se obtiene:

Año	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Miles de turismos	911	1.016	1.193	1.406	1.381	1.426	1.332	1.382	1.517	1.529
Índice	100	111,5	131	154,3	151,6	156,5	146,2	151,7	166,5	167,8

b)

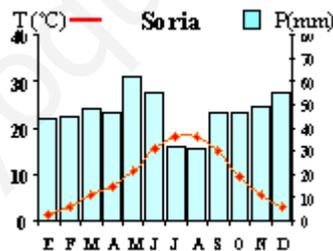


3. La precipitación (P) y la temperatura media mensual (T) registradas en Soria a lo largo del año son:

Mes	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
P (mm)	44	45	48	47	62	55	32	31	47	46	49	55
T (°C)	1,3	3,1	5,6	7,5	10,6	15,6	18,1	18,1	15	9,4	5,6	3,1

Representa gráficamente estos datos mediante un climograma.

Solución:



4. Siete estudiantes han leído este curso el siguiente número de libros:

3 4 5 6 5 7 5

Para estos datos, determina:

- a) La media b) La mediana c) La moda d) El rango

Solución:

a) $\bar{x} = \frac{3+4+5+6+5+7+5}{7} = \frac{35}{7} = 5.$

b) Se ordenan los datos: 3, 4, 5, 5, 5, 6, 7. El cuarto dato es la mediana.

c) El 5 es el dato que más se repite

d) Rango: $7 - 3 = 4.$

5. En una empresa hay 3 directivos, 50 operarios y 8 vendedores. Los sueldos mensuales, en euros, de cada categoría son los siguientes: directivos, 4.000; operarios, 1.400; vendedores, 2.000.

a) Halla la moda, la mediana y la media de los sueldos.

b) ¿Qué medida es más representativa del promedio?

Solución:

a) El sueldo que más se repite es la moda: 1.400 €.

Mediana:

Ordenados los sueldos de menor a mayor, los 50 primeros datos son 1400. El valor del dato 31º, que sería el correspondiente a la mediana, vale 1400 €.

Media (ponderada):

$$\bar{x}_p = \frac{1400 \cdot 50 + 2000 \cdot 8 + 4000 \cdot 3}{50 + 8 + 3} = \frac{98000}{61} = 1606,56.$$

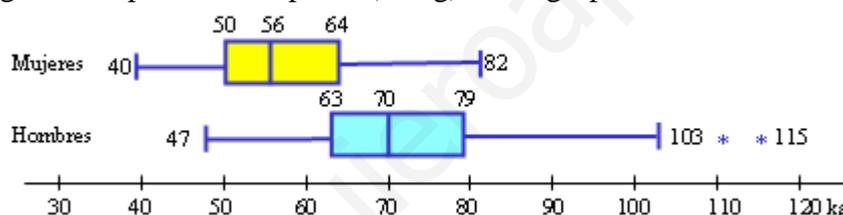
b) Ninguna es mala, aunque dado el peso de los operarios la más representativa sería la moda.

6. En primero de bachillerato de un centro escolar hay tres grupos, A, B y C, con 30, 35 y 25 alumnos, respectivamente. La nota media en Matemáticas fue, también respectivamente, de 5,3, 6,5 y 5,6. Halla la nota media de Matemáticas de todos los alumnos de primero.

Solución:

$$\bar{x}_p = \frac{30 \cdot 5,3 + 35 \cdot 6,5 + 25 \cdot 5,6}{90} = 5,85.$$

7. El gráfico siguiente representa los pesos (en kg) de un grupo similar de hombres y mujeres.



a) Indica los valores de las medianas respectivas.

b) ¿Cuánto vale en cada caso el rango intercuartílico?

c) ¿Hay algún elemento extraño? ¿Cuál es su peso?

d) ¿Qué porcentaje de mujeres pesa entre 40 y 50 kg?

e) ¿Dónde se da más homogeneidad de pesos, entre los más flacos o entre los más pesados?

Solución:

a) Mujeres: 56 kg. Hombres: 70 kg.

b) Mujeres: $C3 - C1 = 64 - 50 = 14$ kg. Hombres: $79 - 63 = 16$ kg.

c) En hombres hay dos: 110 y 115 kg.

d) 40 kg es el peso más bajo; 50 kg es el peso correspondiente al primer cuartil, que se corresponde con el 25 %

e) Si se consideran flacos al 50 % de los que pesan menos, hay más homogeneidad entre los flacos.

8. El cociente intelectual de los 210 alumnos de un centro de bachillerato se da en la tabla:

Intervalo	[82, 90)	[90, 98)	[98, 106)	[106, 114)	[114, 122)	[122, 130)	[130, 138)	[138, 146)
Frecuencia	12	32	49	54	30	17	11	5

a) Calcula los cuartiles y el rango intercuartílico.

b) Halla la diferencia entre los deciles 3 y 6.

c) Calcula la puntuación necesaria para pertenecer al 15 % de alumnos con mayor cociente intelectual.

Solución:

Para contestar a estas preguntas es necesario hallar la tabla de frecuencias acumuladas.

Intervalo	[82, 90)	[90, 98)	[98,106)	[106, 114)	[114, 122)	[122, 130)	[130, 138)	[138, 146)
Frecuencia	12	32	49	54	30	17	11	5
F. acum.	12	44	93	147	177	194	205	210

a) La posición de C1 es la del elemento 53°: $\frac{210}{4} = 52,5 \rightarrow 53^\circ$. Por tanto, $C1 = 98 + 9 \cdot \frac{8}{49} = 99,5$. ($53 = 44 + \underline{9} \rightarrow 98$ es el cociente intelectual del individuo 44°; los siguientes 49 individuos avanzan 8 puntos en total, luego $\underline{9}$ de ellos avanzarán $\underline{9} \cdot \frac{8}{49}$).

El valor de C2 es la puntuación del individuo situado en la posición de C2 es $105^\circ (= 93^\circ + 12^\circ)$. Por tanto, $C2 = 106 + 12 \cdot \frac{8}{54} = 107,8$. (106 es el cociente intelectual del individuo 93°).

La posición de C3 es 158. Por tanto, $C3 = 114 + 11 \cdot \frac{8}{30} = 116,9$.

Recorrido intercuartílico: $C3 - C1 = 17,4$.

b) La puntuación de D3 es la correspondiente al individuo $63^a \Rightarrow D3 = 98 + 19 \cdot \frac{8}{49} = 101,1$.

La posición de D6 es la 126^a . Por tanto, $D6 = 106 + 33 \cdot \frac{8}{54} = 110,9$.

$D6 - D3 = 9,8$.

c) Hay que calcular el percentil 85, cuya posición es la 179^a .

Por tanto, $P_{85} = 122 + 2 \cdot \frac{8}{17} = 122,9$.

9. Se ha preguntado a 50 mujeres sobre su número de hijos, obteniéndose los resultados:

0 1 1 2 2 0 1 5 4 3 2 1 0 2 0 0 2 1 4 2 2 0 1 3 2
1 2 3 3 5 2 1 1 4 1 4 2 3 1 3 1 0 0 2 2 2 0 3 1 2

Construye la tabla de frecuencias y calcula la media, varianza y desviación típica.

Solución:

El número de hijos y la frecuencia correspondiente se indican en las dos primeras columnas de la siguiente tabla; las demás columnas servirán para el cálculo de los parámetros.

Hijos: x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0	9	0	0
1	13	13	13
2	15	30	120
3	7	21	63
4	4	16	64
5	2	10	125
Sumas	50	90	250

De donde:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n} = \frac{90}{50} = 1,8. \quad s^2 = \frac{\sum f_i \cdot x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{250}{50} - 1,8^2 = 1,76 \Rightarrow s = 1,33.$$

10. Se ha realizado una encuesta a los 40 empleados de una empresa para saber cuanto tiempo tardan en llegar desde su casa hasta su puesto de trabajo. Las respuestas, en minutos, son las siguientes:

30 42 37 50 15 35 90 65 38 45 30 12 78 20 35 41 25 32 85 25
41 28 50 30 20 60 14 36 48 32 27 30 76 30 51 28 25 22 17 10

a) Construye la tabla de frecuencias agrupando los datos en intervalos.

b) Calcula la mediana, la moda, la media y la desviación típica.

Solución:

a)

Tiempo	x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$	F_i
[10, 20)	15	5	75	1125	5
[20, 30)	25	9	225	5625	14
[30, 40)	35	12	420	14700	26
[40, 50)	45	5	225	10125	31
[50, 60)	55	3	165	9075	34
[60, 70)	65	2	130	8450	36
[70, 80)	75	2	150	11250	38
[80, 90]	85	2	170	14450	40
TOTALES		40	1560	74800	

b) La posición de Me es la 20ª, es decir, está en el intervalo [30, 40).

Por tanto, $Me = 30 + 6 \cdot \frac{12}{10} = 37,2$ minutos.

El intervalo modal es [30, 40) y la clase modal es $Mo = 35$.

Media: $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{1560}{40} = 39$ minutos.

Desviación típica: $s = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{74800}{40} - 39^2} = 18,7$ minutos.

11. Halla la media y la desviación típica de los datos correspondientes al diagrama de tallo y hojas adjunto.

Solución:

Utilizando la calculadora.

$$\bar{x} = \frac{37 + 43 + 45 \cdot 2 + 46 \cdot 2 + 47 \cdot 3 + \dots + 77}{25} = 52,04.$$

$$s = 8,0813,03 \text{ kg.}$$

3	7
4	3 5 5 6 6 7 7 7 8 9
5	0 0 1 2 3 4 5 6 7
6	0 1 2 3
7	7

3 | 7 representa 37 kilos

12. Los rendimientos medios (en kilogramos por hectárea) en España, para los cereales que se indican, fueron:

Año	2010	2011	2012	2013	2014
Trigo	2150	3100	2300	2830	2840
Maíz	9450	9220	9720	9510	9110

Halla los rendimientos medios para el quinquenio de cada cereal. ¿Qué cereal es más fiable?

Solución:

T representa al trigo y M al maíz.

$$\bar{x}(T) = 2.644 \text{ kg/ha; } s(T) = 358,7 \text{ kg/ha} \Rightarrow CV(T) = 13,57 \%$$

$$\bar{x}(M) = 9.402 \text{ kg/ha; } s(M) = 216 \text{ kg/ha} \Rightarrow CV(M) = 2,3 \%$$

Es más fiable el cereal que tenga asociado un coeficiente de variación menor: el maíz.

13. A un congreso asisten seis mujeres cuyas edades son:

27 34 38 42 33 36 (años)

a) Calcula la media y varianza de sus edades.

b) Cinco años después coinciden las mismas mujeres. A partir de los cálculos anteriores, halla la nueva media y varianza de sus edades.

Solución:

a) $\bar{x} = 35$ años. $s^2 = 21,33$.

b) Pasados 5 años las edades son: 32, 39, 43, 47, 38, 41.

La nueva media sube 5 años: $\bar{x} [+5] = \bar{x} + 5 = 35 + 5 = 40$.

La varianza no cambia: $s^2 [+5] = s^2 = 21,33$.

14. El siguiente gráfico representa un total de 600 elementos. ¿Cuál es la frecuencia de cada categoría?

Solución:

Hay que resolver reglas de tres directas.

Si $360^\circ \rightarrow 600$; $1^\circ \rightarrow \frac{600}{360} = \frac{5}{3}$ elementos.

$24^\circ \rightarrow 40$ elementos; $66^\circ \rightarrow 110$ elementos; ...

Se obtiene:

Categoría	A	B	C	D	E
Frecuencia: f_i	40	110	120	150	180

