

RELACIÓN DE PROBLEMAS DE FUNCIONES

1) Dada la función: $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$. Calcula:

- a) Imagen del 3, 1, 1/2, y 2.
- b) Originales del 1 y del -3
- c) Punto de la gráfica de abscisa 3
- d) Puntos de la gráfica de ordenada -2/3.

2) Calcula el dominio de las funciones siguientes:

a) $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 6x + 5}$

b) $g(x) = \frac{x+2}{\sqrt{3-x}}$

c) $h(x) = \frac{2x+1}{\sqrt[3]{8-x^3}}$

d) $j(x) = \sqrt{\frac{2x^2 - 4x}{x+3}}$

e) $k(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{x^2 - 25}$

f) $l(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 4x - 4}}{x^2 - 1}$

g) $m(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$

h) $n(x) = \sqrt{\frac{x+1}{1-x}}$

i) $p(x) = \frac{3x+2}{\sqrt{1-3x}}$

3) Dadas las funciones:

a) $f(x) = \frac{3}{x-2}$

b) $g(x) = \frac{2x-3}{x-1}$

c) $h(x) = x^2 - 1$

Razona si son, o no, inyectivas.

4) Estudia la paridad de las funciones:

a) $y = x^2 + 1$

b) $y = x^3$

c) $y = x^2 - 6x + 8$

d) $y = 2x^2 - 4$

e) $y = 2x + x^3$

f) $y = \frac{1}{x}$

g) $y = \frac{x^2 + 1}{x}$

h) $y = \frac{x^3}{x^4 - 1}$

i) $y = \frac{2x + x^3}{4x^5}$

5) Escribe la fórmula de una función que no sea ni par, ni impar.

6) Calcula el dominio de las funciones:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -1, & \text{si } x < -1 \\ 2x+1, & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ 2, & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } g(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{x+5}, & \text{si } x < -2 \\ \frac{2}{x^2-1}, & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ 4x, & \text{si } 2 < x < 10 \end{cases}$$

7) Para las dos funciones del ejercicio anterior, calcula:

- a) Sus puntos de corte con los ejes coordenados
- b) Imagen del -1 , del 2 y del 4 .
- c) Originales del 2 .
- d) Punto de abscisa 5
- e) Puntos de ordenada 1 .

8) Dadas las funciones: $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$ y $g(x) = \sqrt{1-x^2}$, calcula la expresión algebraica y el dominio de:

- a) $f + g$
- b) $f - g$
- c) $f \cdot g$
- d) f / g

9) Dadas las funciones:

- a) $f(x) = 2x+1$ $g(x) = x^2$
- b) $f(x) = \sqrt{2x+3}$ $g(x) = \frac{1}{2x+3}$
- c) $f(x) = x^2 - 4$ $g(x) = \sqrt{x+3}$

Calcula la expresión algebraica y el dominio de: $f \circ g$ y de $g \circ f$.

10) Dadas las funciones del ejercicio 3,:

- a) En caso de que no sean inyectivas, restringir el dominio natural, hasta que lo sean en el dominio restringido.

b) Calcula la expresión algebraica de sus funciones inversas respecto de la composición, respectivas.

c) Dibuja las gráficas de las funciones inversas, usando las gráficas de sus respectivas funciones directas.

11) Dada la función: $f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x+1}, & \text{si } x < -1 \\ x^2 + 2x - 3, & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$, se pide:

a) Su gráfica

b) Puntos de abscisa: $-3, -1$ y 1 ; y puntos de ordenada: -3 .

c) Puntos de corte con los ejes.

12) Haz un esbozo de las gráficas de las funciones:

a) $y = -2$

b) $y = -2x$

c) $y = 3x + 2$

d) $y = x^2 + 2x + 1$

e) $y = 2x^2 + x - 3$

f) $y = 2x^2 + 8x + 3$

g) $y = -3x^2 + 6x - 1$

13) Dadas las funciones:

a) $y = \frac{-2}{3x}$

b) $y = \frac{x}{x+2}$

c) $y = \frac{x-5}{2x-1}$

d) $y = \frac{-2x}{x+1}$

e) $y = 2 + \sqrt{2x+1}$

f) $y = 1 - \sqrt{1-2x}$

- Haz sus gráficas.
- Calcula los puntos de corte con los ejes.

14) Dada la función: $g(x) = \begin{cases} 2x + 4, & \text{si } x < -2 \\ x^2 - 4, & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ -3, & \text{si } x > 2 \end{cases}$. Calcula:

a) Su dominio.

- b) Esboza su gráfica.
- c) Calcula los puntos de ordenada -3 .
- d) Calcula los puntos de corte con los ejes.

15) Dada la función:
$$h(x) = \begin{cases} \sqrt{-x-2} + 1, & \text{si } x < -2 \\ x^2 + 2x, & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ -\frac{1}{x+1}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$
 . Calcula:

- a) Dominio de definición de h .
- b) Puntos de ordenada: 2 , 3 y -1 .
- c) Puntos de corte con los ejes.
- d) Gráfica de $h(x)$.

16) Haz el esbozo de la gráfica de una función que cumple:

- Corta al eje de abscisas en: $(1, 0)$ y en $(-1, 0)$.
- Tiene un máximo relativo en $(0, 1)$.
- Es par.
- Crece en $(-\infty, 0)$ y decrece en $(0, +\infty)$.

17) Haz el esbozo de la gráfica de una función que cumple:

- Corta al eje de abscisas en: $(-2, 0)$, $(-1, 0)$, $(1, 0)$ y $(2, 0)$
- Presenta dos mínimos relativos en $(-1.5, -1)$ y $(1.5, -1)$ y un máximo relativo en $(0, 2)$.
- Es par.
- Si $x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow +\infty$, y si $x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow +\infty$.

18) Haz el esbozo de la gráfica de una función que cumple:

- Tiene como dominio de definición $\mathbb{R} - \{2\}$
- Corta a los ejes en: $(1, 0)$, $(4, 0)$ y $(0, -2)$.
- Es creciente en todo su dominio, salvo en el intervalo $(1, 2)$ donde es decreciente.
- Tiene como asíntotas las rectas: $x=2$, e $y=1$.

19) Haz el esbozo de la gráfica de una función que cumple:

- Corta a los ejes en: $(1, 0)$, $(4, 0)$ y $(0, -1)$.
- Es creciente en $(-\infty, 2)$ y decreciente en $(2, +\infty)$.
- Tiene como asíntota la recta: $x=2$.
- Si $x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty$.

20) Esboza la gráfica de una función que cumple:

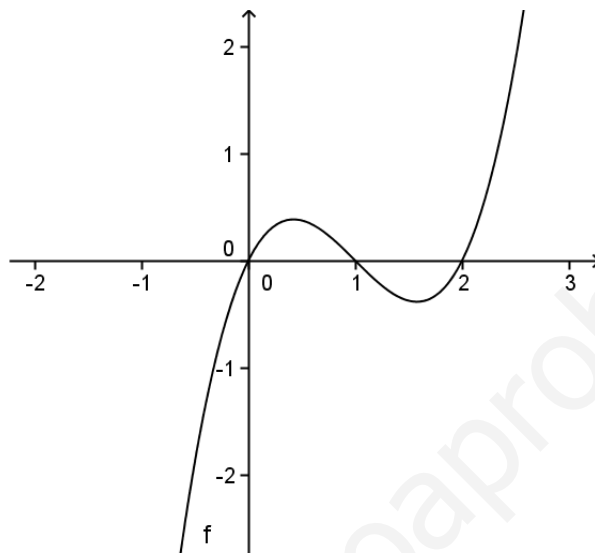
- Corta a los ejes en: $(-5, 0)$, $(2, 0)$, $(4, 0)$ y $(0, 3)$.
- Alcanza un máximo relativo en $(-1, 4)$ y otro en $(6, -2)$ y un mínimo en $(3, -2)$.
- Tiene como asíntota la recta: $x=5$.
- Si $x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty$, y si $x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty$.

21) Dibuja la gráfica de una función que cumpla:

- Es impar.
- Tiene un máximo relativo en $(-1, -2)$
- Tiene como asíntotas las rectas: $x=0$ e $y=x$.

22) La siguiente gráfica corresponde a la función: $y=f(x)$. Representa a partir de ella:

- a)** $y=f(x)-3$ **b)** $y=f(x+2)$ **c)** $y=2 \cdot f(x)$ **d)** $y=\frac{1}{2} \cdot f(x)$ **e)** $y = f(2x)$
f) $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ **g)** $y = -f(x)$ **h)** $y = f(-x)$ **i)** $y = |f(x)|$ **j)** $y = f(|x|)$



- 23)** Un cántaro vacío con capacidad para 20 litros pesa 2550 gramos. Calcula la fórmula de la función que nos da el peso total del cántaro en función de la cantidad en litros que contiene.
- 24)** El precio por establecimiento de llamada de cierta compañía telefónica es de 0'12 €. Si hablamos durante 5 minutos la llamada nos cuesta 0'87 € en total. Halla la función que nos da el precio total de la llamada según los minutos que estemos hablando.
- 25)** El perímetro de un rectángulo es 30 cm. Obtén la fórmula de la función que nos da el área del rectángulo en función de la longitud de la base.