



**UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID**  
**EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS**  
**UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO**  
Curso **2016-2017**  
**MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**

**INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$ :

$$\begin{cases} x - 2y - z = -2 \\ -2x - az = 2 \\ y + az = -2 \end{cases}$$

- Discútase en función de los valores del parámetro  $a$ .
- Resuélvase para  $a = 4$ .

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la región del plano  $S$  definida por:

$$1 \leq x \leq 5; \quad 2 \leq y \leq 6; \quad x - y \geq -4; \quad 3x - y \leq 10.$$

- Representétese gráficamente la región  $S$  y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
- Calcúlense los valores máximo y mínimo de la función  $f(x, y) = -200x + 600y$  en la región  $S$  y obténganse los puntos de  $S$  donde se alcanzan dichos valores.

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & \text{si } x < -1, \\ x^2 + x - 2 & \text{si } x \geq -1. \end{cases}$$

- Calcúlese el valor del parámetro real  $a$  para que  $f(x)$  sea una función continua en todo su dominio.
- Para  $a = 2$ , calcúlense los puntos de corte de la gráfica de la función con los ejes cartesianos. Determinéense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Una empresa fabrica dos modelos de ordenadores portátiles A y B, siendo la producción del modelo A el doble que la del modelo B. Se sabe que la probabilidad de que un ordenador portátil del modelo A salga defectuoso es de 0'02, mientras que esa probabilidad en el modelo B es de 0'06. Calcúlese la probabilidad de que un ordenador fabricado por dicha empresa elegido al azar:

- No salga defectuoso.
- Sea del modelo A, si se sabe que ha salido defectuoso.

**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

El tiempo, en horas, que tarda cierta compañía telefónica en hacer efectiva la portabilidad de un número de teléfono se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica  $\sigma = 24$  horas. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 16. Calcúlese:

- La probabilidad de que la media muestral del tiempo,  $\bar{X}$ , supere las 48 horas, si  $\mu = 36$  horas.
- El nivel de confianza con el que se ha calculado el intervalo  $(24'24; 47'76)$  para  $\mu$ .

### OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérense las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- Detérmínesse la matriz  $C^{40}$ .
- Calcúlese la matriz  $X$  que verifica

$$X \cdot A + 3B = C.$$

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{3x - 2}.$$

- Estúdiense sus asíntotas.
- Detérmínesse los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = x^2 + ax.$$

- Calcúlese el valor del parámetro real  $a$  para que la función  $f(x)$  tenga un extremo relativo en  $x = 2$ . Detérmínesse si se trata de un máximo o un mínimo local.
- Para  $a = -2$ , hállese el área del recinto acotado por la gráfica de  $f(x)$ , el eje de abscisas y las rectas  $x = 0$  y  $x = 2$ .

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

La probabilidad de que cierto río esté contaminado por nitratos es 0'6, por sulfatos es 0'4, y por ambos es 0'2. Calcúlese la probabilidad de que dicho río:

- No esté contaminado por nitratos, si se sabe que está contaminado por sulfatos.
- No esté contaminado ni por nitratos ni por sulfatos.

**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

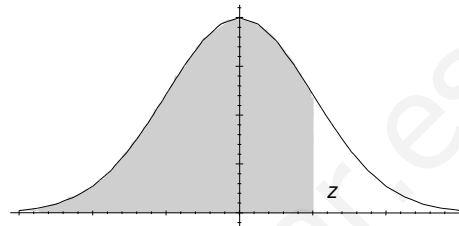
La longitud auricular de la oreja en varones jóvenes, medida en centímetros (cm), se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica  $\sigma = 0'6$  cm.

- Una muestra aleatoria simple de 100 individuos proporcionó una media muestral  $\bar{x} = 7$  cm. Calcúlese un intervalo de confianza al 98 % para  $\mu$ .
- ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de  $\mu$  por la media muestral sea a lo sumo de 0'1 cm, con un nivel de confianza del 98 %?

## Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

### ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



$z$	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
<b>0,0</b>	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
<b>0,1</b>	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
<b>0,2</b>	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
<b>0,3</b>	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
<b>0,4</b>	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
<b>0,5</b>	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
<b>0,6</b>	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
<b>0,7</b>	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
<b>0,8</b>	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
<b>0,9</b>	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
<b>1,0</b>	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
<b>1,1</b>	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
<b>1,2</b>	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
<b>1,3</b>	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
<b>1,4</b>	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
<b>1,5</b>	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
<b>1,6</b>	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
<b>1,7</b>	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
<b>1,8</b>	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
<b>1,9</b>	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
<b>2,0</b>	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
<b>2,1</b>	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
<b>2,2</b>	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
<b>2,3</b>	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
<b>2,4</b>	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
<b>2,5</b>	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
<b>2,6</b>	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
<b>2,7</b>	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
<b>2,8</b>	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
<b>2,9</b>	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
<b>3,0</b>	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

**ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos**

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto del valor crítico.....0,50 puntos.

Discusión correcta.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema.....1,00 punto.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Representación correcta de la región S.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de las coordenadas de los vértices.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Obtención de las coordenadas del máximo y su valor objetivo.....0,50 puntos.

Obtención de las coordenadas del mínimo y su valor objetivo.....0,50 puntos.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la condición de continuidad.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la constante  $a$  .....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Obtención correcta de los puntos de corte.....0,25 puntos.

Obtención correcta de la derivada de  $f$ .....0,25 puntos.

Estudio correcto del crecimiento y decrecimiento.....0,50 puntos.

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

**Ejercicio 5.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Expresión correcta de la distribución de la media muestral .....0,25 puntos.

Planteamiento de la probabilidad .....0,25 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad .....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta del error .....0,25 puntos.

Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$ .....0,25 puntos.

Obtención correcta del nivel de confianza.....0,50 puntos.

**NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.**

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de la matriz  $C^{40}$  ..... 1 punto.

Apartado (b): 1 punto.

Determinación de la matriz X despejando ..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la matriz X ..... 0,50 puntos.

### Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Obtención correcta de la asíntota vertical ..... 0,50 puntos.

Obtención correcta de la asíntota oblicua ..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la derivada ..... 0,50 puntos.

Determinación correcta de los intervalos de crecimiento ..... 0,50 puntos.

### Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto ..... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la constante  $a$  ..... 0,25 puntos.

Determinación correcta del tipo de extremo (mínimo) ..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto ..... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la función primitiva ..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la integral definida ..... 0,25 puntos.

### Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto ..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida ..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto ..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida ..... 0,50 puntos.

### Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$  ..... 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza ..... 0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo de confianza ..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la fórmula del tamaño ..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto del tamaño de la muestra ..... 0,50 puntos.

**NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.**

OPCION A

Problema 1

$$a) A' = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -a & 2 \\ 0 & 1 & a & -2 \end{pmatrix} |A| = 2 - 3a = 0 \Rightarrow a = 2/3$$

$$\text{Si } a \neq 2/3 \text{ Rango}(A) = \text{rango}(A') = 3 \Rightarrow \text{SCD}$$

$$\text{Si } a = 2/3 \quad A' = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -2/3 & 2 \\ 0 & 1 & 2/3 & -2 \end{pmatrix} \left| \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{array} \right| = 10 \neq 0 \Rightarrow \text{rango}(A') = 3$$

$$\text{rango}(A) \neq \text{rango}(A') \Rightarrow \text{SI}$$

$$b) \text{ Si } a = 4 \begin{cases} x - 2y - z = -2 \\ -2x - 4z = 2 \\ y + 4z = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases}$$

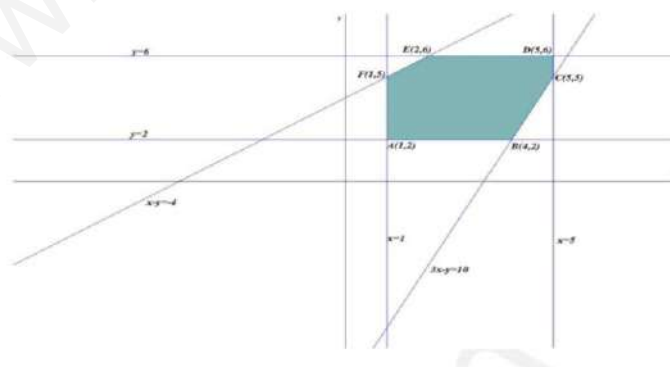
Problema 2

a)

Función objetivo  $F(x,y)$

$$= -200x$$

$$+ 60yS: \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ 2 \leq y \leq 6 \\ x - y \geq -4 \\ 3x - y \leq 10 \end{cases} \text{ Vértices: } (1,2) (4,2) (5,5) (5,6) (2,6) (1,5)$$



$$b) F(1,2) = 1000 \quad F(4,2) = 400 \text{ M\u00ednimo}$$

$$F(5,5) = 2000 \quad F(5,6) = 2600 \quad F(2,6) = 3200 \text{ M\u00e1ximo} \quad F(1,5) = 2800$$

### Problema 3

a) Continuidad en  $x = -1$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} ax + 1 = a + 1 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} x^2 + x - 2 = -2 \end{cases} \Rightarrow -a + 1 = -2 \Rightarrow a = 3$$

b) Para  $a = 2$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 + x - 2 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

Si  $x < -1$   $f'(x) = 2$  con lo que crece siempre en  $(-\infty, -1)$  y no corta a los ejes

Si  $x \geq -1$   $f'(x) = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1/2$  y  $f''(x) = 2 > 0$  con lo que es un mínimo.

La función decrece en  $(-1, -1/2)$  y crece en  $(-1/2, \infty)$

Haciendo  $x = 0$  tendrá corte con OY en  $(0, -2)$

Haciendo  $f(x) = 0$  tendrá corte con OX en  $x = 1$  ( $x = -2$  no está en esta rama)

luego el punto de corte es  $(1, 0)$

### Problema 5

a)  $N(\mu, 24)n = 16$

$$P(\bar{X} \geq 48) = 1 - P(\bar{X} \leq 48) = 1 - P\left(Z \leq \frac{18 - 36}{24/\sqrt{16}}\right) = 1 - P(Z \leq -2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$

$$b) E = \frac{47.76 - 24.24}{2} = 11.76$$

$$E = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 11.76 = Z_{\alpha/2} \frac{24}{\sqrt{16}} \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1.96$$

El nivel de confianza es 95%

OPCION B

Problema 1

$$a) C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} C^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$C^{40} = (C^2)^{20} = I^{20} = I$$

$$b) XA + 3B = C \Rightarrow XA = C - 3B \Rightarrow X = (C - 3B)A^{-1}$$

$$C - 3B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -9 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} -4 & -9 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 17 \\ -1 & -8 \end{pmatrix}$$

Problema 2

$$a) \text{Verticales en } x = 2/3$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2/3^-} \frac{x^2 - 1}{3x - 2} = \left[ \frac{-5/9}{0^-} \right] = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2/3^+} \frac{x^2 - 1}{3x - 2} = \left[ \frac{-5/9}{0^+} \right] = -\infty \end{cases}$$

$$\text{Horizontales } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 1}{3x - 2} = \pm\infty \Rightarrow \text{no hay}$$

$$\text{Oblicuas } y = mx + n$$

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 1}{3x^2 - 2} = \frac{1}{3}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 1}{3x - 2} - \frac{1}{3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 3}{3(3x - 2)} = \frac{2}{9}$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{9}$$

$$b) f'(x) = \frac{3x^2 - 4x + 3}{(3x - 2)^2} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 4x + 3 = 0 \text{ no tiene solución}$$

$$f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R} - \{2/3\} \Rightarrow f \text{ crece en } \mathbb{R} - \{2/3\}$$

Problema 3

$$a) f'(x) = 2x + a \quad f'(2) = 4 + a = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$\text{Como } f''(x) = 2 > 0 \Rightarrow x = 2 \text{ es un m\u00ednimo}$$



b) Si  $a = -2$   $f(x) = x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ o } x = 2$

$$A_1 = \int_0^2 x^2 - 2x \, dx = \left[ \frac{x^3}{3} - x^2 \right]_0^2 = \frac{8}{3} - 4 = -\frac{4}{3}$$

$$A = |A_1| = \frac{4}{3}$$

Problema 4

$$\text{a) } P(\overline{N}/S) = \frac{P(\overline{N} \cap S)}{P(S)} = \frac{P(S) - P(N \cap S)}{P(S)} = \frac{0.4 - 0.2}{0.4} = 0.5$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\overline{N} \cap \overline{S}) &= P(\overline{N \cup S}) = 1 - P(N \cup S) = 1 - (P(N) + P(S) - P(N \cap S)) = \\ &= 1 - (0.6 + 0.4 - 0.2) = 0.2 \end{aligned}$$

Problema 5

$$\text{a) } \sigma = 0.6 \quad n = 100 \quad Z_{\alpha/2} = 2.325$$

$$E = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.325 \frac{0.6}{\sqrt{100}} = 0.1395$$

$$IC = (\overline{X} - E, \overline{X} + E) = (6.8605, 7.1395)$$

$$\text{b) } Z_{\alpha/2} = 2.325 \quad E = 0.1$$

$$E = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.1 = 2.325 \frac{0.6}{\sqrt{n}} \Rightarrow n \geq 194.605 \Rightarrow n = 195$$