Ejercicios de Progresiones Geométricas

1. Calcula el término general de una progresión geométrica de la que se conocen los siguientes datos:

a)
$$a_2 = 2, a_3 = 8$$

b)
$$b_1 = \frac{1}{5}$$
, $b_2 = \frac{1}{10}$

c)
$$c_4 = 162$$
, $r = 3$

d)
$$d_3 = 72$$
, $d_6 = 243$

(Solución: a)
$$a_n = \frac{1}{2} \cdot 4^{n-1}$$
; b) $b_n = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$; c) $2 \cdot 3^n$; d) $d_n = 32 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$)

- 2. Realiza las siguientes interpolaciones:
 - a) Tres medios proporcionales entre 64 y 4.
 - b) Cuatro medios geométricos entre 3 y -96.

(Solución: a) 32,16,8; b) -6, 12, -24, 48)

3. Calcula las siguientes sumas de n términos de una progresión geométrica:

a)
$$S_6$$
, siendo $a_1 = 7$ y $a_2 = 14$.

b)
$$S_5$$
, siendo $a_2 = \frac{8}{3}$ y $a_5 = \frac{1}{3}$.

c)
$$S_8$$
, siendo $a_4 = 9$ y $a_7 = \frac{1}{3}$.

(Solución: a)
$$S_6=441$$
; b) $S_5=\frac{31}{3}$; c) $S_8=\frac{3.280}{9}$)

4. Suma de todos los términos de una progresión geométrica:

a) Calcula S, sabiendo que
$$r = \frac{1}{2}$$
 y $a_5 = 3$.

b) Calcula S, sabiendo que
$$a_1 = 100$$
 y $a_4 = \frac{32}{5}$.

c) Calcula
$$a_1$$
, sabiendo que $r = \frac{3}{5}$ y $S = \frac{1}{2}$.

d) Calcula
$$r$$
, sabiendo que $a_1 = \frac{1}{2}$ y $S = 3$.

(Solución: a)
$$S = 96$$
; b) $S = \frac{500}{3}$; c) $a_1 = \frac{1}{5}$; d) $r = \frac{5}{6}$)

5. Calcula los siguientes productos de n términos de una progresión geométrica:

a)
$$P_8$$
, sabiendo que $a_3 = \frac{1}{3}$ y $a_4 = 1$ b) P_6 , sabiendo que $a_2 = \frac{8}{3}$ y $r = \frac{1}{2}$.

b)
$$P_6$$
, sabiendo que $a_2 = \frac{8}{3}$ y $r = \frac{1}{2}$.

(Solución: a)
$$P_8 = 81$$
; b) $P_6 = \frac{512}{729}$)

- 6. Cuenta la leyenda que el inventor del ajedrez pidió como premio que le entregaran un grano de trigo por la primera casilla del tablero, dos por la segunda, cuatro por la tercera, y así sucesivamente por cada casilla doble número de granos de trigo que por la anterior. ¿Cuántos granos de trigo pidió? (Solución: Pidió 18.446.744.073.709.551.615 granos de trigo)
- 7. Un mendigo pide alojamiento para 20 días a un avaro. El avaro le pide por el alojamiento 50 € por el primer día, 60 € por el segundo día, 70 € por el tercero, y así sucesivamente, cada día 10 € más que el anterior. El mendigo acepta con la condición de que el avaro le de a él 1 céntimo el primer día, 2 céntimos el segundo día, 4 céntimos el tercero, y así sucesivamente, cada día doble que el anterior. ¿Cuál será el saldo una vez que hayan transcurrido los veinte días?. (Solución: El avaro debe pagar al mendigo 7.585,75 €)