OPCIÓN A

A 1 *(hasta 3 puntos)*

a) Representar gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:

$$0 \leq x \ , \ 0 \leq y \ , \ 3x + y \leq 60 \ , \quad x + 2y \leq 40$$

b) Hallar el valor máximo de las funciones $F(x, y) = 6x + 5y$, $G(x, y) = 2x + 4y$ en dicha región y los puntos en los que se alcanza.

A 2 *(hasta 3 puntos)*

El precio de la entrada en una sala de cine puede aumentar o disminuir de 50 en 50 céntimos con arreglo a la fórmula, $p = 6 + 0.5x \quad (x = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$. El número de espectadores correspondiente a ese precio se calcula mediante la fórmula $e = 320 - 20x \quad (x = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$.

a) Calcular el número de espectadores correspondiente a un precio de 5.5, 6 y 6.5 euros. ¿Cómo puedes interpretar el aumento o disminución del número de espectadores en función del precio?

b) Calcular la función que expresa los ingresos obtenidos en la sala en función de la variable x, desarrollando su expresión

c) ¿Cuál es el precio de la entrada que hace que los ingresos sean máximos? ¿Cuál es el número de espectadores correspondientes a ese precio? ¿A cuánto ascienden esos ingresos máximos?

A 3 *(hasta 2 puntos)*

En una urna se tienen 4 bolas blancas y 4 negras. Se extrae una bola, se apunta su color y se reemplaza por otra bola del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola. Calcular:

a) La probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color

b) La probabilidad de que la segunda bola sea blanca

A 4 *(hasta 2 puntos)*

El número de horas de funcionamiento de una determinada marca de tablet sigue una distribución normal de media 1800 horas y desviación típica 250 horas. Se pide calcular:

a) Probabilidad de que la tablet dure más de 2200 horas

b) Probabilidad de que la duración de la tablet esté entre 1800 y 2000 horas

c) Probabilidad de que la tablet dure menos de 1500 horas

d) ¿Cuál es, con una probabilidad del 95%, el número máximo de horas que se puede esperar para el funcionamiento de una de estas tablet?

OPCIÓN B

B 1 *(hasta 3 puntos)*

a) Calcular los valores de a, b, c, d, que verifiquen la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 2a-2 & 2b \\ c+1 & d+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & d-2 \\ 2c & 2a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, calcular A^{20}. Razona la respuesta.

B 2 *(hasta 3 puntos)*

Sea $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$,

a) Calcular el valor de los parámetros a y b para que $f(x)$ tenga extremos relativos para los puntos de abscisa $x = -1$ y $x = 3$. ¿Qué tipo de extremos son?

b) Calcular para $a = 1 = b$ la integral definida: $\int_0^3 f(x)dx$

B 3 *(hasta 2 puntos)*

En una reunión en la que hay 150 personas 35 son alaveses y el resto guipuzcoanos. De entre los alaveses el 30% es aficionado a la lectura, mientras que entre los guipuzcoanos lo son el 55%. Se elige una persona al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea aficionada a la lectura?

b) Si la persona elegida ha resultado ser aficionada a la lectura, ¿cuál es la probabilidad de que sea alavés?

B 4 *(hasta 2 puntos)*

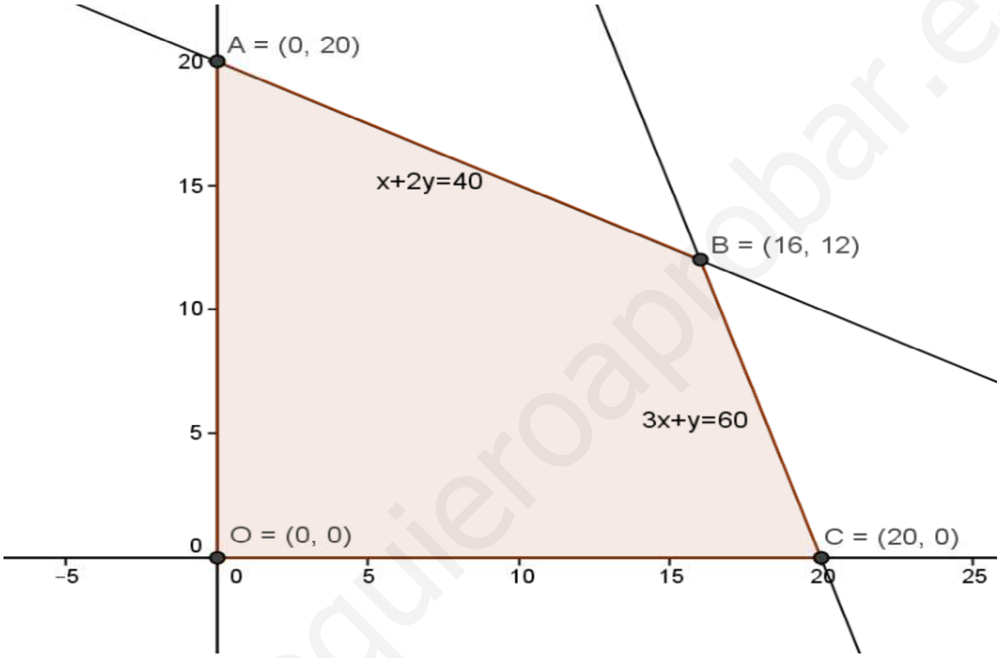
Un baserritarra quiere estimar el peso medio μ de las vacas de su ganado. Sabe, por investigaciones anteriores, que la desviación típica del peso de las vacas es $\sigma = 32$ kg. Elige una muestra aleatoria de 30 vacas, resultando que la media de sus pesos es $\bar{x} = 408$ kg. Calcular los intervalos de confianza del 95% y del 99% para la media de la población.

SOLUCIONES

OPCIÓN A

A 1 *(Ejercicio de resolución de un problema de programación lineal)*

(a) El dibujo correspondiente a la región es el siguiente:



(b) El $\max F(x,y)=156$ y se alcanza en el punto B(16 , 12). El $\max G(x,y)=80$ y se alcanza en los puntos A(0 , 20) y B(16, 12) y por lo tanto en todo el segmento AB.

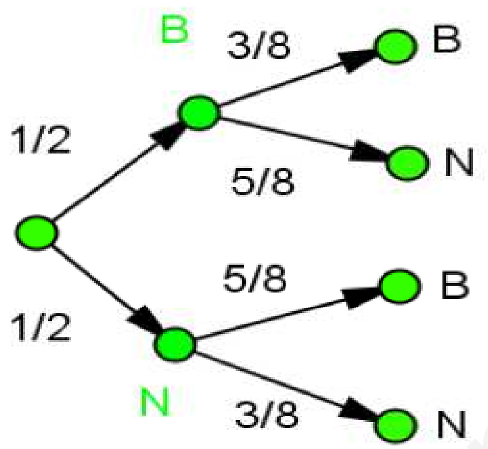
A 2 *(Ejercicio de cálculo de la expresión de una función y de su máximo mediante derivadas, y de los valores de la función)*

(a) Si el $p=5.5€$ el número de espectadores es $e=340$. Si el $p=6€$ el número de espectadores es $e=320$.Para un $p=6.5€$ el número de espectadores es $e=300$. Cuando el precio aumenta en 50 céntimos el número de espectadores disminuye en 20 y cuando el precio disminuye en 50 céntimos el número de espectadores aumenta en 20

(b) Los ingresos son: $I=p\cdot e=(6+0.5x)\cdot(320-20x)=1920+40x-10x^2$

(c) $I' = 40 - 20x = 0$, de donde, $x = 2$, $p = 7€$, $e = 280$. Los ingresos serían: $I = 1960€$

A 3 *(Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante un diagrama de árbol)*



a) $p(igual color) = \frac{3}{8}$

b) $p(2^a blanca) = \frac{1}{2}$

A 4 *(Ejercicio de comprensión y manejo de distribuciones normales)*

N (μ=1800, σ=250)

(a) Probabilidad de que la tablet dure más de 2200 horas

$p(X \geq 2200) = 0{,}0548$

(b) Probabilidad de que la duración esté entre 1800 y 2000 horas

$p(1800 \leq X \leq 2000) = 0{,}2881$

(c) Probabilidad de que la duración sea inferior a 1500 horas

$p(X \leq 1500) = 0{,}1151$

(d) ¿Cuál es, con una probabilidad del 95%, el número máximo de horas que se puede esperar para el funcionamiento de una de estas tablet?

$p(X \leq h) = 0{,}95$, $h = 2212$

OPCIÓN B

B 1 (Ejercicio de cálculo matricial)

(a)

$$a = -2,\ b = 0,\ c = 1,\ d = 2$$

(b)

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix},\ A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \text{ de donde }\ A^{20} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -20 & 1 \end{pmatrix}$$

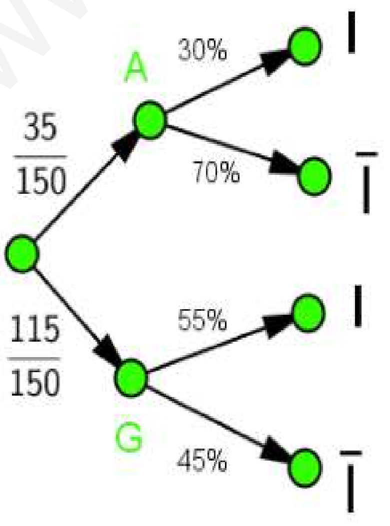
B 2 *(Ejercicio de cálculo de parámetros de una función y cálculo de un área)*

(a) $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$, $\begin{cases} y'(-1) = 3 - 2a + b = 0 \\ y'(3) = 27 + 6a + b = 0 \end{cases}$

Del sistema anterior se obtiene que $a = -3$ y $b = -9$; de donde $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$. Máximo (-1, 9), mínimo (3, -23)

(b) $\int_0^3 (x^3 + x^2 + x + 4)dx = \frac{183}{4}$

B 3 *(Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante un diagrama de árbol y la probabilidad condicional)*



a) p(I) = 0,23·0,30 + 0,77· 0,55 = 0,49

b)

$$p(A/I) = \frac{p(A \cap I)}{p(I)} = \frac{0{,}23 \cdot 0{,}3}{0{,}23 \cdot 0{,}3 + 0{,}77 \cdot 0{,}55} = \frac{0{,}07}{0{,}49} = 0{,}14$$

B 4 *(Ejercicio de cálculo de un intervalo de confianza para la media de una población, que requiere conocer y aplicar correctamente la fórmula apropiada)*

Tenemos una $N(\mu, \sigma = 32)$, siendo $\bar{x} = 408$. Por lo tanto:

IC del 95%: $408 \pm 1.96 \frac{32}{\sqrt{30}} = (396{,}55; 419{,}45)$

IC del 99%: $408 \pm 2.58 \frac{32}{\sqrt{30}} = (392{,}93; 423{,}07)$