	Pruebas de acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS II**	**EJERCICIO** **Nº Páginas: 2**

El alumno deberá escoger libremente CINCO problemas completos de los DIEZ propuestos. Se expresará claramente los elegidos. Si se resolvieran más, sólo se corregirán los 5 primeros que estén resueltos (según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego) y que no aparezcan totalmente tachados.

2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Los 5 ejercicios se puntuarán sobre un máximo de 2 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. **Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales**, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

E1.- (Álgebra)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x-y+az=0 \\ x-z=0 \\ 2x+ay-2z=0 \end{cases}$

a) Estudie la existencia y número de soluciones según los valores del parámetro real *a*. **(1,2 puntos)**

b) Resuélvalo, si es posible, para el valor del parámetro $a=-1$. **(0,8 puntos)**

E2.- (Álgebra)

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ a-3 & a-3 \end{pmatrix}$

a) Indique para qué valores de *a* existe la matriz inversa A^{-1} . **(0,5 puntos)**

b) Si $a=4$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$,

encuentre la matriz X que verifica que $B+XA=C$ **(1,5 puntos)**

E3.- (Geometría)

Sea el plano $\pi \equiv x-2y+2z+1=0$, la recta $r \equiv \begin{cases} x-y=0 \\ z+1=0 \end{cases}$ y el punto $A=(1,3,-1)$.

Hallar la ecuación del plano que pasa por *A*, es paralelo a *r* y perpendicular a π. **(2 puntos)**

E4.- (Geometría)

Dado el punto $A=(1,2,4)$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{2}$,

a) Hallar un punto *B* de la recta *r* de forma que el vector $\overrightarrow{AB}$ sea paralelo al plano $\pi \equiv x+2z=0$ **(1,5 puntos)**

b) Hallar un vector (a,b,c) perpendicular a $(1,0,-1)$ y $(2,1,0)$. **(0,5 puntos)**

E5.- (Análisis)

Representar gráficamente la función $f(x)=xe^x$, calculando previamente sus extremos relativos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad y sus asíntotas.

(2 puntos)

E6.- (Análisis)

Demuestre que la ecuación $x^3-12x=-2$ tiene una solución en el intervalo $\left[-2,2\right]$ y pruebe además que esa solución es única. **(2 puntos)**

E7.- (Análisis)

a) Calcular $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-\cos x-x}{e^x+senx-1}$. **(1 punto)**

b) Calcular $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(senx+\cos x\right)dx$. **(1 punto)**

E8.- (Análisis)

a) Calcule los puntos de corte de las gráficas de las funciones $f(x)=\dfrac{2}{x}$ y $g(x)=3-x$.

(0,5 puntos)

b) Sabiendo que en el intervalo $\left[1,2\right]$ se verifica que $g(x)\geq f(x)$ calcular el área del recinto limitado por la gráfica de ambas funciones en dicho intervalo. **(1,5 puntos)**

E9- (Probabilidad y estadística)

El peso de los alumnos de 2º de bachillerato de un instituto de León, sigue una distribución normal, de media 75 kg y de desviación típica 5. Si se elige al azar un alumno, calcular la probabilidad de que:

a) Tenga un peso entre 70 y 80 kg. **(1 punto)**

b) Tenga un peso superior a 85 kg. **(1 punto)**

E10.- (Probabilidad y estadística)

La probabilidad de que a un puerto llegue un barco de tonelaje bajo, medio o alto es 0,6, 0,3 y 0,1, respectivamente. La probabilidad de que necesite mantenimiento en el puerto es 0,25 para los barcos de bajo tonelaje, 0,4 para los de tonelaje medio y 0,6 para los de tonelaje alto.

a) Si llega un barco a puerto, calcule la probabilidad de que necesite mantenimiento.

(1 punto)

b) Si un barco ha necesitado mantenimiento, calcule la probabilidad de que sea de tonelaje medio.

(1 punto)

SOLUCIONES

E1.- (Álgebra)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x-y+az=0 \\ x-z=0 \\ 2x+ay-2z=0 \end{cases}$

a) Estudie la existencia y número de soluciones según los valores del parámetro real a. **(1,2 puntos)**

b) Resuélvalo, si es posible, para el valor del parámetro $a=-1$. **(0,8 puntos)**

a) El sistema tiene asociada una matriz de coeficientes $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & a & -2 \end{pmatrix}$.

Calculamos su determinante.

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & -1 & a \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & a & -2 \end{vmatrix}=2+a^2-2+a=a^2+a$$

Igualamos a cero el determinante.

$$|A|=0 \Rightarrow a^2+a=0 \Rightarrow a(a+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=-1 \end{cases}$$

Distinguimos tres casos,

CASO 1. $a\neq 0 \ y \ a\neq -1$.

En este caso el determinante de A no se anula y su rango es 3, al igual que el de la matriz ampliada A/B y el número de incógnitas. **El sistema tiene solución y esta solución es única.** El sistema es compatible determinado.

CASO 2. $a=0$.

En este caso el determinante de A se anula y su rango no es 3.

Para $a=0$ la matriz A queda $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

Se observa que la 2ª y 3ª fila son proporcionales, por lo que tomamos el menor resultante de quitar la 3ª fila y la columna 1ª → $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ con determinante $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}=1\neq 0$.

El rango de A es 2.

El rango de la matriz $A/B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ es también 2 ya que le hemos añadido una columna de ceros a la matriz A para obtener la matriz ampliada A/B.

Como Rango de A = Rango de A/B = 2 < 3 = nº de incógnitas entonces el sistema es compatible indeterminado**, tiene infinitas soluciones.**

CASO 3. $a=-1$.

En este caso el determinante de A se anula y su rango no es 3.

Para $a=-1$ la matriz A queda $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & 0 & -1\\ 2 & -1 & -2\end{pmatrix}$.

Se observa que la 1ª y 3ª columna son proporcionales, por lo que tomamos el menor resultante de quitar la 1ª columna y la 1ª fila → $\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}$ con determinante $\begin{vmatrix}0 & -1\\ -1 & -2\end{vmatrix}=-1\neq 0$.

El rango de A es 2.

El rango de la matriz $A/B=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1 & 0\\ 1 & 0 & -1 & 0\\ 2 & -1 & -2 & 0\end{pmatrix}$ es también 2 ya que le hemos añadido una columna de ceros a la matriz A para obtener la matriz ampliada *A/B*.

Como Rango de *A* = Rango de *A/B* = 2 < 3 = nº de incógnitas entonces el sistema es compatible indeterminado**, tiene infinitas soluciones**.

b) Para $a=-1$ estaríamos en el caso 3 el sistema es compatible indeterminado y se puede resolver, aunque las soluciones son infinitas y dependen de un parámetro.

$$\begin{cases}x-y-z=0\\ x-z=0\\ 2x-y-2z=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x-y-z=0\\ \boxed{x=z}\\ 2x-y-2z=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}z-y-z=0\\ 2z-y-2z=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-y=0\\ -y=0\end{cases} \Rightarrow \boxed{y=0}$$

La solución es $\boxed{x=t;\ y=0;\ z=t}$

E2.- (Álgebra)

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix}a+1 & 1\\ a-3 & a-3\end{pmatrix}$

a) Indique para qué valores de a existe la matriz inversa A^{-1}. **(0,5 puntos)**

b) Si $a=4$, $B=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$,

encuentre la matriz X que verifica que $B+XA=C$ **(1,5 puntos)**

a) Veamos cuando el determinante se anula.

$$|A|=\begin{vmatrix}a+1 & 1\\ a-3 & a-3\end{vmatrix}=(a+1)(a-3)-(a-3)=a^2-2a-3-a+3=a^2-3a$$

Igualamos a cero el determinante.

$$|A|=0\Rightarrow a^2-3a=0\Rightarrow a(a-3)=0\Rightarrow\begin{cases}a=0\\ a=3\end{cases}$$

El determinante se anula cuando $a=0$ o $a=3$. En estos dos casos no existe la inversa.

Cuando $a\neq 0$ y $a\neq 3$ la matriz A tiene inversa.

b) Si $a=4$ la matriz A queda $A=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ y tiene inversa por ser $a\neq 0$ y $a\neq 3$.

Calculamos su inversa.

$$|A|=\begin{vmatrix}5 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix}=5-1=4$$

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^T\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}5 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}}{4}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 5\end{pmatrix}$$

Despejamos X en la ecuación matricial $B+XA=C$.

$$B+XA=C\Rightarrow XA=C-B\Rightarrow X=\left(C-B\right)A^{-1}$$

Sustituyendo

$$X=\left(\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}\right)\frac{1}{4}\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 5\end{pmatrix}$$

$$X=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 5\end{pmatrix}$$

$$X=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}-1-1 & 1+5\\ -1-1 & 1+5\end{pmatrix}$$

$$X=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}-2 & 6\\ -2 & 6\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}-1/2 & 3/2\\ -1/2 & 3/2\end{pmatrix}$$

E3.- (Geometría)

Sea el plano $\pi\equiv x-2y+2z+1=0$, la recta $r\equiv\begin{cases}x-y=0\\ z+1=0\end{cases}$ y el punto $A=\left(1,3,-1\right)$.

Hallar la ecuación del plano que pasa por *A*, es paralelo a *r* y perpendicular a π. **(2 puntos)**

Si el plano π´ es paralelo a *r* y perpendicular a π tiene como vectores directores el director de la recta *r* y el normal del plano.

Obtengamos las ecuaciones paramétricas de la recta y podremos obtener un vector director de la misma.

$$r\equiv\begin{cases}x-y=0\\ z+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=y\\ z=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=t\\ y=t\\ z=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0+t\\ y=0+t\\ z=-1+0t\end{cases}$$

El vector director de la recta es $\overrightarrow{v_r}=\left(1,1,0\right)$.

El vector normal del plano $\pi\equiv x-2y+2z+1=0$ es $\vec{n}=\left(1,-2,2\right)$.

La ecuación del plano π´ pedido es:

$$\left.\begin{array}{l}A\left(1,3,-1\right)\in\pi'\\ \vec{v}=\overrightarrow{v_r}=\left(1,1,0\right)\\ \vec{u}=\vec{n}=\left(1,-2,2\right)\end{array}\right\}\Rightarrow\pi'\equiv\begin{vmatrix}x-1 & y-3 & z+1\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & -2 & 2\end{vmatrix}=0$$

$$\pi' \equiv 2x-2-2z-2-z-1-2y+6=0$$

$$\boxed{\pi' \equiv 2x-2y-3z+1=0}$$

E4.- (Geometría)

Dado el punto $A=(1,2,4)$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{2}$,

a) Hallar un punto B de la recta r de forma que el vector $\overrightarrow{AB}$ sea paralelo al plano $\pi \equiv x+2z=0$ **(1,5 puntos)**

b) Hallar un vector (a,b,c) perpendicular a $(1,0,-1)$ y $(2,1,0)$. **(0,5 puntos)**

a) Pasamos la ecuación de la recta a paramétricas.

$$r \equiv \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{2} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} P_r(1,1,1)\in r \\ \overrightarrow{v_r}=(2,1,2) \end{array}\right\} \Rightarrow r \equiv \left.\begin{array}{l} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=1+2t \end{array}\right\}$$

El punto B pedido tiene coordenadas $B(1+2t,1+t,1+2t)$ y el vector $\overrightarrow{AB}$ tiene coordenadas

$$\left.\begin{array}{l} A(1,2,4) \\ B(1+2t,1+t,1+2t) \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(1+2t,1+t,1+2t)-(1,2,4)=(2t,-1+t,-3+2t)$$

Como $\overrightarrow{AB}$ debe ser paralelo al plano $\pi \equiv x+2z=0$ esto implica que debe ser perpendicular al vector normal del plano $\vec{n}=(1,0,2)$. El producto escalar de ambos debe ser cero.

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AB}=(2t,-1+t,-3+2t) \\ \vec{n}=(1,0,2) \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=0 \Rightarrow (2t,-1+t,-3+2t)(1,0,2)=0$$

$$2t-6+4t=0 \Rightarrow 6t=6 \Rightarrow t=1$$

Por lo que el punto B tiene coordenadas:

$$\left.\begin{array}{l} t=1 \\ B(1+2t,1+t,1+2t) \end{array}\right\} \Rightarrow B(1+2,1+1,1+2) \Rightarrow \boxed{B(3,2,3)}$$

b) Si debe ser perpendicular a $(1,0,-1)$ y $(2,1,0)$ nos sirve el producto vectorial de ambos.

$$(a,b,c)=(1,0,-1)\times(2,1,0)=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}=-2j+k+i=i-2j+k=(1,-2,1)$$

E5.- (Análisis)

Representar gráficamente la función $f(x)=xe^x$, calculando previamente sus extremos relativos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad y sus asíntotas.

(2 puntos)

Determinemos sus asíntotas.

Asíntota vertical. $x=a$

No tiene pues la función es continua en R.

Asíntota horizontal. $y=b$

$$\lim_{x\to+\infty} xe^x=+\infty\cdot e^{+\infty}=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} xe^x=-\infty\cdot e^{-\infty}=-\infty\cdot 0=\text{Indeterminación}=\left\{\text{Convierto producto en división}\right\}=$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{e^{-x}}=\frac{-\infty}{e^{+\infty}}=\frac{-\infty}{+\infty}=\text{Indeterminación (aplico L´Hôpital)}=$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{-e^{-x}}=\frac{1}{-e^{+\infty}}=\frac{1}{-\infty}=0$$

La asíntota horizontal es $y=0$

Asíntota oblicua. $y=mx+n$

No existe pues tiene una asíntota horizontal.

Para calcular sus extremos relativos necesitamos su derivada.

$$f(x)=xe^x\Rightarrow f\,'(x)=e^x+xe^x=(1+x)e^x$$

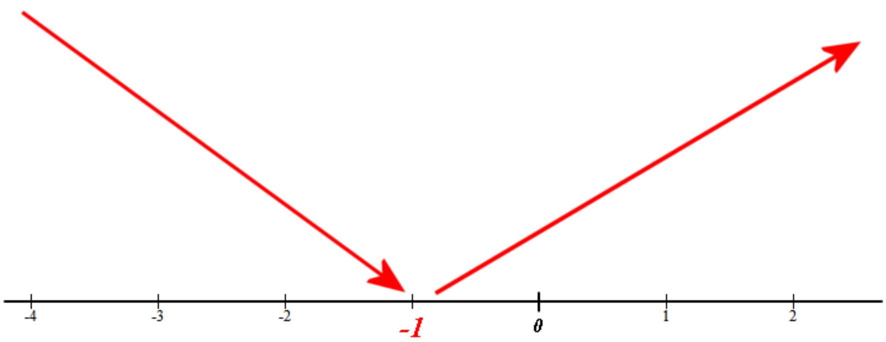
Igualamos a cero la derivada.

$$f\,'(x)=0\Rightarrow(1+x)e^x=0\Rightarrow\begin{cases}1+x=0\Rightarrow x=-1\\ e^x=0\to \textit{No es posible}\end{cases}$$

El punto crítico de la función es $x=-1$.

Estudiemos el comportamiento de la función antes y después de este valor.

- En $(-\infty,-1)$ tomamos $x=-2$ y la derivada vale $f\,'(-2)=(1-2)e^{-2}=\frac{-1}{e^2}<0$, la función decrece en $(-\infty,-1)$.
- En $(-1,+\infty)$ tomamos $x=0$ y la derivada vale $f\,'(0)=(1+0)e^0=1>0$, la función crece en $(-1,+\infty)$.



La función decrece en $(-\infty,-1)$ y crece en $(-1,+\infty)$. Tiene un mínimo relativo en $x=-1$.

Estudiemos su concavidad, para ello necesitamos la segunda derivada.

$$f'(x)=e^x+xe^x \Rightarrow f''(x)=e^x+e^x+xe^x=2e^x+xe^x=(2+x)e^x$$

Igualamos a cero la segunda derivada en busca de puntos de inflexión.

$$f''(x)=0 \Rightarrow (2+x)e^x=0 \Rightarrow \begin{cases} 2+x=0 \Rightarrow x=-2 \\ e^x=0 \Rightarrow \text{No es posible} \end{cases}$$

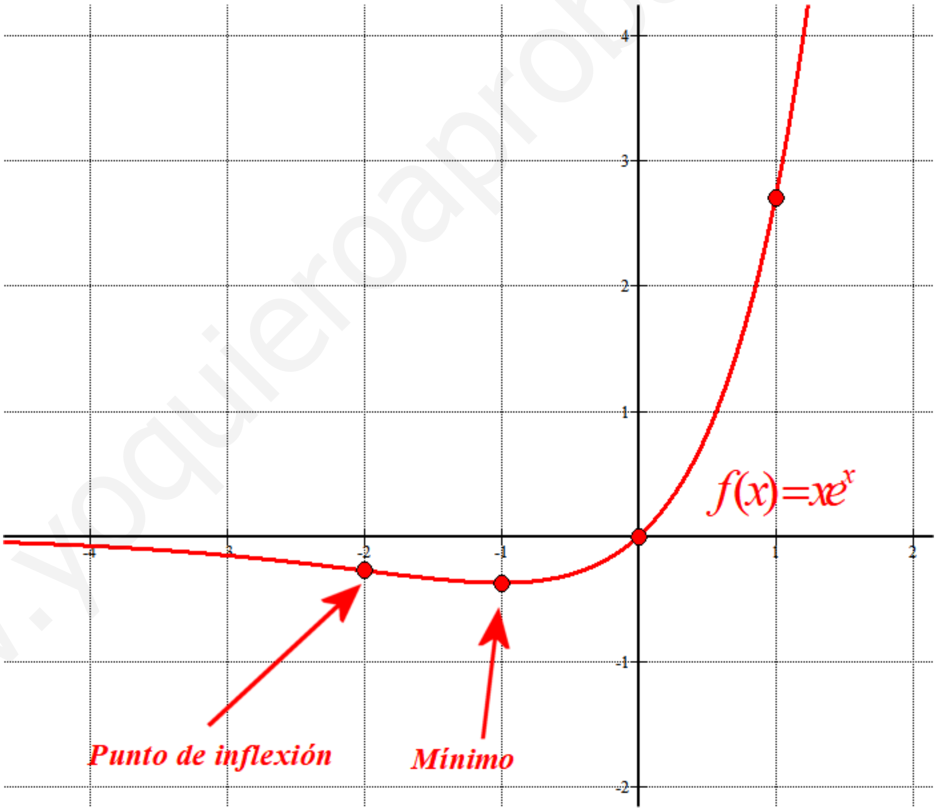
Estudiamos el signo de la derivada segunda antes y después de $x=-2$.

- En $(-\infty,-2)$ tomamos $x=-3$ y la derivada segunda vale $f''(-3)=(2-3)e^{-3}=\frac{-1}{e^3}<0$, la función es cóncava (∩) en $(-\infty,-2)$.
- En $(-2,+\infty)$ tomamos $x=0$ y la derivada segunda vale $f''(0)=(2+0)e^0=2>0$, la función es convexa (∪) en $(-2,+\infty)$.

La función es cóncava en $(-\infty,-2)$ y convexa en $(-2,+\infty)$ y presenta un punto de inflexión en $x=-2$.

Hacemos una tabla de valores donde colocamos el mínimo, el punto de inflexión y algunos valores más.

x	$y=xe^x$
-3	$-3e^{-3}=-0,15$
-2	$-2e^{-2}=-0,27$
-1	$-e^{-1}=-0,37$
0	0
1	$e=2,7$



E6.- (Análisis)
Demuestre que la ecuación $x^3-12x=-2$ tiene una solución en el intervalo $[-2,2]$ y pruebe además que esa solución es única. **(2 puntos)**

A partir de la ecuación planteada consideramos la función $f(x)=x^3-12x+2$.
En $x=-2$ la función vale $f(-2)=(-2)^3-12(-2)+2=-8+24+2=18>0$.
En $x=2$ la función vale $f(2)=8-24+2=-14<0$.

La función $f(x)=x^3-12x+2$ es continua en $[-2,2]$ y toma valores de distinto signo en cada extremo del intervalo, por el teorema de Bolzano existe $c\in[-2,2]$ tal que $f(\mathrm{c})=0$.
Esto implica que existe $c\in[-2,2]$ tal que $f(\mathrm{c})=c^3-12c+2=0\Rightarrow c^3-12c=-2$

Además esta solución es única, ya que si hubiese otro valor $d\in[-2,2]$ tal que $f(\mathrm{d})=0$.
Podríamos aplicar el teorema de Rolle a la función $f(x)=x^3-12x+2$ en el intervalo $[c,d]$, pues la función es derivable en (c,d), continua en $[\mathrm{c},\mathrm{d}]$, ya que es una función polinómica.
El teorema de Rolle nos asegura la existencia de un valor $e\in(c,d)$ tal que $f'(e)=0$.
Pero la derivada de la función es $f'(x)=3x^2-12$, si la igualamos a cero obtenemos:
$f'(x)=0\Rightarrow 3x^2-12=0\Rightarrow x^2-4=0\Rightarrow x=\sqrt{4}=\pm 2$ y ninguno de estos valores está en el intervalo $(-2,2)$. La contradicción obtenida permite afirmar que la solución de la ecuación inicial es única.

E7.- (Análisis)

a) Calcular $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-\cos x-x}{e^x+senx-1}$. **(1 punto)**

b) Calcular $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(senx+\cos x)\,dx$. **(1 punto)**

a)

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-\cos x-x}{e^x+senx-1}=\frac{1-1-0}{1+0-1}=\frac{0}{0}=\text{Indeterminación (aplico L´Hôpital)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x+senx-1}{e^x+\cos x}=\frac{1+0-1}{1+1}=\boxed{0}$$

b)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(senx+\cos x)\,dx=\left[-\cos x+senx\right]_0^{\pi/2}=\left[-\cos\frac{\pi}{2}+sen\frac{\pi}{2}\right]-\left[-\cos 0+sen0\right]=$$

$$=1+1=\boxed{2}$$

E8.- (Análisis)

a) Calcule los puntos de corte de las gráficas de las funciones $f(x)=\frac{2}{x}$ y $g(x)=3-x$.

(0,5 puntos)

b) Sabiendo que en el intervalo $[1,2]$ se verifica que $g(x)\geq f(x)$ calcular el área del recinto limitado por la gráfica de ambas funciones en dicho intervalo.

(1,5 puntos)

a)

$$f(x)=g(x)\Rightarrow \frac{2}{x}=3-x\Rightarrow 2=3x-x^2\Rightarrow x^2-3x+2=0\Rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\begin{cases}\frac{3+1}{2}=2=x\\ \frac{3-1}{2}=1=x\end{cases}$$

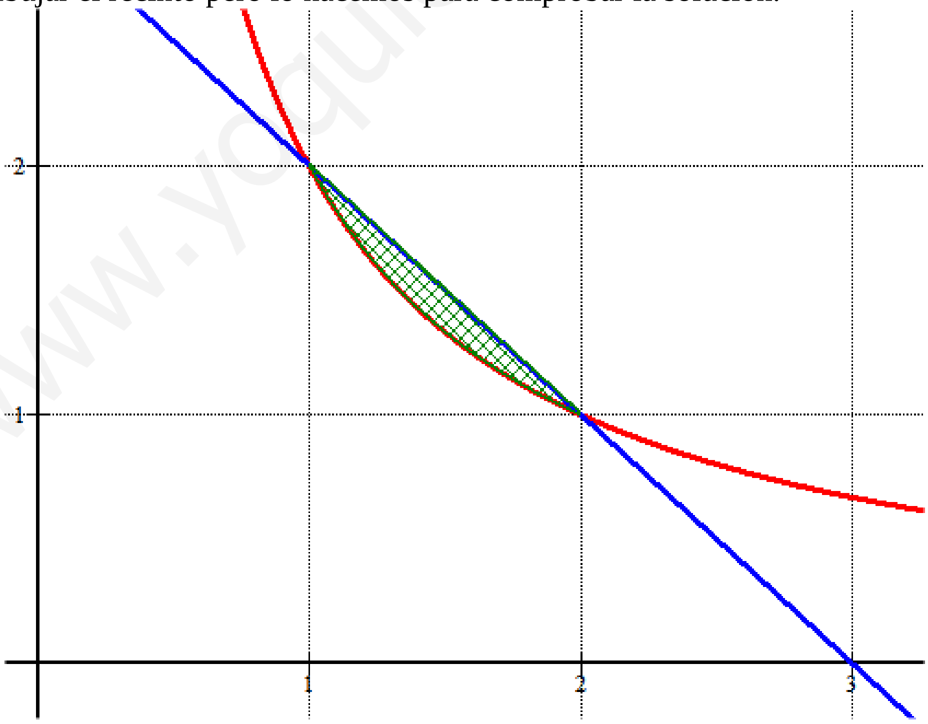
Las gráficas se cortan en $x=2$ y en $x=1$.

b) El área del recinto limitado por ambas gráficas es la integral definida entre 1 y 2 de una función menos la otra, como sabemos que $g(x)\geq f(x)$, entonces el integrando será $g(x)-f(x)$

$$\int_1^2 3-x-\frac{2}{x}dx=\left[3x-\frac{x^2}{2}-2\ln x\right]_1^2=\left[3\cdot 2-\frac{2^2}{2}-2\ln 2\right]-\left[3-\frac{1^2}{2}-2\ln 1\right]=$$

$$=6-2-2\ln 2-3+\frac{1}{2}+0=\boxed{\frac{3}{2}-2\ln 2=0{,}114\,u^2}$$

No piden dibujar el recinto pero lo hacemos para comprobar la solución.



El área del recinto es muy pequeña. Mucho más pequeño de 1 cuadradito.

E9- (Probabilidad y estadística)
El peso de los alumnos de 2º de bachillerato de un instituto de León, sigue una distribución normal, de media 75 kg y de desviación típica 5. Si se elige al azar un alumno, calcular la probabilidad de que:
a) Tenga un peso entre 70 y 80 kg. **(1 punto)**
b) Tenga un peso superior a 85 kg. **(1 punto)**

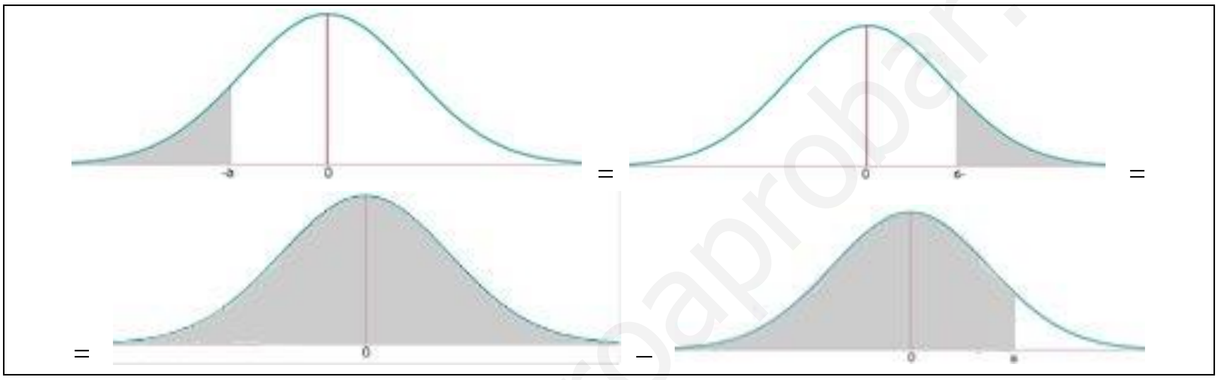
X = Peso de un estudiante de 2º de bachillerato.
X = N(75, 5).

a)

$$P(70 < X < 80) = \{Tipificamos\} = P\left(\frac{70-75}{5} < Z < \frac{80-75}{5}\right) =$$

$$= P(-1 < Z < 1) = P(Z < 1) - P(Z < -1) =$$

$$= P(Z < 1) - \left(P(Z > 1)\right) =$$



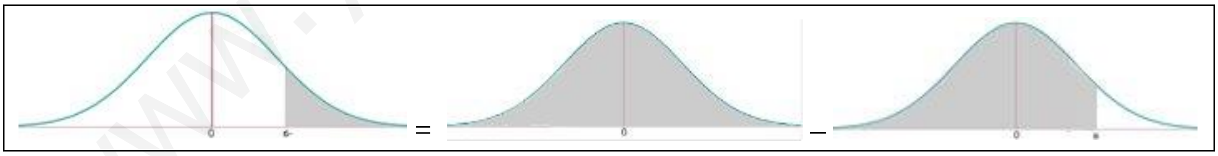
$$= P(Z < 1) - \left(1 - P(Z < 1)\right) =$$

$$= 2P(Z < 1) - 1 = \{\text{Buscamos en la tabla N(0,1)}\} =$$

$$= 2 \cdot 0,8413 - 1 = 1,6826 - 1 = \boxed{0,6826}$$

b)

$$P(X > 85) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z > \frac{85-75}{5}\right) = P(Z > 2) =$$



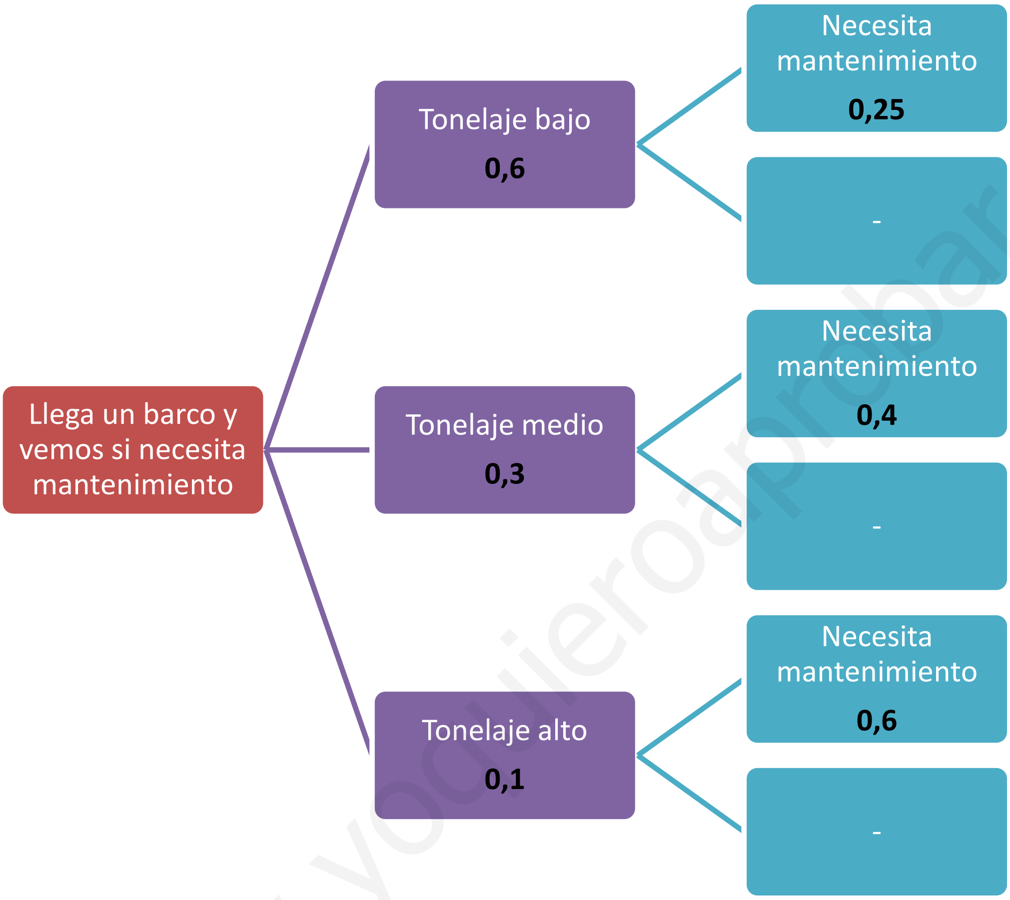
$$= 1 - P(Z < 2) = 1 - 0,9772 = \boxed{0,0228}$$

E10.- (Probabilidad y estadística)
La probabilidad de que a un puerto llegue un barco de tonelaje bajo, medio o alto es 0,6, 0,3 y 0,1, respectivamente. La probabilidad de que necesite mantenimiento en el puerto es 0,25 para los barcos de bajo tonelaje, 0,4 para los de tonelaje medio y 0,6 para los de tonelaje alto.

a) Si llega un barco a puerto, calcule la probabilidad de que necesite mantenimiento.
(1 punto)

b) Si un barco ha necesitado mantenimiento, calcule la probabilidad de que sea de tonelaje medio.
(1 punto)

Construimos un diagrama de árbol.



Con los datos que nos proporciona el diagrama respondemos a las preguntas.

a) $P(\text{Necesita mantenimiento}) = 0,6 \cdot 0,25 + 0,3 \cdot 0,4 + 0,1 \cdot 0,6 = \boxed{0,33}$

b)

$$P(\textit{Tonelaje medio / Ha necesitado mantenimiento}) =$$

$$= \frac{P(\textit{Tonelaje medio} \cap \textit{Necesite mantenimiento})}{P(\textit{Necesite mantenimiento})} =$$

$$= \frac{0,3 \cdot 0,4}{0,33} = \frac{12}{33} = \boxed{0,3636}$$