

## CAMPO GRAVITATORIO

### CUESTIONES

1.

- ¿A qué altitud tendrá una persona la mitad del peso que tiene sobre la superficie terrestre? Expresar el resultado en función del radio terrestre.
- Si la fuerza de la gravedad actúa sobre todos los cuerpos en proporción a sus masas, ¿por qué no cae un cuerpo pesado con mayor aceleración que un cuerpo ligero?

2.

- ¿Qué condición debe cumplir un campo de fuerzas para ser conservativo?
- Ponga un ejemplo de campo de fuerzas conservativo y demuestre que se cumple la citada condición.

3. El cometa Halley se mueve en una órbita elíptica alrededor del Sol. En el perihelio (posición más próxima) el cometa está a  $8,75 \times 10^7$  km del Sol y en el afelio (posición más alejada) está a  $5,26 \times 10^9$  km del Sol.

- ¿En cuál de los dos puntos tiene el cometa mayor velocidad? ¿Y mayor aceleración?
- ¿En qué punto tiene mayor energía potencial? ¿Y mayor energía mecánica?

4.

- ¿Con qué frecuencia angular debe girar un satélite de comunicaciones, situado en una órbita ecuatorial, para que se encuentre siempre sobre el mismo punto de la Tierra?
- ¿A qué altura sobre la superficie terrestre se encontrará el satélite citado en el apartado anterior?

*Datos: Gravedad en la superficie de la Tierra =  $9,8 \text{ m s}^{-2}$ . Radio medio de la Tierra = 6370 km*

5. Determine la relación que existe entre la energía mecánica de un satélite que describe una órbita circular en torno a un planeta y su energía potencial.

6. En el movimiento circular de un satélite en torno a la Tierra, determine:

- La expresión de la energía cinética en función de las masas del satélite y de la Tierra y del radio de la órbita
- La relación que existe entre su energía mecánica y su energía potencial.

7. Un planeta esférico tiene un radio de 3000 km, y la aceleración de la gravedad en su superficie es  $6 \text{ m/s}^2$ :

- ¿Cuál es su densidad media?
- ¿Cuál es la velocidad de escape para un objeto situado en la superficie de ese planeta?

*Dato:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$*

8. Suponiendo un planeta esférico que tiene un radio la mitad del radio terrestre e igual densidad que la Tierra, calcule:

- La aceleración de la gravedad en la superficie de dicho planeta
- La velocidad de escape de un objeto desde la superficie del planeta, si la velocidad de escape desde la superficie terrestre es  $11,2 \text{ km/s}$

*Aceleración de la gravedad  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$*

9. Plutón describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Indique para cada una de las siguientes magnitudes si su valor es mayor, menor o igual en el afelio (punto más alejado del Sol) comparado con el perihelio (punto más próximo al Sol):

a) momento angular respecto a la posición del Sol; b) momento lineal; c) energía potencial; d) energía mecánica.

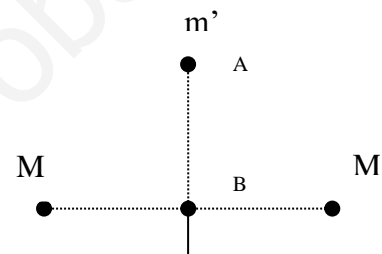
10. La luz solar tarda 8'31 minutos en llegar a la Tierra y 6'01 minutos en llegar a Venus. Suponiendo que las órbitas descritas por ambos planetas son circulares, determine: a) el periodo orbital de Venus en torno al Sol sabiendo que el de la Tierra es de 365'25 días; b) La velocidad con que se desplaza Venus en su órbita.

Velocidad de la luz en el vacío  $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$

11.

a) Deduzca la expresión de la energía cinética de un satélite en órbita circular alrededor de un planeta en función del radio de la órbita y de las masas del satélite y del planeta  
b) Demuestre que la energía mecánica del satélite es la mitad de su energía potencial

12. Dos masa iguales,  $M = 20 \text{ kg}$ , ocupan posiciones fijas separadas una distancia de 2 m, según indica la figura. Una tercera masa,  $m' = 0'2 \text{ kg}$ , se suelta desde el reposo en un punto A equidistante de las dos masa anteriores y a una distancia de 1 m de la línea que las une ( $AB=1 \text{ m}$ ). Si no actúan más que las acciones gravitatorias entre estas masas, determine:



a) La fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la masa  $m'$  en la posición A

b) Las aceleraciones de la masa  $m'$  en las posiciones A y B

Constante de Gravitación Universal  $G = 6'67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

13. Llamando  $g_0$  y  $V_0$  a la intensidad de campo gravitatorio y al potencial gravitatorio en la superficie terrestre respectivamente, determine en función del radio de la Tierra:

a) La altura sobre la superficie terrestre a la cual la intensidad de campo gravitatorio es  $g_0/2$ .

b) La altura sobre la superficie terrestre a la cual el potencial gravitatorio es  $V_0/2$ .

14.

a) Desde la superficie de la Tierra se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con velocidad  $v$ . Si se desprecia el rozamiento, calcule el valor de  $v$  necesario para que el objeto alcance una altura igual al radio de la Tierra.

b) Si se lanza el objeto desde la superficie de la Tierra con una velocidad doble a la calculada en el apartado anterior, ¿escapará o no del campo gravitatorio terrestre?

$G = 6'67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra  $= 5'98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra  $= 6'37 \times 10^6 \text{ m}$

15. Sabiendo que la aceleración de la gravedad en un movimiento de caída libre en la superficie de la luna es un sexto de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra y que el radio de la Luna es aproximadamente  $0'27R_T$  (siendo  $R_T$  el radio terrestre), calcule:

a) la relación entre las densidades medias  $\rho_{\text{Luna}}/\rho_{\text{Tierra}}$ ;

b) la relación entre las velocidades de escape de un objeto desde sus respectivas superficies  $(v_e)_{\text{Luna}}/(v_e)_{\text{Tierra}}$

16.

- a) ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta esférico cuyo radio es la mitad del de la Tierra y posee la misma densidad media?
- b) ¿Cuál sería el período de la órbita circular de un satélite situado a una altura de 400 km respecto a la superficie del planeta?

Datos: Radio de la Tierra  $R_T=6371$  km; Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra  $g=9,8$  m s<sup>-2</sup>

17. Una sonda de masa 5000 kg se encuentra en una órbita circular a una altura sobre la superficie terrestre de  $1,5 R_T$ . Determine:

- a) el momento angular de la sonda en esa órbita respecto al centro de la Tierra;
- b) la energía que hay que comunicar a la sonda para que escape del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita.

Datos: Constante de Gravitación Universal  $G=6,67 \times 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> kg<sup>-2</sup>; Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \times 10^{24}$  kg; Radio de la Tierra  $R_T = 6,37 \times 10^6$  m

18. Calcule el módulo del momento angular de un objeto de 1000 kg respecto al centro de la Tierra en los siguientes casos:

- a) Se lanza desde el polo norte perpendicularmente a la superficie de la Tierra con una velocidad de 10 km/s.
- b) Realiza una órbita circular alrededor de la Tierra en el plano ecuatorial a una distancia de 600 km de su superficie.

Datos: Constante de Gravitación Universal  $G=6,67 \times 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> kg<sup>-2</sup>; Masa de la Tierra  $M_T=5,98 \times 10^{24}$  kg; Radio de la Tierra  $R_T=6,37 \times 10^6$  m

19. Un satélite artificial de 500 kg que describe una órbita circular alrededor de la Tierra se mueve con una velocidad de 6,5 km/s. Calcule:

- a) La energía mecánica del satélite.
- b) La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encuentra.

Datos: Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> kg<sup>-2</sup>; Masa de la Tierra  $M_T=5,98 \times 10^{24}$  kg; Radio de la Tierra  $R_T=6,37 \times 10^6$  m

20. Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- a) El valor de la velocidad de escape de un objeto lanzado desde la superficie de la Tierra depende del valor de la masa del objeto.
- b) En el movimiento elíptico de un planeta en torno al Sol la velocidad del planeta en el perihelio (posición más próxima al Sol) es mayor que la velocidad en el afelio (posición más alejada del Sol).

21.

- a) Enuncie la 2ª ley de Kepler. Explique en qué posiciones de la órbita elíptica la velocidad del planeta es máxima y dónde es mínima.
- b) Enuncie la 3ª ley de Kepler. Deduzca la expresión de la constante de esta ley en el caso de órbitas circulares.

22. Un satélite gira con la misma velocidad angular que la Tierra (geoestacionario) de masa  $m = 5 \times 10^3$  Kg, describe una órbita circular de radio  $r=3,6 \times 10^7$  m. Determine:

- a) La velocidad areolar del satélite.
- b) Suponiendo que el satélite describe su órbita en el plano ecuatorial de la Tierra, determine el módulo, la dirección y el sentido del momento angular respecto de los polos de la Tierra.

Dato: Período de rotación terrestre = 24 h.

23.

a) Exprese la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta en función de la masa del planeta, de su radio y de la constante de gravitación universal  $G$ .

b) Si la aceleración de la gravedad sobre la superficie terrestre vale  $9,8 \text{ m/s}^2$ , calcule la aceleración de la gravedad a una altura sobre la superficie terrestre igual al radio de la Tierra.

24. Calcule:

a) La densidad media del planeta Mercurio, sabiendo que posee un radio de  $2440 \text{ km}$  y una intensidad de campo gravitatorio en su superficie de  $3,7 \text{ N kg}^{-1}$ .

b) La energía necesaria para enviar una nave espacial de  $5000 \text{ kg}$  de masa desde la superficie del planeta a una órbita en la que el valor de la intensidad de campo gravitatorio sea la cuarta parte de su valor en la superficie.

Dato: Constante de la Gravitación Universal,  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

25.

a) Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, obtenga una expresión para la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de un planeta esférico de radio  $R$  masa  $M$ .

b) Calcule la velocidad de escape desde la superficie de Mercurio sabiendo que posee una masa de  $3,30 \cdot 10^{23} \text{ kg}$  y una aceleración de la gravedad en su superficie de  $3,70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

Dato: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .

26.

a) A partir de la ley fundamental de la dinámica, deduzca la expresión de la velocidad orbital de un satélite que gira en una órbita circular de radio  $R$  alrededor de un planeta de masa  $M$ .

b) Si un satélite de  $21 \text{ kg}$  gira alrededor del planeta Marte, calcule el radio de la órbita circular y la energía mecánica del satélite si su periodo es igual al de rotación del planeta.

Datos: Masa de Marte,  $M_{\text{Marte}} = 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ ; Periodo de revolución del planeta,  $T_{\text{Marte}} = 24,62 \text{ h}$ ; Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .

27. Dos masas  $m_1 = 10 \text{ kg}$  y  $m_2 = 20 \text{ kg}$  cuelgan del techo y están separadas  $1 \text{ m}$  de distancia. Determine:

a) La fuerza  $\vec{F}_{12}$  que ejerce la masa  $m_1$  sobre la  $m_2$  y el peso  $\vec{p}_2$  de la masa  $m_2$ .

b) Explique razonadamente por qué el módulo de  $\vec{p}_2$  es mucho mayor que el módulo de  $\vec{F}_{12}$ .

Datos: Radio de la Tierra,  $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ ; Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

## PROBLEMAS

1. Dos planetas de masas iguales orbitan alrededor de una estrella de masa mucho mayor. El planeta 1 se mueve en una órbita circular de radio  $10^{11} \text{ m}$  y período de 2 años. El planeta 2 se mueve en una órbita elíptica, siendo su distancia en la posición más próxima a la estrella  $10^{11} \text{ m}$  y en la más alejada,  $1,8 \times 10^{11} \text{ m}$ .

a) ¿Cuál es la masa de la estrella?

- b) Halle el periodo de la órbita del planeta 2.  
c) Utilizando los principios de conservación del momento angular y de la energía mecánica, hallar la velocidad del planeta 2 cuando se encuentra en la posición más cercana a la estrella.

Datos: Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

2. La nave espacial Discovery, lanzada en octubre de 1998, describía en torno a la Tierra una órbita circular con una velocidad de  $7,62 \text{ km s}^{-1}$ .

- a) ¿A qué altitud se encontraba?  
b) ¿Cuál era su periodo? ¿Cuántos amaneceres contemplaban cada 24 horas los astronautas que viajaban en el interior de la nave?

Datos: Constante de Gravitación  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio medio de la Tierra  $R_T = 6370 \text{ km}$

3. Se coloca un satélite meteorológico de  $1000 \text{ Kg}$  en órbita circular, a  $300 \text{ km}$  sobre la superficie terrestre. Determine:

- a) La velocidad lineal, la aceleración radial y el periodo en la órbita.  
b) El trabajo que se requiere para poner en órbita el satélite.

Datos: Gravedad en la superficie terrestre  $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ ; Radio medio terrestre  $R_T = 6370 \text{ km}$

4. Un satélite artificial de  $200 \text{ kg}$  gira en una órbita circular a una altura  $h$  sobre la superficie de la Tierra. Sabiendo que a esa altura el valor de la aceleración de la gravedad es la mitad del valor que tiene en la superficie terrestre, averiguar:

- a) La velocidad del satélite.  
b) Su energía mecánica.

Datos: Gravedad en la superficie terrestre  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ ; Radio medio de la Tierra  $R_T = 6370 \text{ km}$

5. Dos satélites artificiales de la Tierra  $S_1$  y  $S_2$  describen en un sistema de referencia geocéntrico dos órbitas circulares, contenidas en un mismo plano, de radios  $r_1 = 8000 \text{ km}$  y  $r_2 = 9034 \text{ km}$  respectivamente. En un instante inicial dado, los satélites están alineados con el centro de la Tierra y situados del mismo lado:

- a) ¿Qué relación existe entre las velocidades orbitales de ambos satélites?  
b) ¿Qué relación existe entre los periodos orbitales de los satélites? ¿Qué posición ocupará el satélite  $S_2$  cuando el satélite  $S_1$  haya completado seis vueltas, desde el instante inicial?

6. El período de revolución del planeta Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determine:

- a) La razón entre los radios de las respectivas órbitas.  
b) La razón entre las aceleraciones de los dos planetas en sus respectivas órbitas.

7. La velocidad angular con la que un satélite describe una órbita circular en torno al planeta Venus es  $\omega_1 = 1,45 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$  y su momento angular respecto al centro de la órbita es  $L_1 = 2,2 \times 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

- a) Determine el radio  $r_1$  de la órbita del satélite y su masa.  
b) ¿Qué energía sería preciso invertir para cambiar a otra órbita circular con velocidad angular  $\omega_2 = 10^{-4} \text{ rad/s}$ ?

Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ; Masa de Venus  $= 4,87 \times 10^{24} \text{ kg}$

8. Se pretende colocar un satélite artificial de forma que gire en una órbita circular en el plano del ecuador terrestre y en el sentido de rotación de la Tierra. Si se quiere que el satélite pase periódicamente sobre un punto del ecuador cada dos días, calcule.

- La altura sobre la superficie terrestre a la que hay que colocar el satélite
- La relación entre la energía que hay que comunicar a dicho satélite desde el momento de su lanzamiento en la superficie terrestre para colocarlo en esa órbita y la energía mínima de escape.

Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra =  $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra =  $6370 \text{ km}$

9. Mercurio describe una órbita elíptica alrededor del Sol. En el afelio su distancia al Sol es de  $6,99 \times 10^{10} \text{ m}$ , y su velocidad orbital es de  $3,88 \times 10^4 \text{ m/s}$ , siendo su distancia al Sol en el perihelio  $4,60 \times 10^{10} \text{ m}$ .

- Calcule la velocidad orbital de Mercurio en el perihelio.
- Calcule las energías cinética, potencial y mecánica de Mercurio en el perihelio
- Calcule el módulo de su momento lineal y de su momento angular en el perihelio
- De las magnitudes calculadas en los apartados anteriores, decir cuáles son iguales en el afelio

Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de Mercurio =  $3,18 \times 10^{23} \text{ kg}$ ; Masa del Sol =  $1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$

10. Un planeta esférico tiene  $3200 \text{ km}$  de radio y la aceleración de la gravedad en su superficie es  $6,2 \text{ m s}^{-2}$ . Calcule:

- La densidad media del planeta y la velocidad de escape en su superficie
- La energía que hay que comunicar a un objeto de  $50 \text{ kg}$  de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y ponerlo en órbita circular alrededor del mismo, de forma que su periodo sea de  $2 \text{ h}$ .

Datos: Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

11. Un satélite artificial de la Tierra de  $100 \text{ kg}$  de masa describe una órbita circular a una altura de  $655 \text{ km}$ . Calcule.

- El periodo de la órbita
- La energía mecánica del satélite
- El módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra
- El cociente entre los valores de la intensidad de campo gravitatorio terrestre en el satélite y en la superficie de la Tierra.

Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra =  $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra =  $6,37 \times 10^6 \text{ m}$ .

12. Desde la superficie terrestre se lanza un satélite de  $400 \text{ kg}$  de masa hasta situarlo en una órbita circular a una distancia del centro de la Tierra igual a las  $7/6$  partes del radio terrestre. Calcule:

- La intensidad de campo gravitatorio terrestre en los puntos de la órbita del satélite.
- La velocidad y el periodo que tendrá el satélite en la órbita.
- La energía mecánica del satélite en la órbita.
- La variación de la energía potencial que ha experimentado el satélite al elevarlo desde la superficie de la Tierra hasta situarlo en su órbita.

Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra =  $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra =  $6,37 \times 10^6 \text{ m}$ .

13. Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. En esta órbita la energía mecánica del satélite es  $-4,5 \times 10^9 \text{ J}$  y su velocidad es  $7610 \text{ m.s}^{-1}$ . Calcule:

- El módulo del momento lineal del satélite y el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.

b) El periodo de la órbita y la altura a la que se encuentra el satélite.

Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra =  $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra =  $6,37 \times 10^6 \text{ m}$ .

14. Fobos es un satélite de Marte que gira en una órbita circular de 9380 km de radio, respecto del centro del planeta, con un período de revolución de 7'65 horas. Otro satélite de Marte, Deimos, gira en una órbita de 23460 km de radio. Determine:

a) La masa de Marte

b) El período de revolución del satélite Deimos

c) La energía mecánica del satélite Deimos

d) El módulo del momento angular de Deimos respecto del centro de Marte.

Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de Fobos =  $1,1 \times 10^{16} \text{ kg}$ ; Masa de Deimos =  $2'4 \times 10^{15} \text{ kg}$

15. Un satélite de masa 20 kg se coloca en órbita circular sobre el ecuador terrestre de modo que su radio se ajusta para que dé una vuelta a la Tierra cada 24 horas. Así se consigue que siempre se encuentre sobre el mismo punto respecto a la Tierra (satélite geostacionario).

a) ¿Cuál debe ser el radio de su órbita?

b) ¿Cuánta energía es necesaria para situarlo en dicha órbita?

Datos: Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra  $M_T = 5,96 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra  $R_T = 6371 \text{ km}$

16. Un satélite artificial de 100 kg se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 7,5 km/s. Calcule:

a) El radio de la órbita.

b) La energía potencial del satélite.

c) La energía mecánica del satélite.

d) La energía que habría que suministrar al satélite para que describa una órbita circular con radio doble que el de la órbita anterior.

Datos: Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra  $M_T = 5,96 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra  $R_T = 6371 \text{ km}$

17. Suponiendo que los planetas Venus y la Tierra describen órbitas circulares alrededor del Sol, calcule:

a) El periodo de revolución de Venus.

b) Las velocidades orbitales de Venus y de la Tierra.

Datos: Distancia de la Tierra al Sol:  $1,49 \times 10^{11} \text{ m}$ ; Distancia de Venus al Sol:  $1,08 \times 10^{11} \text{ m}$ ; Periodo de revolución de la Tierra: 365 días

18. Un satélite de 1000 kg de masa describe una órbita circular de  $12 \times 10^3 \text{ km}$  de radio alrededor de la Tierra. Calcule:

a) El módulo del momento lineal y el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra. ¿Cambian las direcciones de estos vectores al cambiar la posición del satélite en su órbita?

b) El periodo y la energía mecánica del satélite en la órbita.

Datos: Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

19. Io, un satélite de Júpiter, tiene una masa de  $8,9 \times 10^{22} \text{ kg}$ , un periodo orbital de 1,77 días, y un radio medio orbital de  $4,22 \times 10^8 \text{ m}$ . Considerando que la órbita es circular con este radio, determine:

a) La masa de Júpiter.

b) La intensidad de campo gravitatorio, debida a Júpiter, en los puntos de la órbita de Io.

- c) La energía cinética de Io en su órbita.  
d) El módulo del momento angular de Io respecto al centro de su órbita.

*Dato: Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$*

20. Sabiendo que el periodo de revolución lunar es de 27,32 días y que el radio de la órbita es  $R_L = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$ , calcule:

- a) La constante de gravitación universal,  $G$  (obtener su valor a partir de los datos del problema)  
b) La fuerza que la Luna ejerce sobre la Tierra y la de la Tierra sobre la Luna.  
c) El trabajo necesario para llevar un objeto de 5000 kg desde la Tierra hasta la Luna. (Despreciar los radios de la Tierra y de la Luna, en comparación con su distancia)  
d) Si un satélite se sitúa entre la Tierra y la Luna a una distancia de la Tierra de  $R_L/4$ , ¿Cuál es la relación de las fuerzas debidas a la Tierra y a la Luna?

*Datos: Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; masa de la Luna  $M_L = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra  $6,37 \times 10^6 \text{ m}$ ; radio de la Luna  $1,74 \times 10^6 \text{ m}$*

21. Una sonda espacial de masa  $m = 1000 \text{ kg}$  se encuentra situada en una órbita circular alrededor de la Tierra de radio  $r = 2,26 R_T$ , siendo  $R_T$  el radio de la Tierra.

- a) Calcule la velocidad de la sonda en esa órbita.  
b) ¿Cuánto vale su energía potencial?  
c) ¿Cuánto vale su energía mecánica?  
d) ¿Qué energía hay que comunicar a la sonda para alejarla desde dicha órbita hasta el infinito?

*Datos: Masa de la Tierra  $M = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ . Radio de la Tierra  $R = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$ . Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .*

22. Un satélite de masa  $m$  gira alrededor de la Tierra describiendo una órbita circular a una altura de  $2 \times 10^4 \text{ km}$  sobre su superficie.

- a) Calcule la velocidad orbital del satélite alrededor de la Tierra.  
b) Suponga que la velocidad del satélite se anula repentina e instantáneamente y éste empieza a caer sobre la Tierra. Calcule la velocidad con la que llegaría el satélite a la superficie de la misma. Considere despreciable el rozamiento del aire.

*Datos: Constante de la Gravitación Universal,  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra,  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ , Radio de la Tierra,  $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$ .*

23. Urano es un planeta que describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- a) El módulo del momento angular, respecto a la posición del Sol, en el afelio es mayor que en el perihelio y lo mismo ocurre con el módulo del momento lineal.  
b) La energía mecánica es menor en el afelio que en el perihelio y lo mismo ocurre con la energía potencial.

24. Una nave espacial de 3000 kg de masa describe, en ausencia de rozamiento, una órbita circular en torno a la Tierra a una distancia de  $2,5 \times 10^4 \text{ km}$  de su superficie. Calcule:

- a) El período de revolución de la nave espacial alrededor de la Tierra.  
b) Las energías cinética y potencial de la nave en dicha órbita.

*Datos: Constante de la Gravitación Universal,  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra,  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra,  $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$*

25. Dos satélites describen órbitas circulares alrededor de un planeta cuyo radio es de 3000 km. El primero de ellos orbita a 1000 km de la superficie del planeta y su periodo orbital es de 2 h. La órbita del segundo tiene un radio 500 km mayor que la del primero.



Calcule:

- a) El módulo de la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta.
- b) El periodo orbital del segundo satélite.

26. Dos planetas, *A* y *B*, tienen la misma densidad. El planeta *A* tiene un radio de 3500 km y el planeta *B* un radio de 3000 km. Calcule:

- a) La relación que existe entre las aceleraciones de la gravedad en la superficie de cada planeta.
- b) La relación entre las velocidades de escape en cada planeta.

27. El planeta *A* tiene tres veces más masa que el planeta *B* y cuatro veces su radio. Obtenga:

- a) La relación entre las velocidades de escape desde las superficies de ambos planetas.
- b) La relación entre las aceleraciones gravitatorias en las superficies de ambos planetas.

28. Un cohete de masa 2 kg se lanza verticalmente desde la superficie terrestre de tal manera que alcanza una altura máxima, con respecto a la superficie terrestre, de 500 km. Despreciando el rozamiento con el aire, calcule:

- a) La velocidad del cuerpo en el momento del lanzamiento. Compárela con la velocidad de escape desde la superficie terrestre.
- b) La distancia a la que se encuentra el cohete, con respecto al centro de la Tierra, cuando su velocidad se ha reducido en un 10 % con respecto a su velocidad de lanzamiento.

*Datos: Radio Terrestre,  $R_T = 6,37 \times 10^6$  m; Masa de la Tierra,  $M_T = 5,97 \times 10^{24}$  kg; Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> kg<sup>-2</sup>*

29. Un planeta esférico tiene una densidad uniforme  $\rho = 1,33$  g cm<sup>-3</sup> y un radio de 71500 km. Determine:

- a) El valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.
- b) La velocidad de un satélite que orbita alrededor del planeta en una órbita circular con un periodo de 73 horas.

*Dato: Constante de gravitación universal,  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> kg<sup>-2</sup>*

30. Un satélite describe una órbita circular alrededor de un planeta desconocido con un periodo de 24 h. La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta es 3,71 m s<sup>-2</sup> y su radio es 3393 km. Determine:

- a) El radio de la órbita.
- b) La velocidad de escape desde la superficie del planeta.

31. Un cuerpo esférico de densidad uniforme con un diámetro de  $6,0 \cdot 10^5$  km presenta una aceleración de la gravedad sobre su superficie de 125 m s<sup>-2</sup>.

- a) Determine la masa de dicho cuerpo.
- b) Si un objeto describe una órbita circular concéntrica con el cuerpo esférico y un periodo de 12 h, ¿cuál será el radio de dicha órbita?

*Dato: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> kg<sup>-2</sup>.*

32. Dos lunas que orbitan alrededor de un planeta desconocido, describen órbitas circulares concéntricas con el planeta y tienen periodos orbitales de 42 h y 171,6 h. A través de la observación directa, se sabe que el diámetro de la órbita que describe la luna más alejada del planeta es de  $2,14 \cdot 10^6$  km. Despreciando el efecto gravitatorio de una luna sobre la otra, determine:

- a) La velocidad orbital de la luna exterior y el radio de la órbita de la luna interior.

b) La masa del planeta y la aceleración de la gravedad sobre su superficie si tiene un diámetro de  $2,4 \cdot 10^4$  km.

Dato: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

33. Una nave espacial aterriza en un planeta desconocido. Tras varias mediciones se observa que el planeta tiene forma esférica, la longitud de la circunferencia ecuatorial mide  $2 \cdot 10^5$  km y la aceleración de la gravedad en su superficie vale  $3 \text{ ms}^{-2}$ .

a) ¿Qué masa tiene el planeta?

b) Si la nave se coloca en una órbita circular a 30.000 km sobre la superficie del planeta, ¿cuántas horas tardará en dar una vuelta completa al mismo?

Dato: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

34. El radio de uno de los asteroides, de forma esférica, perteneciente a los anillos de Saturno es de 5 km. Suponiendo que la densidad de dicho asteroide es uniforme y de valor  $5,5 \text{ g cm}^{-3}$ , calcule:

a) La aceleración de la gravedad en su superficie

b) La velocidad de escape desde la superficie del asteroide.

Dato: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

35. El planeta Marte, en su movimiento alrededor del Sol, describe una órbita elíptica. El punto de la órbita más cercano al Sol, perihelio, se encuentra a  $206,7 \cdot 10^6$  km, mientras que el punto de la órbita más alejado del Sol, afelio, está a  $249,2 \cdot 10^6$  km. Si la velocidad de Marte en el perihelio es  $26,50 \text{ km s}^{-1}$ , determine:

a) La velocidad de Marte en el afelio

b) La energía mecánica total de Marte en el afelio.

Dato: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ , Masa de Marte  $M_M = 6,42 \cdot 10^{23} \text{ Kg}$ ; Masa del Sol  $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ Kg}$ .

36. Un astronauta utiliza un muelle de constante elástica  $k = 327 \text{ Nm}^{-1}$  para determinar la aceleración de la gravedad en la Tierra y en Marte. El astronauta coloca en posición vertical el muelle y cuelga de uno de sus extremos una masa de 1 kg hasta alcanzar el equilibrio. Observa que en la superficie de la Tierra el muelle se alarga 3 cm y en la de Marte sólo 1,13 cm.

a) Si el astronauta tiene una masa de 90 kg, determine la masa adicional que debe añadirse para que su peso en Marte sea igual que en la Tierra

b) Calcula la masa de la Tierra suponiendo que es esférica.

Datos: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  Radio Terrestre,  $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$

37. Desde la superficie de un planeta de masa  $6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$  y radio 4500 km se lanza verticalmente hacia arriba un objeto.

a) Determine la altura máxima que alcanza el objeto si es lanzado con una velocidad inicial de  $2 \text{ km s}^{-1}$ .

b) En el punto más alto se le transfiere el momento lineal adecuado para que describa una órbita circular a esa altura. ¿Qué velocidad tendrá el objeto en dicha órbita circular?

Dato: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

38. Una estrella gira alrededor de un objeto estelar con un periodo de 28 días terrestres siguiendo una órbita circular de radio  $0,45 \cdot 10^8 \text{ km}$ .

a) Determine la masa del objeto estelar.

b) Si el diámetro del objeto estelar es 200 km, ¿cuál será el valor de la gravedad en su superficie?

Dato: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

39. Un asteroide de forma esférica y radio 3 km tiene una densidad de  $3 \text{ g cm}^{-3}$ . Determine:

- La velocidad de escape desde la superficie de dicho asteroide.
- La velocidad de un cuerpo a una altura de 1 km sobre la superficie del asteroide si partió de su superficie a la velocidad de escape.

Dato: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

40. Una reciente investigación ha descubierto un planeta similar a la Tierra orbitando alrededor de la estrella Próxima Centauri, una enana roja cuya masa es un 12% de la masa del Sol y su radio es el 14% del radio solar. Mediante técnicas de desplazamiento Doppler se ha medido el periodo del planeta alrededor de la estrella obteniéndose un valor de 11,2 días. Determine:

- La aceleración de la gravedad sobre la superficie de la estrella.
- El radio de la órbita del planeta suponiendo ésta circular.

Datos: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa del Sol,  $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ; Radio del Sol,  $R_S = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$ .

41. Considérese un satélite de masa  $10^3 \text{ kg}$  que orbita alrededor de la Tierra en una órbita circular geostacionaria.

- Determine el radio que tendría que tener la órbita para que su periodo fuese doble del anterior.
- ¿Cuál es la diferencia de energía del satélite entre la primera y la segunda órbita?

Datos: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

42. La masa de un objeto en la superficie terrestre es de 50 kg. Determine:

- La masa y el peso del objeto en la superficie de Mercurio.
- A qué altura sobre la superficie de Mercurio el peso del objeto se reduce a la tercera parte.

Datos: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de Mercurio,  $M_M = 3,30 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ ; Radio de Mercurio,  $R_M = 2,44 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

43. Un satélite artificial de masa 712 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 694 km. Calcule:

- La velocidad y el periodo del satélite en la órbita.
- La energía necesaria para trasladarlo desde su órbita hasta otra órbita circular situada a una altura de 1000 km sobre la superficie de la Tierra.

Datos: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra,  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra,  $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

44. Una masa puntual  $m_1 = 5 \text{ kg}$  está situada en el punto (4,3) m.

- Determine la intensidad del campo gravitatorio creado por la masa  $m_1$  en el origen de coordenadas y el trabajo realizado al trasladar otra masa  $m_2 = 0,5 \text{ kg}$  desde el infinito hasta el origen de coordenadas.

b) Situadas las masas  $m_1$  y  $m_2$  en las posiciones anteriores, ¿a qué distancia del origen de coordenadas, el campo gravitatorio resultante es nulo?

Datos: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

45. El Amazonas 5 es un satélite geostacionario de comunicaciones de 5900 kg puesto en órbita en septiembre de 2017. Determine:

- La altura sobre el ecuador terrestre del satélite y su velocidad orbital.
- La fuerza centrípeta necesaria para que describa la órbita y la energía total del satélite en dicha órbita.

Datos: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra,  $M_T = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra,  $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

46. Los satélites LAGEOS son una serie de satélites artificiales diseñados para proporcionar órbitas de referencia para estudios geodinámicos de la Tierra. Consisten en un cuerpo esférico de masa  $m = 405 \text{ kg}$  que se mueve en órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 5900 km sobre su superficie. Determine:

- El periodo de este tipo de satélites
- La energía requerida para que, desde la superficie de la Tierra, pasen a describir dicha órbita.

Datos: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Masa de la Tierra,  $M_T = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra,  $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

47. El satélite Europa describe una órbita circular alrededor de Júpiter de 671100 km de radio. Teniendo en cuenta que su periodo de revolución es de 3.55 días terrestres, determine:

- La masa de Júpiter
- La velocidad de escape desde la superficie de Júpiter

Datos: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ , Radio de Júpiter,  $R_{\text{Júpiter}} = 69911 \text{ km}$

48. Un satélite sigue una órbita circular sincrónica (es decir, del mismo periodo que el de rotación del planeta) de radio  $1,59 \cdot 10^5 \text{ km}$  en torno a un planeta de masa  $1.90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$ . Calcule:

- La velocidad del satélite en la órbita.
- El periodo de rotación del planeta sobre su eje.

Datos: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

49. Se tiene un planeta de masa  $1,95 \cdot 10^{25} \text{ kg}$  y radio 5500 km. Determine:

- El módulo de la aceleración de la gravedad en la superficie de dicho planeta.
- La velocidad de escape desde la superficie del planeta.

Datos: Constante de Gravitación Universal,  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

## SOLUCIONES

### Cuestiones

1. a)  $r = R_T \sqrt{2}$     b)  $g_r = G \frac{M_T}{r^2}$
2. a) Un campo es conservativo si el trabajo implicado en el desplazamiento no depende de la trayectoria seguida, sino del punto inicial y final.  
b) Campo de fuerza central, por ejemplo, el campo gravitatorio.
3. a)  $a_p > a_a v_p > v_a$     b)  $E_p(p) < E_p(a) E_T(p) = E_T(a)$
4. a)  $7.27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$     b)  $3.58 \cdot 10^7 \text{ m}$
5.  $E_p = 2E_T$
6. a)  $E_C = G \frac{M_T M_S}{2r}$     b)  $E_p = 2E_T$
7. a)  $7158.39 \text{ kg/m}^3$     b)  $6000 \text{ m/s}$
8. a)  $4.91 \text{ m/s}^2$     b)  $5.6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
9. a) Se conserva    b)  $p(p) > p(a)$     c)  $E_p(p) < E_p(a)$     d)  $E_T(p) = E_T(a)$
10. a)  $1.94 \cdot 10^7 \text{ s}$     b)  $3.5 \cdot 10^4 \text{ m/s}$
11. a)  $E_C = G \frac{M_T M_S}{2r}$
12. a)  $-1.89 \cdot 10^{-10} \vec{j}$  (N)    b)  $\vec{a}_A = -9.43 \cdot 10^{-10} \vec{j}$  ( $\text{m/s}^2$ )     $\vec{a}_p = 0$  ( $\text{m/s}^2$ )
13. a)  $R_T (\sqrt{2} - 1)$     b)  $R_T$
14. a)  $7913.05 \text{ m/s}$     b)  $v_{inic} > v_{esc}$  (Sí escapará)
15. a) 0.62    b) 0.21
16. a)  $4.9 \text{ m/s}^2$     b)  $6049.63 \text{ s}$
17. a)  $3.98 \cdot 10^{14} \text{ kg m}^2/\text{s}$     b)  $6.26 \cdot 10^{10} \text{ J}$
18. a) 0    b)  $5.27 \cdot 10^{13} \text{ kg m}^2/\text{s}$
19. a)  $-1.06 \cdot 10^{10} \text{ J}$     b)  $3.07 \cdot 10^6 \text{ m}$
20. a) Falso    b) Verdadero
21. a)  $v_p = v_{m\acute{a}x}$     b)  $k = \frac{4\pi^2}{GM_S}$
22. a)  $4.71 \cdot 10^{10} \text{ m}^2/\text{s}$     b)  $4.79 \cdot 10^{14} \text{ kg m}^2/\text{s}$      $\alpha \sim 10^\circ$
23. a)  $g_{sup} = G \frac{M_p}{R_p^2}$     b)  $2.45 \text{ m/s}^2$

24. a)  $5.427 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$       b)  $1.84 \cdot 10^{16} \text{ J}$
25. b)  $4248 \text{ m/s}$
26. b)  $2.04 \cdot 10^7 \text{ m}, -2.2 \cdot 10^7 \text{ J}$
27. a)  $3.29 \cdot 10^{-22} \text{ N}$      $196.27 \text{ N}$

### Problemas

1. a)  $1.49 \cdot 10^{29} \text{ kg}$       b)  $1.04 \cdot 10^8 \text{ s}$       c)  $11295.76 \text{ m/s}$
2. a)  $4.99 \cdot 10^5 \text{ m}$       b)  $5663.94 \text{ s}$        $15.25 \text{ vueltas}$
3. a)  $7721.28 \text{ m/s}$        $8.94 \text{ m/s}^2$        $5427.70 \text{ s}$
4. a)  $6643.93 \text{ m/s}$       b)  $-4.41 \cdot 10^9 \text{ J}$
5. a)  $\frac{v_1}{v_2} = 1.06$       b)  $\frac{T_1}{T_2} = 0.83$  (Están de nuevo alineados)
6. a)  $5.24$       b)  $0.04$
7. a)  $2.49 \cdot 10^7 \text{ m}$        $24.46 \text{ kg}$       c)  $3.40 \cdot 10^7 \text{ J}$
8. a)  $6.07 \cdot 10^7 \text{ m}$       b)  $0.95$
9. a)  $5.90 \cdot 10^4 \text{ m/s}$       b)  $E_C = 5.53 \cdot 10^{32} \text{ J}$        $E_{Cp} = -9.18 \cdot 10^{32} \text{ J}$   
 $E_T = -3.65 \cdot 10^{32} \text{ J}$       c)  $1.87 \cdot 10^{28} \text{ kg m/s}$        $8.62 \cdot 10^{38} \text{ kg m}^2/\text{s}$   
d)  $E_{\text{MEC}} \text{ Y } L$
10. a)  $6934.69 \text{ kg/m}^3$        $6299.2 \text{ m/s}$       b)  $\Delta E = 6.29 \cdot 10^8 \text{ J}$
11. a)  $5857.82 \text{ s}$       b)  $-2.84 \cdot 10^9 \text{ J}$       c)  $5.29 \cdot 10^{12} \text{ kg m}^2/\text{s}$       d)  $0.82$
12. a)  $7.22 \text{ N/kg}$       b)  $7.33 \cdot 10^3 \text{ m/s}$        $6.37 \cdot 10^3 \text{ s}$       c)  $-1.07 \cdot 10^{10} \text{ J}$        $\Delta E_p = 3.58 \cdot 10^9 \text{ J}$
13. a)  $1.18 \cdot 10^6 \text{ kg m/s}$        $8.15 \cdot 10^{12} \text{ kg m}^2/\text{s}$       b)  $5.69 \cdot 10^3 \text{ s}$        $5.17 \cdot 10^5 \text{ m}$
14. a)  $6.44 \cdot 10^{23} \text{ kg}$       b)  $1.09 \cdot 10^5 \text{ s}$       c)  $-2.20 \cdot 10^{21} \text{ J}$       d)  $7.62 \cdot 10^{25} \text{ kg m}^2/\text{s}$
15. a)  $4.22 \cdot 10^7 \text{ m}$       b)  $1.15 \cdot 10^9 \text{ J}$
16. a)  $7.09 \cdot 10^6 \text{ m}$       b)  $-5.63 \cdot 10^9 \text{ J}$       c)  $-2.81 \cdot 10^9 \text{ J}$       d)  $\Delta E = 1.41 \cdot 10^9 \text{ J}$
17. a)  $1.95 \cdot 10^7 \text{ s}$       b)  $v_v = 3.49 \cdot 10^4 \text{ m/s}$        $v_T = 2.97 \cdot 10^4 \text{ m/s}$
18. a)  $5.77 \cdot 10^6 \text{ kg m/s}$  (tangente a la trayectoria)       $6.92 \cdot 10^{13} \text{ kg m}^2/\text{s}$  (no varía)

- b)  $1.31 \cdot 10^4 \text{ s}$       -  $1.66 \cdot 10^{10} \text{ J}$
19. a)  $1.90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$       b)  $0.71 \text{ N/kg}$       c)  $1.31 \cdot 10^{31} \text{ J}$       d)  $6.51 \cdot 10^{35} \text{ kg m}^2/\text{s}$
20. a)  $6.71 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$       b)  $2.00 \cdot 10^{20} \text{ N}$       c)  $-3.09 \cdot 10^{11} \text{ J}$       d)  $\frac{F_T}{F_L} = 732.24$
21. a)  $5.26 \cdot 10^3 \text{ m/s}$       b)  $-2.77 \cdot 10^{10} \text{ J}$       c)  $-1.39 \cdot 10^{10} \text{ J}$       d)  $1.39 \cdot 10^{10} \text{ J}$
22. a)  $3.89 \cdot 10^3 \text{ m/s}$       b)  $9745 \text{ m/s}$
23. a) Falso:  $L_a = L_{pp} > p_a$       b) Falso:  $E_{\text{mec}}(a) = E_{\text{mec}}(p)$       y  $E_p(p) < E_p(a)$
24. a)  $5.53 \cdot 10^4 \text{ s}$       b)  $1.91 \cdot 10^{10} \text{ J}$       -  $3.81 \cdot 10^{10} \text{ J}$
25. a)  $5.42 \text{ N/kg}$       b)  $8585.6 \text{ s}$
26. a)  $g_{0A} = 1.17 g_{0B}$       b)  $v_{eA} = 1.17 v_{eB}$
27. a)  $\frac{v_{eA}}{v_{eB}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$       b)  $\frac{g_{0A}}{g_{0B}} = \frac{3}{16}$
28. a)  $3.016 \cdot 10^3 \text{ m/s} < v_{\text{esc}} = 1.12 \cdot 10^4 \text{ m/s}$       b)  $6.46 \cdot 10^6 \text{ m}$  del centro
29. a)  $26.6 \text{ m/s}^2$       b)  $1.48 \cdot 10^4 \text{ m/s}$
30. a)  $2.01 \cdot 10^7 \text{ m}$       b)  $5.02 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
31. a)  $1.69 \cdot 10^{29} \text{ kg}$       b)  $8.11 \cdot 10^8 \text{ m}$
32. a)  $1.09 \cdot 10^4 \text{ m/s}$        $4.18 \cdot 10^8 \text{ m}$       b)  $1.90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$        $880.1 \text{ m/s}^2$
33. a)  $4.56 \cdot 10^{25} \text{ kg}$       b)  $15.39 \text{ h}$
34. a)  $7.68 \cdot 10^{-3} \text{ N/kg}$       b)  $8.76 \text{ m/s}$
35. a)  $2.198 \cdot 10^4 \text{ m/s}$       b)  $-1.87 \cdot 10^{32} \text{ J}$
36. a)  $148.94 \text{ kg}$       b)  $5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
37. a)  $1.2 \cdot 10^6 \text{ m}$       b)  $2740.9 \text{ m/s}$
38. a)  $9.22 \cdot 10^{30} \text{ kg}$       b)  $6.15 \cdot 10^{10} \text{ m/s}^2$
39. a)  $3.88 \text{ m/s}$       b)  $3.36 \text{ m/s}$
40. a)  $1658 \text{ m/s}^2$       b)  $7.23 \cdot 10^9 \text{ m}$
41. a)  $6.7 \cdot 10^7 \text{ m}$       b)  $1.75 \cdot 10^9 \text{ J}$
42. a)  $184.85 \text{ N}$       b)  $1.78 \cdot 10^6 \text{ m}$
43. a)  $7508 \text{ m/s}$        $5912 \text{ s}$       b)  $6.25 \cdot 10^{10} \text{ J}$
44. a)  $(1.07 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 8 \cdot 10^{-12} \vec{j}) \text{ m/s}^2$        $3.34 \cdot 10^{-11} \text{ J}$       b)  $1.2 \text{ m}$

45. a)  $3.59 \cdot 10^7 \text{ m}$   $3.1 \cdot 10^3 \text{ m/s}$   $\text{m/s}$  b)  $1.34 \cdot 10^3 \text{ N}$   $-2.78 \cdot 10^{10} \text{ J}$
46. a) 225.55 min b)  $1.87 \cdot 10^{10} \text{ J}$
47. a)  $1.90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$  b)  $60.21 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
48. a)  $2.82 \cdot 10^4 \text{ m/s}$  b)  $3.54 \cdot 10^4 \text{ s}$
49. a)  $43 \text{ m/s}^2$  b)  $21.75 \text{ km/s}$