

## SUCESIONES

### • Calcular términos de una sucesión

EJERCICIO 1 : Calcular  $a_2, a_5, a_{40}, a_{n+1}, a_{2n}$  en las siguientes sucesiones definidas por :

a)  $a_n = 1 - 2n$                       b)  $b_n = \frac{3n+1}{4n}$                       c)  $c_n = 1 - \frac{2n}{3}$   
d)  $d_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{n-2}{n+1}$                       e)  $e_n = \sqrt{1+4n}$

EJERCICIO 2 : La sucesión definida por  $a_n = n^2 - 16$ . ¿ Tiene algún término que valga 33?, ¿ 0 ?, ¿ -12 ?, ¿ 8 ?, ¿ -16 ?

EJERCICIO 3 : Escribir los cuatro primeros términos de la sucesión:

a)  $a_n = \frac{2n+3}{3 \cdot 2^n}$                       b)  $b_n = (-1)^n \cdot (n+1)^2$                       c)  $c_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

EJERCICIO 4 : Escribe el término octavo de las siguientes sucesiones recurrentes:

a)  $a_1 = 1, a_2 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$                       b)  $a_n = 2 \cdot a_{n-1} - 3 \cdot a_{n-2} + 1, a_1 = 0, a_2 = 1$

### • Calcular el término general de una sucesión

EJERCICIO 5 : Calcular el término general de las siguientes sucesiones :

a) 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ....                      ñ) 1, -3, 5, -7, 9, -11, 13, -15, ....  
b) 3, 6, 9, 12, 15, ....                      o) 1, 8, 27, 64, 125, ....  
c) 5, 7/2, 3, 11/4, 13/5, 5/2, ...                      p) 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, ....  
d) 0, 3, 0, 3, 0, 3, ....                      q) 2/3, -4/9, 8/27, -16/81, 32/243, ....  
e) 0, 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, ....                      r) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ....  
f) 2, 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, ....                      s) 5, -5, 5, -5, 5, ....  
g) 12, 7, 2, -3, ....                      t) 2, 9, 28, 65, 126, 217, ....  
h) 2, -4, 6, -8, 10, .....                      u) -3, 3, -3, 3, -3, 3, ....  
i) 2, 7, 2, 7, 2, 7, .....                      v) 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, .....  
j) 1/3, 5/4, 7/9, 9/16, .....                      w) 2, 3<sup>5</sup>, 5, 6<sup>5</sup>, 8, ....  
k) 2,5,20,17,26,....                      x) 1/2, -5/4, 9/8, -13/16, 17/32,....  
l) 20,10,5,2<sup>5</sup>, 1<sup>25</sup>,....                      y) -2/5, 5/7, -8/9, 1, -14/13, ....  
m) 1/2, 4/3, 9/4, 16/5, 25/6, .....                      z) 1/4, 1, 9/12, 1, 25/28, 1, .....  
n) -9/8, 16/15, -25/24, 36/35, -49/48, 64/63, .....

### • Representar gráficamente los términos de una sucesión y hallar su límite

EJERCICIO 6 : Representa gráficamente los siete primeros términos de estas sucesiones y calcula su límite, si existe:

a)  $a_n = n^3 - 9n^2 + 18n$                       b)  $a_n = \frac{n^2 - 5}{2}$                       c)  $a_n = -3n + 10$   
d)  $a_1 = -1, a_{n+1} = -2 \cdot a_n + 3$                       e)  $a_n = (-1)^n + 2$                       f)  $a_{n+1} = (-1)^n \cdot a_n, a_3 = 5$   
g)  $a_n = n \cdot (n-6)$                       h) 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, .....                      i)  $b_n = \frac{2^n + 1}{2^{n-1}}$

• **Calcular límites de sucesiones**

**EJERCICIO 7** : Calcular los siguientes límites

**a) Cociente de polinomios**

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 2)(n^2 - 2)}{(n + 2)^2(2n - 1)^2}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 1}{n + 5}$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 + 2n - 1}{n^2 + n + 2}$$

**b) Cociente de polinomios con raíces**

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n - 1}{\sqrt{n^2 - n + 4}}$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^5 + 2n^3 - 1}{\sqrt{n^6 - n^4 + 4}}$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 5n}{\sqrt{4n^4 - 2n + 3}}$$

$$7) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n^4 - 2n - 3}{2n^5 - 1}}$$

$$8) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^4 + 3}{\sqrt{3n^4 - 2n}}$$

$$9) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - n + 2}{\sqrt{7n^6 + 3n^3}}$$

$$10) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 + 3n}{\sqrt{9n^4 + 4}}$$

$$11) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 - n + 2}{\sqrt{7n^6 + 3n^3}}$$

$$12) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8n^8 - 4n^2}}{2n^3 - 4n^4}$$

**c) Resta de polinomios**

$$13) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{6n - 5}{3n^2 - 2} - \frac{5n - 3}{4n^2 + 1} \right)$$

$$14) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2}{2n - 1} - \frac{n^2 + 1}{2n + 1} \right)$$

$$15) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 1}{3n + 1} - \frac{n^2}{3n - 1} \right)$$

$$16) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3 + 2n^2}{3n^2 - n} - \frac{2n^3 - 1}{3n^2 - 3} \right)$$

$$17) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 2n^2 - 1 - \frac{2n^4 + 5n^3 - n^2}{n^2 + 2} \right)$$

$$18) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 3n + 2 - \frac{7 + 3n^2}{n + 1} \right)$$

**d) Resta de polinomios con raíces**

$$19) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n^2 + 3n - 2} - \sqrt{2n^2 + 2}$$

$$20) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n + a} - \sqrt{n} \text{ siendo } a \text{ una constante}$$

$$21) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 4n + 1} - \sqrt{n^2 + 8n + 1} \right)$$

$$22) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + n} \right)$$

$$23) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( n - \sqrt{n^2 + 10n} \right)$$

$$24) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{3 + 4n^2} - \sqrt{n + 4n^2} \right)$$

$$25) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{4n^2 - 1} - \sqrt{4n^2 + 2n} \right)$$

$$26) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{2n^2 - 1} - \sqrt{2n^2 + 2n} \right)$$

$$27) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 - 3n + 2} - n \right)$$

$$28) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{2n^4 - 1} - 2n^2 \right)$$

$$29) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{n^2 - 10n + 8} - (n - 3) \right]$$

**e) Número e**

$$30) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n - 2}{4n - 3} \right)^{4n+3}$$

$$31) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 5}{n^2} \right)^{2n^2}$$

$$32) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 + 1}{3n^2 - 1} \right)^{\frac{n^2}{n+1}}$$

$$33) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n - 1}{n - 2} \right)^{n^2-3}$$

$$34) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n - 3}{4n} \right)^{\frac{2n^2-1}{2n}}$$

$$35) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n + 7}{2n - 3} \right)^{\frac{n^4}{n^3+1}}$$

$$36) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 + 5}{3n^2 - n} \right)^{n^2-2}$$

$$37) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n - 2}{3n + 2} \right)^{3n}$$

$$38) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{n} \right)^n$$

f) Parecidos al número e pero inmediatos

$$39) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 2}{n^2 + n + 1} \right)^{-n^2 - n + 1}$$

$$40) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{9n^2 - n + 1}{3n^2 + 2n - 3} \right)^{-n^3 + 2n^2 - n}$$

$$41) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 - n + 2}{4n^2 + 2n - 3} \right)^{n^3 + 2n^2 - n}$$

$$42) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^4 - 7n}{5n^4 - 11} \right)^{n - 2n^3 + 1}$$

$$43) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 5 + 2n^3 - 3n \right)^{\frac{4n^2 - 4n^3}{1 + 2n^3}}$$

$$44) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2 - 2n}{3n^2 + 6} \right)^{\frac{-2n^2 + 3}{3n - 1}}$$

g) Mezcla

$$a) \lim \left[ (-1)^n \cdot \frac{1}{n+1} \right]$$

$$b) \lim [(-1)^n \cdot (n+1)]$$

$$c) \lim \left[ (-1)^n \cdot \frac{n}{n+1} \right]$$

$$d) \lim \left[ \sqrt[3]{n^2} + \frac{1}{2n+3} \right]$$

$$e) \lim \frac{n^2}{1 + \frac{1}{n}}$$

$$f) \lim \left[ \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n^2} + 1 \right]$$

$$g) \lim \left( \frac{1}{n} \right)^{-n^2}$$

$$h) \lim (n^2 - 7n^3 + 19n - 1)$$

$$i) \lim (n^{10} - n^8 - n^6)$$

$$j) \lim \frac{3n-1}{\frac{1}{2n}+1}$$

$$k) \lim \frac{5n^3 - n^2 - n}{2n^3 + 4n - 1}$$

$$l) \lim \frac{-3n^3 - n^2 - n - 1}{-n^2 - n - 1}$$

$$m) \lim \frac{n^2 + 7n + 5}{n^5}$$

$$n) \lim \frac{3n^3 - n^2 - n - 1}{-n^2 - n - 1}$$

$$\tilde{n}) \lim \left( \frac{4n^3 + 2n}{5n^3 - 2} \right)^{\frac{2n+1}{n^2}}$$

$$o) \lim \left( \frac{8n^3 - 1}{2n^3 + n + 1} \right)^{\frac{n}{2n-1}}$$

$$p) \lim \left( \frac{n+3}{2n^3 - 1} \right)^{2n}$$

$$q) \lim \left( \frac{2n^2 + 2}{n^2 + n + 1} \right)^{-n^2 - n - 1}$$

$$r) \lim \left( \frac{1}{2n^2 - 1} \right)^{\frac{-n^2}{n+1}}$$

$$s) \lim \frac{5n}{\sqrt{2n^4 - 1}}$$

$$t) \lim \frac{5n^3}{\sqrt{7n^2 - 3n + 1}}$$

$$u) \lim \left[ \sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{n^2 + 1} \right]$$

$$v) \lim \left[ n - \sqrt{n^2 + 10n} \right]$$

$$w) \lim \left[ \sqrt{4n^2 + 3n + 1} - 2n - 1 \right]$$

$$x) \lim \frac{\sqrt{25n^2 + 1} - \sqrt{9n^2 + 1}}{\sqrt{4n^2 + 1} - 1}$$

$$y) \lim \left[ \sqrt{n} \cdot (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}) \right]$$

$$z) \lim \left( 2 + \frac{1}{n} \right)^n$$

$$1) \lim \left( 1 - \frac{1}{n} \right)^{-n}$$

$$2) \lim \left( 1 + \frac{2}{5n} \right)^{2n}$$

$$3) \lim \left( 1 + \frac{1}{n+5} \right)^{n+1}$$

$$4) \lim \left( \frac{3n-1}{2n+4} - \frac{n+1}{n-1} \right)^n$$

$$5) \lim \left( \frac{3n^2 + 1}{3n^2 - 1} \right)^{\frac{n^2}{n+1}}$$

$$6) \lim \frac{\sqrt{n+1}}{n+2}$$

$$7) \lim \left( \frac{n^2}{2n-1} - \frac{n^2+1}{2n+1} \right)$$

$$8) \lim \left( \frac{2n^2 - n + 1}{2n^2 - 3n + 2} \right)^{-n+1}$$

$$9) \lim \left( \frac{n}{n+5} \right)^{n^2}$$

$$10) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n^2 + 3n - 2} - \sqrt{2n^2 + 2}$$

$$11) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 2)(n^2 - 2)}{(n+2)^2(2n-1)^2}$$

$$12) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{6n-5}{3n^2-2} - \frac{5n-3}{4n^2+1} \right)$$

$$13) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n-2}{4n-3} \right)^{4n+3}$$

$$14) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 4n + 1} - \sqrt{n^2 + 8n + 1} \right) \quad 15) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 5}{n^2} \right)^{2n^2}$$

16)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 + 1}{3n^2 - 1} \right)^{\frac{n^2}{n+1}}$

17)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 1}{n + 5}$

18)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + n} \right)$

19)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2}{2n-1} - \frac{n^2+1}{2n+1} \right)$

20)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 2}{n^2 + n + 1} \right)^{-n^2 - n + 1}$

21)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( n - \sqrt{n^2 + 10n} \right)$

22)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 - 2}{2n^2 + 1} \right)^{\frac{n^2}{n-1}}$

23)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{3 + 4n^2} - \sqrt{n + 4n^2} \right)$

24)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-1}{n-2} \right)^{n^2-3}$

25)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{9n^2 - n + 1}{3n^2 + 2n - 3} \right)^{-n^3 + 2n^2 - n}$

26)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{4n^2 - 1} - \sqrt{4n^2 + 2n} \right)$

27)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 1}{3n + 1} - \frac{n^2}{3n - 1} \right)$

28)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n - 1}{\sqrt{n^2 - n + 4}}$

29)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5n^2 - 1}{5n^2 + 1} \right)^{\frac{n^2+1}{n-1}}$

30)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 - n + 2}{4n^2 + 2n - 3} \right)^{n^3 + 2n^2 - n}$

31)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{2n^2 - 1} - \sqrt{2n^2 + 2n} \right)$

32)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 1}{3n^2 + 1} \right)^{\frac{n^3+1}{n^2-1}}$

33)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^5 + 2n^3 - 1}{\sqrt{n^6 - n^4 + 4}}$

34)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 - 3n + 2} - n \right)$

35)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 2}{3n^2 + 1} \right)^{\frac{2n^2}{n-1}}$

36)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{4n^2 - 2n + 1} - 2n \right)$

37)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n-3}{4n} \right)^{\frac{2n^2-1}{2n}}$

38)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 - 3n + 6}{4n^2 + 5} \right)^{5n^2 - 7n - 1}$

39)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{25n^2 - 2n} - \sqrt{16n^2 - 3} \right)$

40)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 5n}{\sqrt{4n^4 - 2n + 3}}$

41)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+7}{2n-3} \right)^{\frac{n^4}{n^3+1}}$

42)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3 - 2n^2 - 1}{3n^3 + 4} \right)^{n^2 - 2n + 1}$

43)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3 + 2n^2}{3n^2 - n} - \frac{2n^3 - 1}{3n^2 - 3} \right)$

44)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n^4 - 2n - 3}{2n^5 - 1}}$

45)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 + 2n - 1}{n^2 + n + 2}$

46)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^3 - 2n + 1}{3n^3 + n - 5} \right)^{-n^2 + 2n - 3}$

47)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{2n^2 + n + 1} - \sqrt{2n^2 - 3n + 3} \right)$

48)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^4 + 3}{\sqrt{3n^4 - 2n}}$

49)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^3 - n - 1}{3n^3 - 2n} \right)^{\frac{2n^2-1}{n+2}}$

50)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 2n^2 - 1 - \frac{2n^4 + 5n^3 - n^2}{n^2 + 2} \right)$

51)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{2n^4 - 1} - 2n^2 \right)$

52)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 + 5}{3n^2 - n} \right)^{n^2 - 2}$

53)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - n + 2}{\sqrt{7n^6 + 3n^3}}$

54)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^4 - 7n}{5n^4 - 11} \right)^{n - 2n^3 + 1}$

55)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{n^2 - 10n + 8} - (n - 3) \right]$

56)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+3}{2n-3} \right)^{2n}$

57)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{4n^2 - 5n + 2} - (2n - 1) \right]$

58)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n-2}{3n+2} \right)^{3n}$

59)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{3n^4 - 2n^2} - \sqrt{3n^4 - 4n^2 + 1} \right)$

60)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2 - 2n}{3n^2 + 6} \right)^{\frac{-2n^2+3}{3n-1}}$

61)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 + 3n}{\sqrt{9n^4 + 4}}$

62)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5n^2 + n + 1}{5n^2 + n} \right)^{\frac{7n^2}{n+1}}$

63)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 3n + 2 - \frac{7 + 3n^2}{n + 1} \right)$

64)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (5 + 2n^3 - 3n)^{\frac{4n^2 - 4n^3}{1 + 2n^3}}$

65)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n^4 - 1} - \sqrt{1 + 4n^4})$

66)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 + 5}{3n^2 - n} \right)^{n^2 - 2}$

67)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 - n + 2}{\sqrt{7n^6 + 3n^3}}$

68)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8n^8 - 4n^2}}{2n^3 - 4n^4}$

69)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5n^4 - 2n^2 + 3}{n^4 - 2n + 1} \right)^{n^2 - 2n^3 + 1}$

- **Problemas de sucesiones**

EJERCICIO 8 : Hallar el primer término de una progresión aritmética y la diferencia sabiendo que  $a_3 = 20$  y  $a_{15} = 140$

EJERCICIO 9 : Sabiendo que el primer término de una progresión aritmética es 5, que la diferencia es 8 y el término  $n$ -ésimo es 93, hallar el lugar que ocupa dicho término en la sucesión.

EJERCICIO 10 : El producto de tres términos consecutivos de una progresión aritmética es 1.155 y la suma del primero y el último es 22. ¿Cuáles son dichos números?

EJERCICIO 11 : La suma de los nueve primeros términos de una progresión aritmética es 450 y la diferencia de los extremos es 40. Halla dichos términos.

EJERCICIO 12 : Calcular las dimensiones de un ortoedro sabiendo que están en progresión aritmética, que suman 24 m y que el volumen del ortoedro es  $384 \text{ m}^3$ .

EJERCICIO 13 : Sabiendo que el sexto término de una progresión geométrica es 2 y que la razón es  $1/3$ , halla el primer término.

EJERCICIO 14 : Descompón el número 65 en tres sumandos que formen progresión geométrica y tal que el producto del primero por el tercero sea 225.

EJERCICIO 15 : El primer término de una progresión geométrica es 7 y el tercero es 63. Calcular el producto de los diez primeros términos.

EJERCICIO 16 : Tres números están en progresión geométrica. El segundo es 15 unidades mayor que el primero y el tercero 60 unidades mayor que el segundo. Halla dichos números.

EJERCICIO 17 : Forma una progresión aritmética de siete términos en la que  $-2$  y  $28$  sean los extremos