



Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - e^{-2x} - 2x}{\sin^2(x)}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) dx$ (\ln denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Calcula los valores de m para los cuales A tiene inversa.

(b) [1,5 puntos] Para $m = 2$, encuentra la matriz X que cumple $AX - BB^t = I$, siendo B^t la matriz traspuesta de B e I la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 4.- Considera el punto $A(2, 1, 0)$ y los planos $\pi_1 \equiv x + y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv x - y + z = 0$.

(a) [1,25 puntos] Calcula la recta que pasa por A y es paralela a π_1 y a π_2 .

(b) [1,25 puntos] Calcula los puntos de la recta $s \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2}$ que equidistan de π_1 y π_2 .



Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 2b & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

(\ln denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula a y b .

Ejercicio 2.- Sean las funciones $f, g: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \sin(x)$ y $g(x) = \sin(2x)$.

(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

(b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por ambas gráficas y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{3}$.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx - y + 13z = 0 \\ 2x - my + 4z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

(b) [1 punto] Resuelve el sistema para $m = 3$. En este caso, ¿hay alguna solución en la que $x = 10$? Razona tu respuesta.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(0, 3, -1)$ y $B(0, 1, a)$ y el plano π de ecuación $x - y + z = 0$.

(a) [0,75 puntos] Determina a sabiendo que la recta que pasa por A y por B es paralela al plano π .

(b) [0,75 puntos] Halla el punto de corte del plano π con la recta que pasa por A y es perpendicular a dicho plano.

(c) [1 punto] Para $a = 2$, halla el plano que contiene a los puntos A y B y es perpendicular al plano π .