PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2020

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio B3
- Junio, Ejercicio B4
- Septiembre, Ejercicio B3
- Septiembre, Ejercicio B4

Se considera la función $f(x)=ax^3+bx+4$, con a y b números reales.
a) (1 Punto) Determine los valores de a y b para que f tenga un extremo relativo en el punto $(2,36)$.
b) (0'75 puntos) Para $a=4$ y $b=-3$, estudie la monotonía de f y determine sus extremos relativos.
c) (0'75 Puntos) Para $a=4$ y $b=-3$, calcule la función $F(x)$ que verifica $F'(x)=f(x)$ y $F(2)=10$.
SOCIALES II. 2020. JUNIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la derivada de la función: $f'(x)=3ax^2+b$

Extremo relativo en $(2,36) \Rightarrow \begin{cases} f(2)=36 \Rightarrow 8a+2b+4=36 \\ f'(2)=0 \Rightarrow 12a+b=0 \end{cases}$

Resolviendo el sistema, tenemos que: $a=-2$; $b=24$

b) Calculamos la derivada de la función $f(x)=4x^3-3x+4$ y la igualamos a cero.

$$f'(x)=12x^2-3=0 \Rightarrow x \ \ = \frac{}{4} \Rightarrow x=\pm\frac{1}{}$$

	$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2},-\right)$	$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$
Signo $f'(x)$	+	$-$	+
Función	C	D	C

La función es creciente en el intervalo: $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\ - \ +\infty\right)$ y decreciente en el intervalo: $\left(-\frac{1}{2},-\right)$.

Tiene un máximo relativo en el punto $\left(-\frac{1}{2},5\right)$ y un mínimo relativo en $\left(\frac{1}{2},3\right.$.

c) Calculamos la integral

$$F(x)=\int(4x^3-3x+4)\,dx=4\frac{x^4}{4}-3\frac{x^2}{2}+4x+C=x \ \ -\frac{3x^2}{2}+4x+C$$

Como sabemos que $F(2)=10$, entonces:

$$F(2)=10 \Rightarrow 16-6+8+C=10 \Rightarrow C=-8$$

Luego, la función es: $F(x)=x^4-\frac{3x^2}{2}+4x-8$

a) (1’2 puntos) Calcule la derivada de las siguientes funciones

$$f(x)=(-5+x^{2})^{2}\cdot e^{3x} \qquad g(x)=\frac{\ln(x^{3}-5\ \ )}{1-x^{2}}$$

b) (1’3 puntos) Calcule el área del recinto acotado por la gráfica de $h(x)=-x^{2}+2x+3$ y el eje de abscisas

SOCIALES II. 2020. JUNIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a)

$$f'(x)=2\cdot(-5+x^{2})\cdot 2x\cdot e^{3x}+3\cdot e^{3x}\cdot(-5+x^{2})^{2}=e^{3x}\cdot(-5+x^{2})\left[3x^{2}+4x-15\right]$$

$$g'(x)=\frac{\dfrac{3x^{2}-}{x^{3}-5}\cdot(1-x^{2})-(-2x)\cdot\ln(x\ \ -5x)}{\left(1-x^{2}\right)^{2}}$$

b) Calculamos los puntos de corte de las dos funciones

$$\left.\begin{array}{l} h(x)=-x^{2}+2x+3 \\ y=0 \end{array}\right\}\Rightarrow -x^{2}+2x+3=0\Rightarrow x=-1\ ;\ x=3$$

Tenemos que ver cuál de las dos funciones va por encima y cuál va por debajo. Para ello sustituimos un valor comprendido entre -1 y 3, y vemos cuál tiene mayor valor.

Para $x=0\Rightarrow h(0)=3$

Para $x=0\Rightarrow y=0$

Por lo tanto, la función que va por encima es $h(x)=-x^{2}+2x+3$. Luego el área vendrá dada por:

$$A=\int_{-1}^{3}\left[(-x^{2}+2x+3)-(0)\right]dx=\int (-x^{2}+2x+3)\,dx=\left[-\frac{x^{3}}{3}+x^{2}+3x\right]_{-1}^{3}=$$

$$=\left(-\frac{27}{3}+9+9\right)-\left(\frac{1}{3}+1-3\right)=\frac{32}{3}\ u^{2}$$

Se considera la función $f(x\ = \begin{cases} a \quad \dfrac{a}{x-1} & si \quad x<0 \\ a \quad be^{x} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

a) (1'25 puntos) Calcule los valores de *a* y *b* para que la función sea continua y derivable en su dominio.
b) (0'75 puntos) Para $a=2$ y $b=-2$, estudie la monotonía de la función *f* y calcule sus extremos relativos.
c) (0'5 puntos) Para $a=2$ y $b=-2$, determine las ecuaciones de las asíntotas de *f*, si existen.
SOCIALES II. 2020 SEPTIEMBRE. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad y derivabilidad en $x=0$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} 2+\dfrac{a}{x-1}=2-a \\ \lim\limits_{x\to 0^+} (a+be^{x})=a+b \end{array}\right\} \Rightarrow 2-a=a+b \Rightarrow 2a+b=2 \text{ Por ser continua}$$

Calculamos la función derivada: $f'(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{(x-1)^2} & si \quad x<0 \\ be^{x} & si \quad x\geq 0 \end{cases}$ y como es derivable

$$\left.\begin{array}{l} f'(0^-)=- \\ '(0^+)=b \end{array}\right\} \Rightarrow -a=b \text{ Derivable en } x=3$$

Resolviendo el sistema formado por las dos ecuaciones: $\left.\begin{array}{r} 2a+b \\ a=b \end{array}\right\} \Rightarrow \quad =2\ ;\ b=-2$

b) Calculamos la función derivada: $f'(x)=\begin{cases} \dfrac{2}{(x-1)^2} & si \quad x<0 \\ 2e^{x} & si \quad x\geq \end{cases}$ y la igualamos a cero

Vemos que no sale ningún valor.

	$(-\infty,0)$	$(0,+\infty)$
Signo $f'(x)$	$-$	$-$
Función	D	D

La función es decreciente en $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$. Luego es estrictamente decreciente en $\mathbb{R}$ y no tiene máximos ni mínimos.

c) Calculamos las asíntotas.

Para $x<0$

En la función $2+\dfrac{2}{x-1}$ no hay ningún valor que anule el denominador, luego no tiene asíntota vertical.

Calculamos $\lim_{x \to -\infty} 2 + \frac{2}{x-1} = 2 \Rightarrow y = 2$ es una asíntota horizontal. Al tener horizontal, no tiene oblicua.

Para $x > 0$

No tiene asíntota vertical

Calculamos $\lim_{x \to +\infty} 2 - 2e^{x} = 2 - \infty = -\infty \Rightarrow$ No tiene asíntota horizontal.

Calculamos la asíntota oblicua: $y = mx + n$

$m = \lim_{x \to \infty} \frac{2-2e^{x}}{x} = \frac{-\infty}{\infty} \Rightarrow L'Hopital = \lim_{x \to \infty} \frac{-2e^{x}}{1} = -\infty \Rightarrow$ No tiene asíntota oblicua

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -x+2 & si \quad x \le \\ -x^2+6x-8 & si \quad 2<x<4 \\ \dfrac{x-3}{x} & si \quad x \ge 4 \end{cases}$

a) (1'25 puntos) Estudie la continuidad y derivabilidad de *f* en su dominio.
b) (0'75 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f*.
c) Calcule $\int_2^3 f(x)\,dx$
SOCIALES II. 2020 SEPTIEMBRE EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) La función $-x+2$ es continua y derivable en su dominio. La función $-x^2+6x-8$ es continua y derivable en su dominio. La función $\dfrac{x-3}{x}$ es continua y derivable en su dominio $\mathbb{R}-\{0\}$. Por lo tanto, solo tenemos que estudiar la continuidad y derivabilidad en $x=2$ y $x=4$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-}(-x+2)=0 \\ \lim\limits_{x\to 2^+}(-x^2+6\quad -8)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow f(2)=\lim\limits_{\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x} f(x)=0 \Rightarrow \text{ Es continua en } x=2$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 4^-}(-x^2+6\quad -8)=0 \\ \lim\limits_{x\to 4^+}\left(\dfrac{x-3}{x}\right)=\dfrac{}{4} \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{4^-} f(x) \ne \lim\limits_{x\to \ ^+} f(x) \Rightarrow \text{ No es continua ni derivable en } x=4$$

Calculamos la derivada: $f'(x)=\begin{cases} -1 & si \quad x \\ -2x+6 & si \quad 2<x<4 \\ \dfrac{3}{x^2} & si \quad x>4 \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} f'(2^-)=-1 \\ f'(2^+)=2 \end{array}\right\} \quad f'(2^-) \ne \quad '(2\quad) \qquad \text{No es derivable en } x=2$$

b) Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero:

$f'(x)=-2x+6=0 \Rightarrow x=3$.

	$(-\infty,2)$	$(2,3)$	$(3,4)$	$(4,+\infty)$
Signo $f'(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$
Función	D	C	D	C

La función es decreciente en $(-\infty, 2) \cup (3,4)$ y creciente en $(2,3) \cup (4,+\infty)$.

Tiene un mínimo relativo (pico) en $(2,0)$ y un máximo relativo en $(3,1)$.

c) Calculamos la integral

$$\int_2^3 (-x^2+6x-8)\,dx = \left[-\frac{x^3}{3}+6\frac{x^2}{2}-8x\right]_2^3 = \left(-\frac{27}{3}+27-24\right)-\left(-\frac{8}{3}+12-16\right)=\frac{2}{3}$$