

- 1° Una persona recorre 30 m hacia el norte en 30 s, después recorre 40 m hacia el este en 35 s y por último recorre 60 m hacia el sur en 50 s. Determina el desplazamiento total.
Sol: 40 m este y 30 m sur.

- 2° El vector de posición de una partícula viene dado por la ecuación vectorial en función del tiempo:

$$\vec{r}(t) = (4t, 2+t) \text{ m}$$

Halla la posición del móvil en los tiempos 0, 2, 4 y 5 s.

Sol: $\vec{r}(0) = (0, 2) \text{ m}$; $\vec{r}(2) = (8, 4) \text{ m}$; $\vec{r}(4) = (16, 6) \text{ m}$; $\vec{r}(5) = (20, 7) \text{ m}$.

- 3° La posición de una partícula viene dada por la ecuación:

$$\vec{r}(t) = (5-t, 2t, 0) \text{ m}$$

Halla el desplazamiento entre 3 y 4 s. **Sol:** $\Delta\vec{r} = (-1, 2, 0) \text{ m}$.

- 4° Un perro se lanza a cruzar un río. Su vector de posición en función del tiempo, expresado en unidades del SI, viene dado por:

$$\vec{r}(t) = (2t, 5t) \text{ m}$$

Calcula:

- Los vectores de posición para $t = 1 \text{ s}$ y $t = 3 \text{ s}$.
- El desplazamiento en ese intervalo.
- La velocidad media en ese intervalo y su módulo.
- La velocidad instantánea a los 3 s y su módulo.
- La ecuación de la trayectoria.

Sol: a) $\vec{r}(1) = (2, 5) \text{ m}$, $\vec{r}(3) = (6, 15) \text{ m}$; b) $\Delta\vec{r} = (4, 10) \text{ m}$; c) $\vec{v}_m = (2, 5) \text{ m/s}$;

$v_m = |\vec{v}_m| = 5.4 \text{ m/s}$; d) $\vec{v}(3) = (2, 5) \text{ m/s}$; e) $y = 5x/2$.

- 5° Una pelota choca contra una pared con una velocidad $\vec{v}_0 = (-1.73, -1) \text{ m/s}$ y sale despedida con una velocidad de $\vec{v}_f = (1.39, -0.8) \text{ m/s}$. Si la duración del choque ha sido de 0.1 s y se desprecia el efecto de la gravedad, halla:

- La variación de la velocidad en el choque.
- El módulo de la aceleración de la bola durante el choque.

Sol: a) $\Delta\vec{v} = (3.12, 0.2) \text{ m/s}$; b) $\vec{a}_m = (31.2, 2) \text{ m/s}^2$; $a_m = 31.26 \text{ m/s}^2$.

- 6° Una partícula describe una parábola cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$x(t) = 200t \quad y(t) = 100 - 5t^2$$

Determina:

- La ecuación de la trayectoria.
- El vector de posición en función del tiempo.
- El vector velocidad en función del tiempo y su módulo.
- El vector aceleración.
- El radio de curvatura de la trayectoria en el instante $t = 1 \text{ s}$.

Sol: a) $y = 100 - x^2/8000$; b) $\vec{r}(t) = (200t, 100 - 5t^2)$; c) $\vec{v} = (200, -10t)$;

d) 4010 m.

7º El vector de posición de un móvil en función del tiempo es:

$$\vec{r}(t) = (2t, -t^2) \text{ m}$$

Determina:

- El desplazamiento efectuado por el móvil entre los instantes $t = 1$ s y $t = 3$ s.
- La velocidad instantánea a los 3 segundos.
- La aceleración en cualquier instante.

Sol: a) $\Delta\vec{r} = (4, -8)$ m ; b) $\vec{v} = (2, -6)$ m/s ; c) $\vec{a} = (0, -2)$ m/s².

8º Una jugadora de balonvolea golpea el balón de forma que la ecuación del movimiento de este es:

$$\vec{r}(t) = (7t, 1 + 7t - 5t^2) \text{ m}$$

Calcula:

- Los vectores de posición en los instantes $t = 0$ y $t = 1$ s.
- El vector de desplazamiento en el primer segundo.
- La velocidad media en ese intervalo de tiempo y su módulo.
- La velocidad en el instante $t = 1$ s y su módulo.

Sol: a) $\vec{r}(0) = (0, 1)$ m, $\vec{r}(1) = (7, 3)$ m; b) $\Delta\vec{r} = (7, 2)$ m;

c) $\vec{v}_m = (7, 2)$ m/s, $|\vec{v}_m| = 7.3$ m/s; d) $\vec{v}(1) = (7, -3)$ m/s, $|\vec{v}(1)| = 7.6$ m/s.

9º La posición de una partícula en el plano viene dada por la ecuación vectorial:

$$\vec{r}(t) = (t^2 - 6, t + 3) \text{ m}$$

Calcula:

- La posición de la partícula para $t = 2$ s y $t = 3$ s.
- La velocidad media en ese intervalo.
- La velocidad instantánea para $t = 2$ s y su módulo.

Sol: a) $\vec{r}(2) = (-2, 5)$ m, $\vec{r}(3) = (3, 6)$ m; b) $\vec{v}_m = (5, 1)$ m/s;

c) $\vec{v}(2) = (4, 1)$ m/s, $|\vec{v}(2)| = 4.1$ m/s.

10º La ecuación del movimiento de un móvil, expresadas las magnitudes en el SI, es:

$$\vec{r}(t) = (4t - 7, 1.5t^2 + 14) \text{ m}$$

Calcula:

- La velocidad y su módulo en cualquier instante.
- La aceleración y su módulo.
- Las componentes intrínsecas de la aceleración en $t = 1$ s.

Sol: a) $\vec{v}(t) = (4, 3t)$ m/s, $|\vec{v}(t)| = \sqrt{16 + 9t^2}$ m/s; b) $\vec{a}(t) = (0, 3)$ m/s²,

$|\vec{a}(t)| = 3$ m/s²; c) $a_t = 1.8$ m/s², $a_c = 2.4$ m/s².

11º El vector de posición de un barco que cruza un canal de 400 m de anchura es:

$$\vec{r}(t) = (2t, 3t) \text{ km}$$

El tiempo t está medido en horas y las distancias, en km. Calcula:

- El tiempo que tarda el barco en cruzar el canal.
- Las coordenadas de los puntos de salida y llegada.

Sol: a) 0.2 h; b) (0.4, 0.6) km.

12° Calcula la aceleración que lleva un móvil cuya ecuación de velocidad, en unidades internacionales, es:

$$\bar{v}(t) = (2t + 2, -4) \text{ m/s}$$

Sol: $\bar{a}(t) = (2, 0) \text{ m/s}^2$.

13° El vector de posición de un barco que cruza un puerto de 1.6 km de anchura es:

$$\bar{r}(t) = (2t, 0.5t - 0.5) \text{ km}$$

El tiempo t está medio en horas. El viaje comienza cuando el reloj del puerto marca las 12 h y 15 min y termina cuando $x = 1.6$ km. Calcula las coordenadas de los puntos de salida y llegada. ¿A qué hora llegó el barco? **Sol:** 13 h y 3 min.

14° Un proyectil se lanza con una velocidad de 200 m/s formando un ángulo de 30° con la horizontal. Calcule a los 8 s de su lanzamiento:

- El vector velocidad y el ángulo que forma ésta con el eje vertical.
- El vector de posición.

Sol: a) $\bar{v} = (173, 20) \text{ m/s}$, 83.4°; b) $\bar{r} = (1384, 480) \text{ m}$

15° En un duelo del lejano Oeste un pistolero dispara horizontalmente una bala con velocidad de 200 m/s desde una altura de 1.25 m. Calcular la distancia mínima entre los adversarios, para que la presunta víctima no sea alcanzada. **Sol:** 101 m.

16° Desde una altura de 10 m sobre el suelo, se lanza horizontalmente un objeto con velocidad de 20 m/s. Determinar:

- La distancia a la que toca el suelo, medida desde el punto de lanzamiento.
- El ángulo que forma la trayectoria con el suelo en el momento del impacto.
- El vector unitario tangente a la trayectoria en el punto en que toca el suelo.

Sol: a) 28.3 m; b) 35.2°; c) (0.82, -0.58).

17° Un avión que vuela a 800 m deja caer una bomba 1000 m antes de sobrevolar el objetivo y hacer blanco en él. ¿Qué velocidad tiene el avión? **Sol:** 79.4 m/s.

18° Se lanza una pelota con velocidad \bar{v} de componentes: $v_x = 20 \text{ m/s}$ y $v_y = 16 \text{ m/s}$. Calcular:

- El tiempo que está subiendo.
- La altura que alcanza.
- La distancia a que se debe encontrar otro jugador de la misma talla para devolver la pelota.

Sol: a) 1.6 s; b) 13 m; c) 65 m.

19° Se dispara un proyectil con velocidad horizontal de 20 m/s desde lo alto de un acantilado de 100 m de altura. Calcular su alcance máximo. **Sol:** 89.44 m

20° Con velocidad de 200 m/s y ángulo de lanzamiento de 37° se lanza un proyectil. Se pide:

- El alcance máximo que alcanza en la horizontal.
- Si en la mitad de su camino existe una colina de 800 m de altura, ¿choca con ella?

Sol: a) 3840 m; b) 724.4 m.

- 21°** El famoso cañón Berta (de la 1ª Guerra Mundial) tenía un alcance máximo (ángulo de 45°) de 100 km. Despreciando la resistencia del aire, calcular:
- La velocidad del proyectil al salir por la boca del cañón.
 - La altura máxima del proyectil en tiro vertical.
- Sol:** a) 990 m/s; b) 50 km.
- 22°** Un cañón se ajusta con un ángulo de tiro de 45°. Dispara una bala con una velocidad de 300 m/s.
- ¿A que altura llegará la bala?
 - ¿Cuánto tiempo estará en el aire?
 - ¿Cuál es el alcance horizontal?
- Sol:** a) 2250 m; b) 42.4 s; c) 9000.
- 23°** Un avión de bombardeo baja en picado a una velocidad de 700 km/h, formando un ángulo de 45° con la horizontal. Cuando está a una altura de 400 m sobre el suelo suelta una bomba. Calcular:
- El tiempo que tarda en llegar al suelo.
 - La velocidad con que llega.
 - Distancia horizontal recorrida desde el instante de lanzamiento.
- Sol:** a) 2.66 s; b) 214 m/s; c) 366 m.
- 24°** Un avión en vuelo horizontal a la altura de 300 m y velocidad 72 m/s desea batir un barco que se desplaza a 24 m/s en la misma dirección y sentido que el avión. Determinar a que distancia, desde la vertical del avión, debe soltar la bomba para lograr el impacto. ¿cuál sería esa distancia si el barco se moviera en sentido contrario hacia el avión? **Sol:** 376 m en el mismo sentido y 751 m en el contrario.
- 25°** Un astronauta que está en un planeta extraño descubre que puede saltar una distancia horizontal máxima de 30 m, si su velocidad inicial es de 9 m/s. ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en este planeta? **Sol:** 2.7 m/s².
- 26°** Se dispara un proyectil de tal manera que su alcance horizontal es igual al triple de su altura máxima. ¿Cuál es el ángulo de lanzamiento? **Sol:** 53.1°.
- 27°** Un cañón dispara un proyectil con una velocidad de 400 m/s. se quiere dar en un blanco situado a 2000 m de distancia del cañón y a una altitud de 500 m respecto de la posición del mismo. ¿Con qué ángulo de elevación se debe efectuar el disparo? **Sol:** 18.19°
- 28°** Dos coches salen a la vez de un cruce de calles rectas y perpendiculares entre sí, con velocidades constantes de 82 km/h y 70 km/h, respectivamente. ¿Qué marcará el cronómetro cuando la distancia entre los dos coches sea de 40 m? **Sol:** 1.34 s.
- 29°** Una jugadora de golf lanza la pelota con una velocidad de 30 m/s, formando un ángulo de 40° con la horizontal. Calcula:
- El tiempo que tarda en llegar al suelo la pelota.
 - La altura máxima alcanzada.
 - El valor de la velocidad con la que la pelota toca el suelo.
- Sol:** a) 3.93 s; b) 19 m; c) 30 m/s.

- 30°** Un astronauta impulsa en la Luna una pelota de golf con una velocidad de 30 m/s. Si la velocidad forma con la horizontal un ángulo de 45° . Calcula el tiempo que tarda en caer y el alcance máximo. Dato: Gravedad lunar 1.63 m/s^2 . **Sol:** 549 m.
- 31°** Desde lo alto de un acantilado de 50 m sobre el mar se lanza con una velocidad de 15 m/s, formando un ángulo de 60° con la horizontal.
- ¿Qué tiempo tarda la piedra en llegar al agua?
 - ¿A qué distancia llega la piedra?
- Sol:** a) 4.8 s; b) 36 m.
- 32°** Un antenista está trabajando en el tejado de un edificio que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Se le cae un martillo, que resbala y, al llegar al extremo del tejado, queda en libertad con una velocidad de 10 m/s. La altura de edificio es de 60 m. Calcula:
- La ecuación de la trayectoria.
 - La distancia de la fachada a la que caerá el martillo.
 - El tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad en ese momento.
- Sol:** a) $y = 60 - 0.577x - 6.55 \cdot 10^{-2} x^2$; b) 26.2 m; d) 3.03 s.
- 33°** Una avioneta vuela horizontalmente a 100 m de altura sobre el suelo. Si, cuando su velocidad es de 180 km/h, deja caer un paquete, calcula, prescindiendo del rozamiento con el aire:
- La ecuación de la trayectoria del paquete.
 - El punto donde toca con el suelo (suponiendo que es horizontal).
 - El tiempo que tarda en caer.
 - La velocidad del paquete a los 2 s de la caída.
- Sol:** a) $y = 100 - 1.96 \cdot 10^{-3} x^2$; b) (226, 0) m; c) 4.51 s; d) (50, -19.6) m/s, 53.7 m/s.
- 34°** Se quiere cruzar un río de 70 m de ancho en una barca. La velocidad de la corriente es de 2 m/s y la de la barca es de 5 m/s.
- ¿Qué ángulo debe formar la dirección de la velocidad de la barca respecto a la velocidad de la corriente del río para llegar al punto de enfrente al punto de partida?
 - ¿Qué tiempo tarda en llegar?
- Sol:** a) 113.6° ; b) 15.3 s.
- 35°** Un piragüista se dispone a cruzar un canal de 50 m de ancho, cuyas aguas se mueven a 1 m/s. La piragua lleva una velocidad horizontal de 2.25 m/s y una dirección perpendicular a la de las aguas del canal.
- Calcula la velocidad total del piragüista.
 - ¿Qué tiempo tarda en cruzar el canal?
- Sol:** a) 2.46 m/s; b) 22.2 s.
- 36°** Un avión que vuela con rumbo SN a una velocidad constante de 400 km/h se ve sometido a un viento constante de dirección OE que sopla a 20 km/h. ¿Qué rumbo tomará el avión? **Sol:** 87.14° respecto a la recta OE.

37° Un remero a bordo de su piragua se dispone a cruzar un río de 240 m de ancho, cuyas aguas se mueven a 6 m/s. El remero consigue que la piragua lleve una velocidad constante de 8 m/s remando en dirección perpendicular a la de la corriente. Halla:

- El tiempo que tarda en cruzar el río.
- La velocidad resultante con que cruza el río.
- El punto de la otra orilla en el que llega el remero, referido a la perpendicular del punto de salida.

Sol: a) 30 s; b) 10 m/s; c) (180, 240) m.

38° Un chico y una chica se encuentran frente a frente en cada una de las orillas de un canal de 3 m de ancho, como se muestra en la figura. La chica pone en marcha, sobre el agua, una barca teledirigida que consigue mantener una velocidad constante de 0.5 m/s. Si la velocidad de la corriente del agua es de 0.25 m/s, calcula:

- ¿En qué dirección, respecto a la perpendicular a las orillas del canal, debe ser colocada la barca para que le llegue directamente a la mano al chico?
- ¿Qué tiempo tarda la barca en cruzar el canal?

Sol: a) 30°; b) 6.9 s.

39° Una pelota rueda por un tejado inclinado de 30° respecto a la horizontal y, al llegar a su extremo, a 30 m de altura, queda en libertad con una velocidad de 9 m/s.

- Calcula la ecuación de la trayectoria.
- Si la anchura de la calle a la que vierte el tejado es de 30 m, ¿llegará directamente al suelo o chocará antes en la pared opuesta?
- ¿Qué tiempo tarda en llegar al suelo?
- ¿Cuál es la velocidad en ese momento?

Sol: a) $y = 30 - 0.58x - 0.081x^2$; b) 16.1 m; c) 2.05 s; d) 25.8 m/s.

40° Se realiza un lanzamiento oblicuo en la superficie de la Luna con una velocidad de 50 m/s que forma un ángulo de 20° con la horizontal. Calcula la altura máxima y la distancia alcanzada **Sol:** 987 m.

41° Se lanza un objeto con una velocidad inicial tal que sus componentes son:

$$v_{0x} = 60 \text{ m/s} \quad v_{0y} = 80 \text{ m/s}$$

Calcula:

- La altura máxima alcanzada.
- El alcance máximo.

Sol: a) 325.9 m; b) 984 m.

42° Desde una altura de 10 m se lanza una piedra con velocidad $v_0 = 12 \text{ m/s}$ formando un ángulo de -20° con la horizontal. Calcula:

- La ecuación de la trayectoria.
- La posición de la piedra al segundo del lanzamiento.
- El tiempo que tarda en impactar con el suelo.
- El alcance máximo.
- La velocidad en el momento de llegar al suelo.

Sol: a) $y = 10 - 0.36x - 0.039x^2$; b) $\vec{r}(1) = (11.3, 0.99) \text{ m}$; c) 1.07 s; d) 12.05 m; e) 18.45 m/s.

- 43° Un chico intenta lanzar una piedra por encima de un muro. El chico está a 6 m de la valla y la altura de esta es de 3 m. Si se lanza con un ángulo de 60° , calcula la velocidad con que debe impulsarla para pasar por encima del muro. **Sol:** 9.78 m/s.
- 44° Una jugadora de baloncesto situada a 8 m de la canasta se levanta y lanza el balón desde una altura de 2.25 m con un ángulo de 45° sobre la horizontal.
- ¿Con qué velocidad debe realizar el lanzamiento para encestar, si el aro está situado en el punto (8, 3) m?
 - ¿Qué tiempo tarda el balón en llegar a la canasta?
- Sol:** a) 9.4 m/s; b) 1.2 s.
- 45° Un jardinero quiere regar la copa de un árbol situada a 5 m de altura. Para ello dirige el agua, que sale a 15 m/s de la manguera, cuya boca está situada a 1 m del suelo, con un ángulo de 60° . ¿A qué distancia de la vertical de la copa del árbol se debe situar?
Sol: 17.14 m.
- 46° Una lanzadora de jabalina realiza un lanzamiento oblicuo de 50° respecto a la horizontal, a una altura, en el momento de soltar la jabalina, de 1.85 m. Si el tiempo que tarda la jabalina en clavarse en el suelo es de 3.5 s, halla:
- La velocidad con la que se realizó el lanzamiento.
 - El tiempo que se tarda en alcanzar la altura máxima.
 - La altura máxima que alcanza la jabalina.
- Sol:** a) 21.8 m/s; b) 1.7 s; c) 16 m.
- 47° En las fiestas de un pueblo, desde una carroza que se mueve con una velocidad constante de 1.5 m/s, lanzan caramelos en la dirección y el sentido del movimiento, con una velocidad de 10 m/s y un ángulo de 40° desde una altura de 3 m. Calcula, respecto de un observador situado en el suelo de la calle:
- La ecuación de la trayectoria de los caramelos.
 - El tiempo que tardan en llegar al suelo.
- Sol:** a) $y = 3 + 0.696x - 0.058x^2$; b) 1.7 s.
- 48° Un pastor lanza una piedra con una honda y alcanza un objetivo que está a 250 m en la horizontal del lugar del lanzamiento. Si el ángulo de salida fue de 45° , calcula la velocidad de lanzamiento. Halla también la altura máxima alcanzada y el tiempo de vuelo. **Sol:** $v_0 = 49.5$ m/s; $t_v = 7.2$ s y $h_{\max} = 62.4$ m.
- 49° En un salto, una pulga ha cubierto una distancia horizontal de 50 cm. Suponiendo que haya efectuado el salto con la inclinación óptima para lograr la distancia máxima, ¿con qué velocidad impulsa su salto? **Sol:** 2.21 m/s.
- 50° Desde un avión, en vuelo horizontal a 150 m de altura, se suelta un paquete cuando lleva una velocidad de 125 m/s.
- ¿Qué tiempo tarda el paquete en llegar al suelo?
 - ¿Dónde cae, visto desde un observador en tierra?
 - ¿Dónde cae respecto al piloto del avión?
 - Calcula el vector velocidad del paquete a los 3 s de soltarlo.
- Sol:** a) 5.53 s; b) 690.9 m; c) Respecto al piloto cae en vertical; d) (125, -29.4) m/s.

- 51°** Se lanza horizontalmente una flecha con un arco desde 1.2 m sobre el suelo. La flecha toca el suelo a 10 m. ¿Con qué velocidad ha salido si se supone nulo el rozamiento con el aire? **Sol:** 20.2 m/s.
- 52°** Indica a que altura debe volar un avión con velocidad 70 m/s si quiere dejar caer un paquete que alcance una distancia máxima de 150 m. **Sol:** 22.5 m.
- 53°** Desde una motocicleta que lleva una velocidad constante de 6 m/s, se cae un móvil desde 1.3 m de altura. ¿Con qué velocidad llega al suelo? **Sol:** 7.9 m/s.