

1. Hallar k para que el resto en la división del polinomio $(4x^3 + 9x^2 - kx + 7)$ entre $(x + 3)$ sea 10. (1 punto)
2. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas: (3 puntos)

a) $\frac{9 - x^2}{x^2 - 3x} =$

b) $\frac{x^3 - 4x}{x^3 + x^2 - 2x} =$

c) $\frac{x^3 - 16x}{4x^3 + 32x^2 + 64x} =$

3. Realiza las siguientes operaciones simplificando el resultado: (4 puntos)

a) $\frac{9 + 6x + x^2}{9 - x^2} \cdot \frac{3x^2 - x^3}{3x^2 + x^3} =$

a) $\frac{2x - 4}{\frac{3}{4} + \frac{2}{8}} : \frac{2x^2 - 8x + 8}{x - 2} =$

b) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{4x^2 - 4x}{x + 1} =$

c) $\frac{2x^2 + 14x + 20}{x^3 - 50 + 2x^2 - 25x} : \frac{x - 5}{2x^3 - 20x^2 + 50x} =$

4. Suma, resta y simplifica las siguientes fracciones algebraicas: (2 puntos)

a) $\frac{2x^2 - 5x}{x^2 - 9} - \frac{2x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9} =$

b) $\frac{-3x + 1}{x + 1} - \frac{5x + 1}{x^2 + x} =$

Ejercicio 1: $k?$ $f(x) = 4x^3 + 9x^2 - kx + 7$
 $\frac{f(x)}{x+3} = 10$

Aplicando el teorema del resto:

$$f(-3) = 4 \cdot (-3)^3 + 9(-3)^2 - k(-3) + 7 = 10 \Rightarrow -20 + 3k = 10$$

$$\Rightarrow 3k = 30 \Rightarrow \underline{k = 10}$$

$3-x$ se puede escribir tb como: $\underline{(3-x) = -(x-3)}$

Ejercicio 2

a) $\frac{9-x^2}{x^2-3x} = \frac{(3-x)(3+x)}{x(x-3)} = \frac{\cancel{-(x-3)}(x+3)}{x\cancel{(x-3)}} = \frac{-(x+3)}{x}$

b) $\frac{x^3-4x}{x^3+x^2-2x} = P(x)$

$$x^3+x^2-2x = x(x^2+x-2) = 0$$

$$x^2+x-2=0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2-4(-2)}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$P(x) = \frac{\cancel{x(x+2)}(x-2)}{\cancel{x(x-1)}(x+2)} = \frac{x-2}{x-1}$$

c) $\frac{x^3-16x}{4x^3+32x^2+64x} = P(x)$

NUMERADOR: $x^3-16x=0 \Rightarrow x(x^2-16)=0$

$$x^2-16=0 \Rightarrow x = \pm 4$$

$$x^3-16x = x(x-4)(x+4)$$

DENOMINADOR $f(x) = 4x^3+32x^2+64x = 4x(x^2+8x+16) = 0$

$$x^2+8x+16=0 \Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2-4 \cdot 16}}{2} = \frac{-8 \pm 0}{2} = -4 \text{ Solución doble.}$$

$$4x^3+32x^2+64x = 4x(x+4)^2$$

$$P(x) = \frac{\cancel{x(x-4)}(x+4)}{4\cancel{x}(x+4)^2} = \frac{x-4}{4(x+4)}$$

Ejercicio 3

$$a) \frac{x^2+6x+9}{9-x^2} \cdot \frac{3x^2-x^3}{x^3+3x^2} = \frac{\cancel{(x+3)^2} \cdot \cancel{x^2} \cdot \cancel{(3-x)}}{\cancel{(3-x)} \cdot \cancel{(3+x)} \cdot \cancel{x^2} \cdot \cancel{(x+3)}} = \underline{\underline{1}}$$

$$b) \frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{4x^2-4x}{x+1} = \frac{\cancel{(x+1)^2} \cdot 4x \cdot \cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)} \cdot \cancel{(x+1)^2}} = \underline{\underline{4x}}$$

$$c) \frac{2x^2+14x+20}{x^3+2x^2-25x-50} : \frac{x-5}{2x^3-20x^2+50x} = \textcircled{I}$$

$$* 2x^2+14x+20=0 \rightarrow x = \frac{-14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot 2 \cdot 20}}{4} = \frac{-14 \pm 6}{2} =$$

$$\begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = -10 \end{cases}$$

$$2x^2+14x+20 = 2(x+4)(x+10).$$

$$* x^3+2x^2-25x-50=0 \quad \text{Posibles divisores: } \pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10, \pm 25, \pm 50$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -25 & -50 \\ -2 & & -2 & 0 & 50 \\ \hline & 1 & 0 & -25 & 0 \end{array}$$

$$x^3+2x^2-25x-50 = (x+2)(x^2-25) = (x+2)(x-5)(x+5).$$

$$* 2x^3-20x^2+50x = 2x(x^2-10x+25) = 2x(x-5)^2$$

$$\textcircled{I} = \frac{2(x+4)(x+10) \cdot 2x \cdot \cancel{(x-5)^2}}{(x+2) \cdot \cancel{(x-5)} \cdot (x+5) \cdot \cancel{(x-5)}} = \frac{4x(x+4)(x+10)}{(x+2)(x+5)}$$

Ejercicio 4:

$$a) \frac{2x^2-5x}{x^2-9} - \frac{2x^2-4x+3}{x^2-9} = \frac{\cancel{2x^2}-5x-\cancel{2x^2}+4x-3}{x^2-9} = \frac{-x-3}{(x-3)(x+3)} = \frac{-\cancel{(x+3)}}{(x-3)\cancel{(x+3)}} = -\frac{1}{x-3}$$

$$b) \frac{-3x+1}{x+1} - \frac{5x+1}{x^2+x} = \frac{(-3x+1)x-5x-1}{x(x+1)} = \frac{-3x^2+x-5x-1}{x(x+1)} =$$

$$x^2+x = x(x+1)$$

$$= \frac{-3x^2-4x-1}{x(x+1)} = *$$

$$-3x^2-4x-1=0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4(-1)(-3)}}{-6} = \frac{4 \pm 2}{-6} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$-3x^2-4x-1 = -3(x+1)(x+\frac{1}{3}) = -(x+1)(3x+1)$$

$$* = \frac{-\cancel{(x+1)}(3x+1)}{x \cdot \cancel{(x+1)}} = -\frac{3x+1}{x}$$