1. Resuelve las siguientes ecuaciones racionales: (3 puntos).
    a) $\frac{3}{x-2}+\frac{8}{x+5}+\frac{x+1}{x^2+3x-10}$
    b) $\frac{x^2-3}{2}=\frac{-3}{2x^2+1}$
    c) $\frac{4x+5}{3}=\frac{1}{2x+3}$
2. Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales: (2 puntos).
    a) $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+4}=\sqrt{4x+2}$
    b) $\sqrt{5x+6}=\frac{5x+2}{\sqrt{5x-1}}$
3. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas, comprobando la validez los resultados obtenidos: (1.5 puntos).
    a) $log\sqrt{x+4}-\log(3x)=-2log3$
    b) $log\,\frac{2x+1}{x-1}=0$
4. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales: (1.5 puntos).
    a) $3^{2(x+1)}-18\cdot 3^x+9=0$
    b) $\frac{2^{3x+1}}{2^{x^2}}=\frac{4^x}{2^5}$
5. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método que creas conveniente, justificando su posición relativa: (2 puntos).
    a) $\begin{cases}-x+y=1\\2x-2y=2\end{cases}$
    b) $\begin{cases}3x+5y=15\\2x-3y=-9\end{cases}$
    c) $\begin{cases}2x+5y=19\\3x-y=3\end{cases}$

EJERCICIO EXTRA: Resuelve el sistema de ecuaciones: (Hasta 1 punto).

$$\begin{cases}x^2-xy=5\\3x+y=1\end{cases}$$

ESTÁNDARES QUE SE EVALÚAN.
BLOQUE 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA.

1.1. Reconoce los distintos tipos números (naturales, enteros, racionales e irracionales y reales), indicando el criterio seguido, y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.
1.2. Aplica propiedades características de los números al utilizarlos en contextos de resolución de problemas.
2.1. Opera con eficacia empleando cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o programas informáticos, y utilizando la notación más adecuada.
2.2. Realiza estimaciones correctamente y juzga si los resultados obtenidos son razonables.
2.3. Establece las relaciones entre radicales y potencias, opera aplicando las propiedades necesarias y resuelve problemas contextualizados.
2.5. Calcula logaritmos sencillos a partir de su definición o mediante la aplicación de sus propiedades y resuelve problemas sencillos.
2.7. Resuelve problemas que requieran conceptos y propiedades específicas de los números.
3.1. Se expresa de manera eficaz haciendo uso del lenguaje algebraico.
3.2. Obtiene las raíces de un polinomio y lo factoriza utilizando la regla de Ruffini u otro método más adecuado.
3.3. Realiza operaciones con polinomios, igualdades notables y fracciones algebraicas sencillas.
3.4. Hace uso de la descomposición factorial para la resolución de ecuaciones de grado superior a dos.

1 a) $\dfrac{3}{x-2}+\dfrac{8}{x+5}=\dfrac{x+1}{x^2+3x-10}$

$x^2+3x-10=0 \rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot(-10)}}{2}=\dfrac{-3\pm7}{2}\begin{cases}x_1=2\\x_2=-5\end{cases}$

$x^2+3x-10=(x-2)(x+5)$.

$\dfrac{3}{x-2}+\dfrac{8}{x+5}=\dfrac{x+1}{(x-2)(x+5)} \Rightarrow \dfrac{3(x+5)+8(x-2)}{\cancel{(x-2)(x+5)}}=\dfrac{x+1}{\cancel{(x-2)(x+5)}} \Rightarrow$

$\Rightarrow 3(x+5)+8(x-2)=x+1 \rightarrow 3x+15+8x-16=x+1$

$10x=2 \Rightarrow x=\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{5}$.

b) $\dfrac{x^2-3}{2}=\dfrac{-3}{2x^2+1} \rightarrow (x^2-3)(2x^2+1)=-6 \rightarrow$

$\rightarrow 2x^4+x^2-6x^2-3=-6 \rightarrow 2x^4-5x^2+3=0 \underset{x^2=t}{\Big\}} \rightarrow$

$\rightarrow 2t^2-5t+3=0 \rightarrow t=\dfrac{5\pm\sqrt{5^2-4\cdot2\cdot3}}{2\cdot2}=\dfrac{5\pm1}{4}\begin{cases}t_1=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}\\t_2=1\end{cases}$

$t_1=\dfrac{3}{2} \Rightarrow x^2=\dfrac{3}{2} \Rightarrow x=\pm\sqrt{3/2}$

$t_2=1 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm1$

c) $\dfrac{4x+5}{3}=\dfrac{1}{2x+3} \rightarrow (4x+5)(2x+3)=3 \rightarrow$

$\rightarrow 8x^2+12x+10x+15=3 \rightarrow 8x^2+22x+12=0$

$\rightarrow 4x^2+11x+6=0$

$x=\dfrac{-11\pm\sqrt{11^2-4\cdot4\cdot6}}{2\cdot4}=\dfrac{-11\pm5}{8}=\begin{cases}x_1=\frac{-6}{8}=\frac{-3}{4}\\x_2=-2\end{cases}$

2: a) $\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x+4}\right)^2 = \left(\cancel{\sqrt{\ }}\ x+2\right)^{\cancel{2}} \to$

$\to \left(\cancel{\sqrt{x+2}}\right)^{\cancel{2}} + \left(\cancel{\sqrt{x+4}}\right)^{\cancel{2}} - 2\sqrt{(x+2)(x+4)} = 4x+2 \to$

$\to 2x+6-2\sqrt{x^2+4x+2x+8} = 4x+2 \to$

$\to \left(-2\sqrt{x^2+6x+8}\right)^2 = (2x-3)^2 \Rightarrow 4\left(x^2+6x+8\right) = 4x^2+9-12x$

$\Rightarrow \cancel{4x^2}+24x+32 = \cancel{4x^2}-12x+9 \Rightarrow 36x = -23 \to x = \frac{-23}{36}$

b) $\left(\cancel{\sqrt{5x+6}}\right)^{\cancel{2}} = \left(\frac{5x+2}{\sqrt{5x-1}}\right)^2 \to 5x+6 = \frac{(5x+2)^2}{\left(\cancel{\sqrt{5x-1}}\right)^{\cancel{2}}} \to$

$\to (5x+6)(5x-1) = (5x+2)^2 \Rightarrow$

$\to \cancel{25x^2}-5x+30x-6 = \cancel{25x^2}+4+20x \to 5x = 10 \Rightarrow$

$\to x = 2$

3 a) $\underbrace{\log\sqrt{x+4}-\log(3x)}_{\log M-\log N=\log\frac{M}{N}} = \underbrace{-2\log 3}_{r\cdot\log M=\log M^r}$

$\Rightarrow \log\frac{\sqrt{x+4}}{3x} = \log 3^{-2} \Rightarrow$ Como los logaritmos tienen la misma base, igualamos los argumentos:

$\left(\frac{\sqrt{x+4}}{3x}\right)^2 = \left(3^{-2}\right)^2 \Rightarrow \frac{x+4}{9x^2} = 3^{-4} \Rightarrow \frac{x+4}{9x^2} = \frac{1}{3^4} \Rightarrow$

$\to \cancel{81}^{\,9}(x+4) = \cancel{9}x^2 \Rightarrow 9x+36 = x^2 \Rightarrow x^2-9x-36=0$

$x = \frac{9\pm\sqrt{9^2-4\cdot(-36)}}{2} = \frac{9\pm 15}{2} \begin{cases} x_1 = 12 \\ x_2 = -3 \end{cases}$

Comprobamos las soluciones:

• Para $x_1=12$: • $\sqrt{x+4}>0$ • $3x>0$ $\Big\}$ Solución válida.

• Para $x_2=-3$: • $3x<0 \Rightarrow$ Solución no válida.

b) $\log\frac{2x+1}{x-1} = 0 \Rightarrow \log\frac{2x+1}{x-1} = 0\log 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow \log\frac{2x+1}{x-1} = \log 10^0 \Rightarrow \frac{2x+1}{x-1} = \cancel{10^0}\ 1 \Rightarrow$

$2x+1 = x-1 \Rightarrow x=-2$

Comprobación: Para $x=-2$: $\frac{2x+1}{x-1}>0$. Solución válida.

$\underline{4}$: a) $3^{2(x+1)} - 18\cdot 3^x + 9 = 0. \Rightarrow 3^{2x+2} - 18\cdot 3^x + 9 = 0$

$\boxed{3^x = t.}$

$3^2 \cdot 3^{2x} - 18\cdot 3^x + 9 = 0 \rightarrow 3^2 \cdot t^2 - 18t + 9 = 0$

$9t^2 - 18t + 9 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0.$

$t = \dfrac{2 \pm \cancel{\sqrt{4-4}}^{\,0}}{2} = \dfrac{2}{2} = 1.$

· Para $t = 1$: $3^x = 1 \Rightarrow 3^x = 3^0 \Rightarrow \underline{\underline{x = 0}}.$

b) $3^{x-1} + 3^x - 3^{x+1} = -45 \Rightarrow \dfrac{3^x}{3} + 3^x - 3\cdot 3^x = -45 \Rightarrow$

$\boxed{3^x = t}$

$\dfrac{t}{3} + t - 3t = -45 \Rightarrow \dfrac{t + 3t - 9t}{\cancel{3}} = \dfrac{-135}{\cancel{3}} \Rightarrow$

$-5t = -135 \Rightarrow t = 27$

$3^x = 27 \Rightarrow 3^x = 3^3 \Rightarrow \underline{\underline{x = 3}}$

c) $\dfrac{2^{3x+1}}{2^{x^2}} = \dfrac{4^x}{2^5} \Rightarrow 2^{3x+1-x^2} = \dfrac{2^{2x}}{2^5} \Rightarrow 2^{-x^2+3x+1} = 2^{2x-5}$

$\Rightarrow -x^2 + 3x + 1 = 2x - 5 \Rightarrow -x^2 + x + 6 = 0$

$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 - 4\cdot(-6)}}{2} = \dfrac{1 \pm 5}{2} \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$

5: a) $\begin{cases} -x+y=1 \\ 2x-2y=2 \end{cases}$ $\frac{-1}{2} = \frac{1}{-2} \neq \frac{1}{2}$: las rectas son paralelas.

$\nexists$ Solución.

b) $\begin{cases} 3x+5y=15 & \cdot(-2) \Rightarrow -\cancel{6x}-10y=-30 \\ 2x-3y=-9 & (3) \Rightarrow \cancel{6x}-9y=-27 \end{cases}$

$$-19y=-57$$

$\frac{3}{2} \neq \frac{5}{3}$ Secantes.

$$y=\frac{-57}{-19}=3$$

$$2x-3\cdot 3=-9 \Rightarrow x=0.$$

c) $\begin{cases} 2x+5y=19 & \Rightarrow 2x+\cancel{5y}=19 \\ (3x-y=3)\cdot(5) & \Rightarrow 15x-\cancel{5y}=15 \end{cases}$

$$17x = 34$$

$\frac{2}{3} \neq \frac{5}{-1}$ Secantes:

$$x=\frac{34}{17}=2.$$

$$3\cdot 2-y=3 \Rightarrow y=6-3=3.$$

$\begin{cases} x^2-xy=5 \\ 3x+y=1 \end{cases} \Rightarrow y=1-3x.$

$$x^2-x(1-3x)=5 \Rightarrow x^2-x+3x^2=5. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2-x-5=0 \Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot 4(-5)}}{2\cdot 4}=$$

$$=\frac{1\pm 9}{8}=\begin{cases} x_1=\frac{10}{8}=\frac{5}{4} \\ x_2=-1 \end{cases}$$

· Para $x_1=\frac{5}{4}$: $y=1-3\cdot\frac{5}{4}=\frac{4-15}{4}=\frac{-11}{4}$

· Para $x_2=-1$: $y=1-3\cdot(-1)=1+3=4$

Solución: $P_1\left(\frac{5}{4},\frac{-11}{4}\right)$; $P_2(-1,4)$.