



Elija una opción (A o B) e indíquela al principio del cuadernillo de respuestas; no mezcle preguntas de ambas opciones. No firme ni haga marcas en el cuadernillo de respuestas. Lo que se escriba en las dos caras marcadas con “borrador” no se corregirá. La duración del examen es de 75 minutos.

No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

**OPCIÓN A:**

**CUESTIÓN A.1:** Considere la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ a+1 & 2 & 2 \\ a & 2-a & 1 \end{pmatrix}$ .

- a) [1 punto] Determine para qué valores del parámetro  $a$  el determinante de la matriz  $A$  es  $|A| = 1$ .
- b) [1,5 puntos] Si es posible, calcule la inversa de la matriz  $A$  para el valor  $a = 0$ .

**CUESTIÓN A.2:** Considere el plano  $\pi$  dado por  $3x - 2y + z = 1$ .

- a) [1,25 puntos] Determine si el plano  $\pi$  es perpendicular a la recta  $r$  dada por

$$r : \begin{cases} x + 3y + 3z = 0 \\ y + 2z = 1 \end{cases}$$

- b) [1,25 puntos] Determine si el plano  $\pi$  es paralelo a la recta  $s$  que pasa por los puntos  $A = (1, 0, 2)$  y  $B = (2, 1, 0)$ .

**CUESTIÓN A.3:** Dada la función  $f(x) = \frac{x}{2} - \ln(x^2 + 3)$ , definida para todo valor real de  $x$ , se pide:

- a) [1 punto] Calcule, y simplifique en lo posible, la derivada  $f'(x)$ .
- b) [1,5 puntos] Estudie los intervalos de crecimiento y los máximos y mínimos relativos de la función  $f(x)$ .

**CUESTIÓN A.4:** [2,5 puntos] Calcule la integral indefinida  $\int \frac{\ln(x)}{x^3} dx$  utilizando el método de integración por partes.

## OPCIÓN B:

### CUESTIÓN B.1:

- a) **[1,5 puntos]** Discuta, en función del parámetro  $a$ , el siguiente sistema de ecuaciones (**no hay que resolverlo**):

$$\left. \begin{array}{l} x - y + 2z = a \\ x - y + az = -1 \\ x + ay + (a + 1)z = -1 \end{array} \right\}.$$

- b) **[1 punto]** Si es posible, resuélvalo para el valor de  $a = -1$ .

**CUESTIÓN B.2:** Considere los puntos  $A = (1, 0, 0)$ ,  $B = (0, 1, 0)$  y  $C = (0, 0, 1)$ .

- a) **[1,25 puntos]** Calcule el área del triángulo determinado por los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .  
b) **[1,25 puntos]** Determine el ángulo formado por los lados  $AB$  y  $AC$ .

**CUESTIÓN B.3:** Calcule los siguientes límites:

a) **[1,25 puntos]**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$

b) **[1,25 puntos]**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

**CUESTIÓN B.4:**

- a) **[1 punto]** Calcule los puntos de intersección de la recta  $y = x$  y la curva de ecuación  $y = \sqrt{x}$ . Represente gráficamente la región del plano limitada por las dos gráficas.  
b) **[1,5 puntos]** Calcule el área de dicha región.



## CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

**Criterio general aplicable a todas las cuestiones:** En cualquiera de las cuestiones, si no se llega a la resolución final correcta, se puntuará proporcionalmente en función de los pasos correctos realizados.

## OPCIÓN A

**CUESTIÓN A.1:** [2,5 puntos]

**Apartado a)** Cálculo correcto del determinante de A [0,5 puntos]. Determinación de los valores para los cuales el determinante es igual a 1 ( $a=0$  o  $a=2$ ) [0,5 puntos].

**Apartado b)** Cálculo correcto y razonado de la inversa de A [1,5 puntos].

**CUESTIÓN A.2:** [2,5 puntos]

**Apartado a)** Justificación correcta y razonada de que el plano es perpendicular a la recta r [1,25 puntos].

**Apartado b)** Justificación correcta y razonada de que el plano no es paralelo a la recta s [1,25 puntos].

**CUESTIÓN A.3:** [2,5 puntos]

**Apartado a)** Cálculo correcto de la derivada [1 punto]

**Apartado b)** Cálculo correcto de los puntos críticos,  $x=1$  y  $x=3$  [0,5 puntos]. Determinación correcta de los intervalos de crecimiento [1 punto].

**CUESTIÓN A.4:** [2,5 puntos]

Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [2,5 puntos].

## OPCIÓN B

**CUESTIÓN B.1:** [2,5 puntos]

**Apartado a)** Justificación de Sistema Compatible Determinado cuando  $a$  es distinto de 2 y de -1 [0,5 puntos]. Justificación de Sistema Incompatible cuando  $a=2$  [0,5 puntos]. Justificación de Sistema Compatible Indeterminado cuando  $a=-1$  [0,5 puntos].

**Apartado b)** Resolución correcta del sistema en función de un parámetro cuando  $a=-1$  [1 punto].

**CUESTIÓN B.2:** [2,5 puntos]

**Apartado a)** Cálculo correcto y razonado del área del triángulo [1,25 puntos].

**Apartado b)** Cálculo correcto y razonado del ángulo que forman los dos lados [1,25 puntos].

**CUESTIÓN B.3:** [2,5 puntos]

**Apartado a)** Cálculo correcto y razonado de límite cuando  $x$  tiende a -1 [1,25 puntos].

**Apartado b)** Cálculo correcto y razonado de límite cuando  $x$  tiende a  $+\infty$  [1,25 puntos].

**CUESTIÓN B.4:** [2,5 puntos]

**Apartado a)** Cálculo correcto de los puntos de intersección de las dos gráficas [0,5 puntos]. Representación gráfica aproximada de la región del plano [0,5 puntos].

**Apartado b)** Expresión correcta del área dada como una integral definida [0,5 punto]. Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [0,5 puntos]. Aplicación correcta de la regla de Barrow para calcular el área [0,5 puntos].