

PROBLEMAS DE FRACCIONES

- 1.- Si dividimos el numerador y el denominador de una fracción por el m.c.d. de ambos, ¿qué racional resulta?

Solución: La fracción resultante es aquella que no se puede simplificar más, esto es, el número racional.

- 2.- Si el numerador de una fracción es el triple del denominador, ¿qué racional tenemos?

Solución: Es el número 3. No es el número -3 porque un número positivo no es el triple de un negativo ni viceversa.

- 3.- En un cine hay 56 personas, de las que $\frac{4}{7}$ son chicas. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay?

Para saber el número de chicas:

$$\frac{4}{7} \text{ de } 56 = \frac{4}{7} \cdot 56 = \frac{4 \cdot 56}{7} = 4 \cdot 8 = 32$$

El número de chicos será entonces $56 - 32 = 24$

Solución: En el cine hay 32 chicas y 24 chicos

- 4.- Ana ha comprado, con $\frac{1}{8}$ del dinero que llevaba, un ordenador que costaba 1600 euros. Posteriormente entró en una tienda de rebajas y se gastó $\frac{2}{3}$ del dinero que le quedaba. ¿Cuánto dinero se gastó en la segunda compra? ¿Cuánto dinero llevaba al salir de casa?

Si el ordenador ha costado 1600 €, y es la octava parte del dinero que tenía, salió de casa con $1.600 \cdot 8 = 12.800$ € y por tanto le quedan a Ana $12.800 - 1.600 = 11.200$ €. Si luego se gastó $\frac{2}{3}$ del

$$\text{dinero le queda: } \frac{2}{3} \cdot 11.200 = \frac{22400}{3} = 7466,67 \text{ €}$$

Solución: Al salir de casa llevaba 12.800 € y en la segunda compra se gastó 7.466,66 €

- 5.- En un centro comercial, 5 de cada 7 empleados cobran cada 15 días, 2 de cada 9 lo hacen mensualmente y el resto cobra semanalmente. Si en total hay 6300 empleados, halla el número de empleados de cada clase.

Que cobren 5 de cada 7 empleados quincenalmente quiere decir que son los $\frac{5}{7}$ de la plantilla. Por tanto:

$$\frac{5}{7} \text{ de } 6300 = \frac{5 \cdot 6300}{7} = 4500 \text{ Análogamente:}$$

$$\frac{2}{9} \text{ de } 6300 = \frac{2 \cdot 6300}{9} = 1400 \text{ y por tanto } 6300 - (4500 + 1400) = 400$$

Solución: en el Centro Comercial 4.500 empleados cobran quincenalmente, 1.400 lo hacen mensualmente y 400 semanalmente

- 6.- Calcula cuánto tiempo tardan en llenar juntos tres grifos un estanque si por separado el primer grifo tarda en llenarlo 30 horas, el segundo 24 horas y el tercero 16.

Ya sabes la mecánica de estos problemas, ver qué parte del depósito llenan los grifos en una hora: el primero $\frac{1}{30}$, el segundo $\frac{1}{24}$ y el tercero $\frac{1}{16}$.

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{24} + \frac{1}{16} = \frac{8+10+15}{240} = \frac{33}{240} = \frac{11}{80} \text{ fracción de la piscina que}$$

llenar los tres grifos juntos en 1 hora. Tardarán en llenarla:

$$1: \frac{11}{80} = \frac{80}{11} = 7 \frac{3}{11} \text{ horas}$$

Para saber cuántos minutos son $\frac{3}{11}$ de hora haríamos

$$\frac{3}{11} \text{ de } 60 = \frac{3 \cdot 60}{11} = \frac{180}{11} = 16 \frac{4}{11} \text{ min pero } \frac{4}{11} \text{ de minutos son}$$

$$\frac{4}{11} \text{ de } 60 = \frac{240}{11} = 21,82$$

Solución: Los tres grifos tardarán en llenar el depósito 7 horas, 16 minutos y 21,82 segundos.

7.- $\frac{1}{5}$ de los ingresos de una comunidad de vecinos se emplean en gasóleo, $\frac{1}{3}$ se emplean en electricidad, $\frac{1}{12}$ en la recogida de basuras, $\frac{1}{4}$ en mantenimiento del edificio y el resto en limpieza.

7.1.- ¿Qué parte del presupuesto se emplea en limpieza?

El total del gasto sin limpieza es

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{12 + 20 + 5 + 15}{60} = \frac{52}{60} = \frac{13}{15}$$

y por tanto la limpieza será $1 - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$

Solución: La parte que se gasta en limpieza es $\frac{2}{15}$

7.2.- Si la comunidad dispone de 5.500 euros, ¿cuánto corresponde a cada concepto de gasto?

$$\frac{1}{5} \text{ de } 5500 = \frac{5500}{5} = 1100$$

$$\frac{1}{3} \text{ de } 5500 = \frac{5500}{3} = 1833,33$$

$$\frac{1}{12} \text{ de } 5500 = \frac{5500}{12} = 458,33$$

$$\frac{1}{4} \text{ de } 5500 = \frac{5500}{4} = 1375$$

$$\frac{2}{15} \text{ de } 5500 = \frac{11000}{15} = 733,33$$

Solución: El desglose del gasto será 1.100 € en gasoleo, 1.833,33 € en electricidad, 458,33 € en recogida de basuras, 1375 € en mantenimiento del edificio y 733,33 € en limpieza

8.- Un hortelano planta $\frac{1}{4}$ de su huerta de tomates, $\frac{2}{5}$ de alubias y el resto, que son 280 m^2 , de patatas. ¿Qué fracción ha plantado de patatas? ¿Cuál es la superficie total de la huerta?

veamos que parte de la huerta está sembrada de tomates y alubias

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{5+8}{20} = \frac{13}{20} \text{ y de patatas será el resto } 1 - \frac{13}{20} = \frac{7}{20}$$

Esto es que 7 partes son 280 m^2 , una parte será $\frac{280}{7} = 40 \text{ m}^2$ y por

tanto el total de la finca, las 20 partes $40 \cdot 20 = 800 \text{ m}^2$

Solución: la huerta tiene una extensión de 800 m^2

- 9.- El paso de cierta persona equivale a $\frac{7}{8}$ de metro. ¿Qué distancia recorre con 1.000 pasos? ¿Cuántos pasos debe dar para recorrer una distancia de 1.400 m?

Para saber lo que ha recorrido esa persona con 1000 pasos,

$$\text{multiplíco } \frac{7}{8} \cdot 1000 = \frac{7000}{8} = 875 \text{ m}$$

Para saber los pasos que debe dar para recorrer 1400m divido esa distancia entre la longitud de cada paso

$$1400 : \frac{7}{8} = 1400 \cdot \frac{8}{7} = \frac{1400 \cdot 8}{7} = \frac{14 \cdot 100 \cdot 8}{7} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 100 \cdot 8}{7} = 1600 \text{ pasos}$$

Solución: con 1000 pasos recorre 875 m y necesita 1600 pasos para recorrer 1400 m

- 10.- Un laboratorio comercializa perfume en frascos que tienen un capacidad de $\frac{2}{20}$ de litro. ¿Cuántos litros de perfume se han de fabricar para llenar 1.000 frascos?

La capacidad del frasco es $\frac{2}{20}$ de litro, es decir, 0,1 litro, que en fracciones -ya sabes que no me gustan los decimales- son $\frac{1}{10}$.

Pues bien el contenido de un frasco por el número de frascos me dirá el contenido total y para ello $\frac{1}{10} \cdot 1.000 = 100$ litros de perfume

Solución: los mil frascos contendrán 100 litros de perfume.

- 11.- Un camión cubre la distancia entre dos ciudades en tres horas. En la primera hora hacen $\frac{3}{8}$ del trayecto, en la segunda los $\frac{2}{3}$ de lo que le queda y en la tercera los 80 km restantes. ¿Cuál es la distancia total recorrida?

Si en la primera hora hace $\frac{3}{8}$, le queda por hacer $\frac{5}{8}$ del camino.

En la segunda hace $\frac{2}{3}$ de lo que queda, por tanto $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$

por lo que en las dos horas ha hecho $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{9+10}{24} = \frac{19}{24}$ y le queda

para la tercera hora $1 - \frac{19}{24} = \frac{24-19}{24} = \frac{5}{24}$ es decir, 5 partes y el

camino entero tiene 24 partes. Si 5 partes equivalen a 80 km, cada parte será de $80 : 5 = 16$ km, por lo que el total del camino serán

$$24 \cdot 16 = 384 \text{ km}$$

Solución: La distancia entre las dos ciudades es de 384 km

- 12.- He gastado las tres cuartas partes de mi dinero y me quedan 900 euros. ¿Cuánto tenía?

Pues quiere decir que la cuarta parte de mi dinero son 900 € y por tanto el total de mi dinero es $900 \cdot 4 = 3.600$ €

900 €			
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$

Solución: El total del dinero que tenía es 3.600 €

- 13.- De un depósito de agua se saca un tercio del contenido y, después $\frac{2}{5}$ de lo que quedaba. Si aún quedan 600 litros. ¿Cuánta agua había al principio?

Si se saca $\frac{1}{3}$ quedan $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{5}$ de lo que quedan son $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$ por

lo que en total se han sacado $\frac{1}{3} + \frac{4}{15} = \frac{5+4}{15} = \frac{9}{15}$ y falta aún por

sacar $1 - \frac{9}{15} = \frac{15-9}{15} = \frac{6}{15}$ luego quedan 6 partes de las 15 que

había al inicio. Cada parte será $600:6=100$ litros, por lo que el depósito entero, que eran 15 partes, tendría $100 \cdot 15 = 1500$ litros

Solución: El depósito contenía al principio 1.500 litros de agua

- 14.- ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro se pueden llenar con una garrafa de 30 litros?

Este es muy fácil, divídimos el total de la garrafa entre el

contenido de cada botella $30 : \frac{3}{4} = 30 \cdot \frac{4}{3} = \frac{120}{3} = 40$ botellas

Solución: Podremos llenar 40 botellas con el contenido de la garrafa de 30 litros

- 15.- Un vendedor despacha por la mañana las $\frac{3}{4}$ partes de las naranjas que tenía. Por la tarde vende $\frac{4}{5}$ de las que le quedaban. Si al terminar el día aún le quedan 100 kg de naranjas. ¿Cuántos kg tenía?

veamos gráficamente la operación: en la jornada de mañana vendo lo que está coloreado de naranja

$\frac{1}{4}$

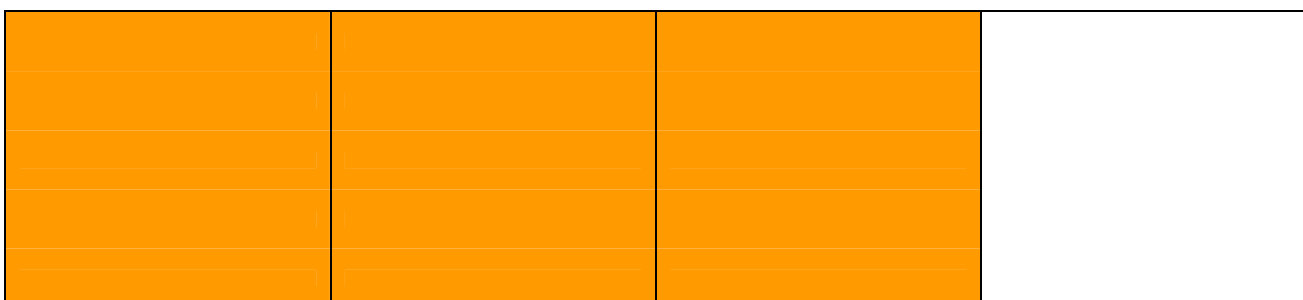
$\frac{2}{4}$

$\frac{3}{4}$

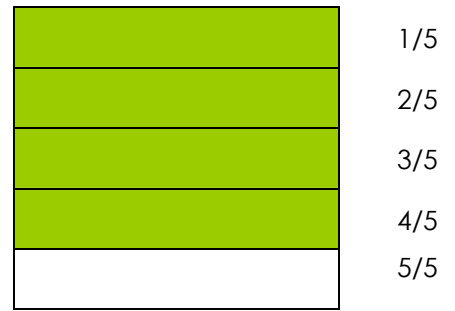
$\frac{4}{4}$

vendidas

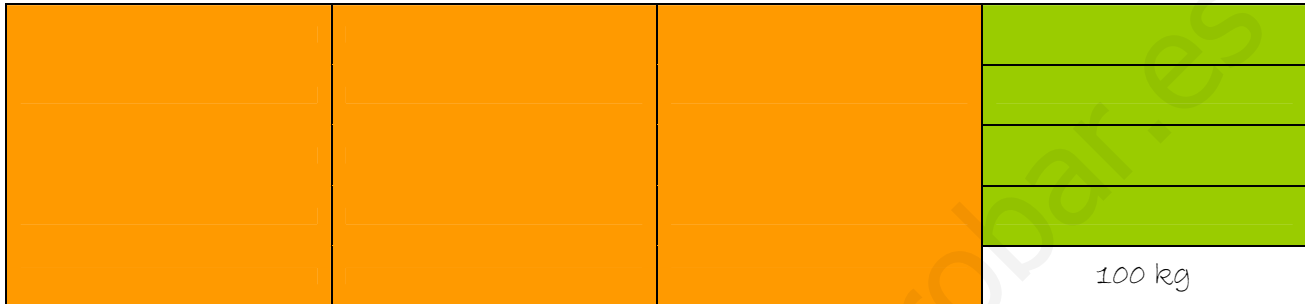
No vendidas



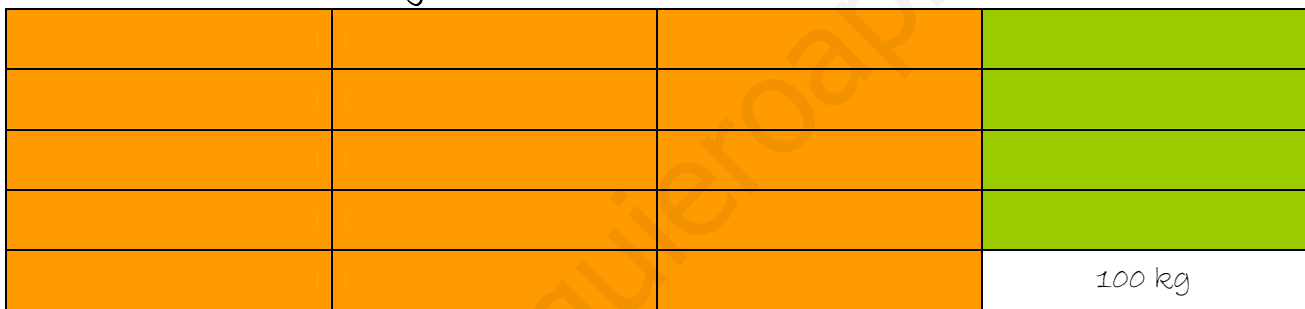
Por la tarde vendo lo coloreado de verde



En total he vendido la parte coloreada y no he vendido la parte blanca, que son 100 kg



A ver si lo ves mejor ahora



¿Cuántos trozos iguales tengo al que me quedó sin vender? 20, pues el total de naranjas que tenía era $20 \cdot 100 = 2000$

¿Cómo se hace con números? De la siguiente manera:

$1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ dejó sin vender por la mañana. Por la tarde vendo

$\frac{4}{5}$ de $\frac{1}{4} = \frac{4}{20}$ por lo que en todo el día he vendido $\frac{3}{4} + \frac{4}{20} = \frac{15+4}{20} = \frac{19}{20}$

Y dejó de vender $1 - \frac{19}{20} = \frac{20-19}{20} = \frac{1}{20}$ y si una parte son 100 kg, las 20 partes serán $20 \cdot 100 = 2000$

Solución: Al principio de la mañana tenía 2.000 kg de naranjas

16.- Con el contenido de un bidón de agua se han llenado 40 botellas de $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántos litros de agua había en el bidón?

Muy fácil, multiplico el contenido de cada botella por el número de botellas y tendré la cantidad de agua del bidón $40 \cdot \frac{3}{4} = \frac{120}{4} = 30$

Solución: **en el bidón había 30 litros de agua**

17.- Un frasco de perfume tiene una capacidad de $\frac{1}{20}$ de litro. ¿Cuántos frascos de perfume se pueden llenar con el contenido de una botella de $\frac{3}{4}$ de litro?

Igual de fácil que el anterior, divido el líquido que tengo que repartir entre el número de frasco que tengo que llenar

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{20} = \frac{3}{4} \cdot \frac{20}{1} = \frac{60}{4} = 15$$

Solución: **Puedo llenar 15 frascos de perfume**

18.- Jacinto come los $\frac{2}{7}$ de una tarta y Gabriela los tres quintos del resto. ¿Qué fracción de tarta ha comido Gabriela? ¿Qué fracción queda?

Si Jacinto se come $\frac{2}{7}$ quedan $\frac{5}{7}$ y de éstos Gabriela, que es más golosa, se come $\frac{3}{5}$, Gabriela ha comido $\frac{3}{5}$ de $\frac{5}{7} = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$ y lo que queda será lo que queda de retarle a la tarta entera, la unidad, la suma de

$$\text{lo que se han comido Jacinto y Gabriela } 1 - \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{7} \right) = 1 - \frac{5}{7} = \frac{7-5}{7} = \frac{2}{7}$$

Solución: **quedan los $\frac{2}{7}$ de la tarta**

19.- De un depósito que contenía 1.000 litros de agua se han sacado, primero $\frac{1}{5}$ del total y, después, $\frac{3}{4}$ del total ¿Cuántos litros quedan?

Primero se saca la quinta parte del contenido que son $1000 : 5 = 200$ litros, luego se sacan $\frac{3}{4}$ del total, luego de 1000 litros otra vez -aquí no dice $\frac{3}{4}$ del resto, hay que leer bien- y serán $1000 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3000}{4} = 750$ litros. En total se han sacado $200 + 750 = 950$ y como el depósito contenía 1.000 litros quedan $1000 - 950 = 50$

Otra forma de hacerlo:

Si saco $\frac{1}{5}$ y luego $\frac{3}{4}$, en total he sacado $\frac{1}{5} + \frac{3}{4} = \frac{4+15}{20} = \frac{19}{20}$ de los 1.000 litros, que son $\frac{19}{20}$ de 1000 = $\frac{19000}{20} = 950$ litros, luego quedarán dentro del depósito $1000 - 950 = 50$

Solución: en el depósito quedan 50 litros de agua

20.- De un depósito que estaba lleno se han sacado $\frac{2}{3}$ del total y después un quinto del total. Sabiendo que aún quedad 400 litros, ¿cuál es la capacidad del depósito?

Este problema es igual que el anterior, por lo que sólo lo resolveré de la segunda manera

$\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10+3}{15} = \frac{13}{15}$ he sacado y me quedan $1 - \frac{13}{15} = \frac{15-13}{15} = \frac{2}{15}$. Si quedan 2 partes, cada una será de $400 : 2 = 200$ litros. Como el depósito tenía 15 partes, su capacidad es de $200 \cdot 15 = 3000$

Solución: la capacidad del depósito es de 3.000 litros

21.- Aurora sale de casa con 3.000 euros. Se gasta un tercio en libros y, después, $\frac{4}{5}$ de lo que le quedaba en ropa. ¿Con cuánto dinero vuelve a casa?

De estos hemos hecho unos cuantos

$\frac{1}{3}$ de 3000 = 1000€ se gasta en libros y le quedan 2.000 €. Como en ropa se gasta $\frac{4}{5}$ que serán $\frac{4}{5}$ de 2000 = $\frac{4 \cdot 2000}{5} = 1600$ €. En total se ha gastado $1000 + 1600 = 2600$ € y vuelve a casa con $3000 - 2600 = 400$

Otra manera $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3} = \frac{8}{15}$ se gasta en ropa. En total se gasta $\frac{1}{3} + \frac{8}{15} = \frac{5+8}{15} = \frac{13}{15}$ con lo que le quedan $1 - \frac{13}{15} = \frac{15-13}{15} = \frac{2}{15}$ y $\frac{2}{15}$ de 3.000 € son $\frac{2}{15} \cdot 3000 = \frac{6000}{15} = 400$ €

El algoritmo -conjunto de operaciones combinadas- que soluciona este problema es el siguiente:

$$\begin{aligned} \left[1 - \left[\frac{1}{3} + \frac{4}{5} \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \right] \right] \cdot 3000 &= \left[1 - \left[\frac{1}{3} + \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \right] \right] \left[1 - \left[\frac{1}{3} + \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \right] \right] = \\ &= \left[1 - \left[\frac{1}{3} + \frac{8}{15} \right] \right] \cdot 3000 = \left[1 - \frac{5+8}{15} \right] \cdot 3000 = \left[1 - \frac{13}{15} \right] \cdot 3000 = \\ &= \frac{15-13}{15} \cdot 3000 = \frac{2}{15} \cdot 3000 = \frac{6000}{15} = 400 \end{aligned}$$

Solución: le quedan 400 €

22.- ¿Cuál es la fracción que multiplicada por $\frac{3}{5}$ es igual a $\frac{4}{3}$?

Si con una fracción nos parece difícil, pensamos en números naturales: ¿qué número tengo que multiplicar por 15 para que obtenga el número 60? Pues dividimos 60 entre 15 $60:15=4$ De

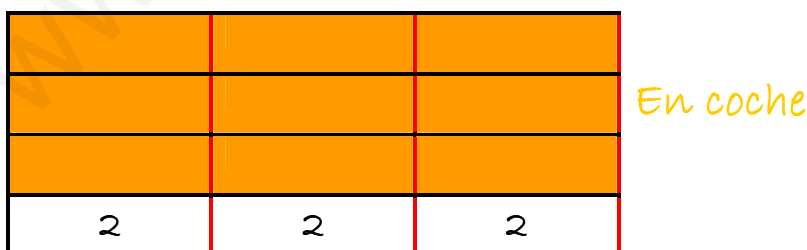
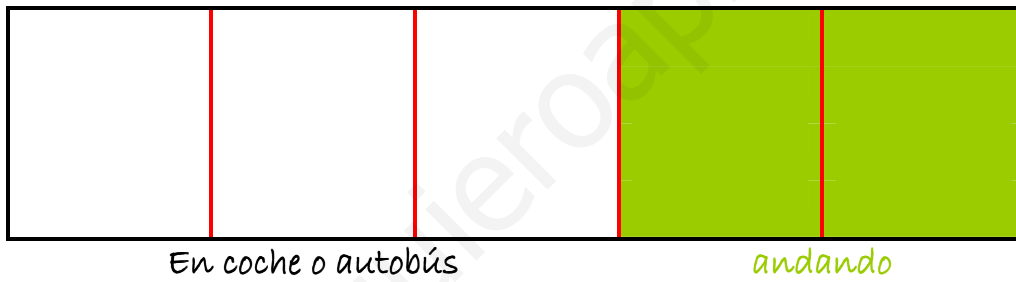
igual manera procedemos con las fracciones $\frac{4}{3}:\frac{3}{5}=\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{3}=\frac{20}{9}$

Comprobamos $\frac{3}{5}\cdot\frac{20}{9}=\frac{3\cdot 20}{5\cdot 9}=\frac{3\cdot 5\cdot 4}{5\cdot 3\cdot 3}=\frac{4}{3}$

Solución: **la fracción que busco es $\frac{20}{9}$**

23.- En una clase, $\frac{3}{5}$ de los alumnos hacen el camino de su casa al colegio en coche o en autobús. Si los tres cuartos de los alumnos que viajan en coche o autobús hacen el viaje en coche y 6 van en autobús ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

Voy a resolverlo también gráficamente y luego con algoritmos.



2	2	2	2	2
2	2	2	2	2
2	2	2	2	2
2	2	2	2	2

Si cuentas, hay 20 trozos y en cada trozo 2 alumnos por lo que en total hay $2 \cdot 20 = 40$

Ahora resolvemos el problema mediante operaciones:

Si vienen $\frac{3}{5}$ en coche y autobús, y de éstos $\frac{3}{4}$ en coche, respecto al total de alumnos suponen $\frac{3}{4}$ de $\frac{3}{5} = \frac{9}{20}$ y de los alumnos que vienen en autobús son $\frac{1}{4}$ de $\frac{3}{5} = \frac{3}{20}$. Como en total hay 6 alumnos, en cada parte, $\frac{1}{20}$, habrá 2 alumnos por lo que en total hay $2 \cdot 20 = 40$

24.- Los $\frac{5}{6}$ de lo gastado lo gastado por una familia este año son 8.700 euros. ¿Cuánto suponen los dos tercios de los gastos de esa misma familia?

Para saber el gasto de cada parte se divide la cantidad entre 5, y resulta que cada sexto son $8700 : 5 = 1740$ y el total sería $1740 \cdot 6 = 10440$. Los $\frac{2}{3}$ de los gastos de ésta cantidad serán $\frac{2}{3}$ de $10440 = \frac{20880}{3} = 6990$

Solución: los gastos de la familia son 6990€

25.- El propietario de un solar ha decidido venderlo en parcelas. Vendió primero $\frac{3}{7}$ del mismo, después la mitad de lo restante y aún le quedaron 244 m^2 sin vender. ¿Cuál era la superficie del solar?

vendido			No vendido			

			vendido		244 m ²	
122	122	122	122	122	122	122
$122 \times 7 = 854 \text{ m}^2$						

$\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{3}{7}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7-3}{7} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$ es la parte no vendida. Si $\frac{2}{7}$ son 244 m^2 , la mitad, $\frac{1}{7}$, serán 122 y los $\frac{7}{7}$, el solar entero serán $122 \cdot 7 = 854$

Solución: el solar tiene 854 m^2