

1. (1,5 puntos) Realiza estas **operaciones con polinomios**:

a) $-4x - (-3x^2 + 1)(5x + 2) + 3x^2(-1 + x) =$

b) $7x(2x + 1)^2 - (5x - 1)(5x + 1) =$

2. (2,5 puntos) Realiza la **descomposición factorial** de los siguientes polinomios:

a) $2x^5 + 11x^4 + 18x^3 + 9x^2$

b) $x^2 - 5x - 14$

c) $2x^2 + 50 - 20x$

d) $x^4 + 6x^2y + 9y^2$

3. (3 puntos) Realiza las siguientes operaciones con **fracciones algebraicas**:

a) $\frac{2}{x^2 + 2x + 1} - \frac{3}{x^2 - 1} - \frac{4}{x^2 - 2x + 1}$

b) $\frac{x - 1}{x^2 - 2x - 2} : \frac{x + 1}{x^2 - 2x}$

c) $\frac{9 - x}{1 - x} - \frac{x + 3}{1 - x} \cdot \frac{2}{x} =$

4. (1 punto) Averigua el valor de m para que $x - 3$ sea factor de $P(x) = 20x^3 - 41x^2 + mx + 18$

① a) $-4x - (-3x^2 + 1)(5x + 2) + 3x^2(-1 + x) =$
 $= -4x - (-15x^3 - 6x^2 + 5x + 2) - 3x^2 + 3x^3 =$
 $= -4x + 15x^3 + 6x^2 - 5x - 2 - 3x^2 + 3x^3 =$
 $= 18x^3 + 3x^2 - 9x - 2$

b) $7x(2x+1)^2 - (5x-1)(5x+1) =$
 $= 7x(4x^2 + 1 + 4x) - (25x^2 - 1) =$
 $= 28x^3 + 7x + 28x^2 - 25x^2 + 1 =$
 $= 28x^3 + 3x^2 + 7x + 1$

② a) $2x^5 + 11x^4 + 18x^3 + 9x^2 = x^2(2x^3 + 11x^2 + 18x + 9) = 2x^2(x+1)(x+3)(x + \frac{3}{2}) =$

$\begin{array}{r rrrr} & 2 & 11 & 18 & 9 \\ -1 & \downarrow & -2 & -9 & -9 \\ \hline & 2 & 9 & 9 & 0 \end{array}$	$2x^2 + 9x + 9 = 0$	$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 2 \cdot 9}}{2 \cdot 2} = \frac{-9 \pm 3}{4}$	$\frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$	$\frac{-9}{4} = -3$
---	---------------------	---	-------------------------------	---------------------

$= x^2(x+1)(x+3)(2x+3)$

b) $x^2 - 5x - 14 = (x+2)(x-7)$
 $x^2 - 5x - 14 = 0 ; x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14)}}{2} = \frac{5 \pm 9}{2}$
 $x_1 = 7$
 $x_2 = -2$ O/S

c) $2x^2 + 50 - 20x = 2(x-5)^2$
 $2x^2 + 50 - 20x = 0 ; 2x^2 - 20x + 50 = 0$
 $x = \frac{20 \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 50}}{2 \cdot 2} = \frac{20}{4} = 5$ doble O/S

d) $x^4 + 6x^2y + 9y^2 = (x^2 + 3y)^2$ O/S

③ a) $\frac{2}{(x+1)^2} - \frac{3}{(x+1)(x-1)} - \frac{4}{(x-1)^2} = \frac{2(x-1)^2 - 3(x+1)(x-1) - 4(x+1)^2}{(x+1)^2(x-1)^2}$
 $= \frac{2(x^2 - 2x + 1) - 3(x^2 - 1) - 4(x^2 + 2x + 1)}{(x+1)^2(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 4x + 2 - 3x^2 + 3 - 4x^2 - 8x - 4}{(x+1)^2(x-1)^2}$
 $= \frac{-5x^2 - 12x + 1}{(x+1)^2(x-1)^2}$

$$b) \frac{x-1}{x^2-2x-2} : \frac{x+1}{x^2+2x} = \frac{x-1}{x^2-2x-2} \cdot \frac{x(x+2)}{x+1} = \frac{x-1}{(x-1-\sqrt{3})(x-1+\sqrt{3})} \cdot \frac{x(x+2)}{x+1}$$

No se puede hacer nada más

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{3 \cdot 2^2}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$c) \frac{9-x}{1-x} - \frac{x+3}{1-x} \cdot \frac{2}{x} = \frac{9-x}{1-x} - \frac{2(x+3)}{x(1-x)} = \frac{x(9-x) - 2(x+3)}{x(1-x)} = \frac{9x - x^2 - 2x - 6}{x(1-x)} = \frac{-x^2 + 7x - 6}{x(1-x)}$$

④ utilizo el método de Ruffini:

	20	-41	m	18
3	↓	60	57	171 + 3m
	20	19	57 + m	0

$$171 + 3m + 18 = 0$$

$$189 + 3m = 0$$

$$3m = -189$$

$$m = \frac{-189}{3} = -63$$

$$\boxed{m = -63}$$

Si $x-3$ es factor de $P(x)$ significa que $x=3$ es raíz o cero y la división del polinomio entre $x-3$ tendrá resto cero.