

Polinomios y fracciones algebraicas

Nombre _____

Ejercicio n° 1.- Utiliza el **teorema del Resto** y calcula el valor de **m** para que el polinomio $P(x) = 7x^3 - mx^2 - 3x + 2$ sea divisible entre $(x + 1)$

$$\text{Sol: } \text{Re sto} = P(-1) = 0 \Rightarrow 7 \cdot (-1)^3 - m \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 2 = 0 \Rightarrow -7 - m + 3 + 2 = 0 \Rightarrow -2 = m$$

Ejercicio n° 2.- Descompón en **factores** los siguientes polinomios y di cuáles son sus raíces:

a) $x^4 - 12x^3 + 36x^2 =$

$$\text{Sol: } x^4 - 12x^3 + 36x^2 = x^2 \cdot (x^2 - 12x + 36) = x^2 \cdot (x - 6)^2 \quad \text{Raíces dobles : 0 y 6}$$

b) $4x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x - 1 =$

$$\text{Sol: } 4x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x - 1 = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (2x + 1)^2 \quad \text{Raíces : 1, -1 y } -\frac{1}{2} \text{ (doble)}$$

Ejercicio n° 3.- Simplifica las fracciones algebraicas:

a) $\frac{5x^3 - 125x}{5x^2 - 25x} =$

$$\text{Sol: } \frac{5x^3 - 125x}{5x^2 - 25x} = \frac{5x(x^2 - 25)}{5x(x - 5)} = \frac{5x(x - 5)(x + 5)}{5x(x - 5)} = x + 5$$

b) $\frac{6x^2 - 7x - 5}{2x^3 - x^2 - x} =$

$$\text{Sol: } \frac{6x^2 - 7x - 5}{2x^3 - x^2 - x} = \frac{6 \cdot \left(x - \frac{5}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right)}{2x \cdot (x - 1) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right)} = \frac{3 \cdot \left(x - \frac{5}{3}\right)}{x \cdot (x - 1)} = \frac{3x - 5}{x^2 - x}$$

c) $\frac{3a^2b^2 - 6ab^3}{3a^3b - 6a^2b^2} =$

$$\text{Sol: } \frac{3a^2b^2 - 6ab^3}{3a^3b - 6a^2b^2} = \frac{3ab^2 \cdot (a - 2b)}{3a^2b \cdot (a - 2b)} = \frac{b}{a}$$

Ejercicio n° 4: Opera y simplifica:

a) $\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}\right) : \frac{x^2}{x-1} =$

$$\text{Sol: } \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}\right) : \frac{x^2}{x-1} = \frac{x - (x-1)}{x(x-1)} : \frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x(x-1)} : \frac{x^2}{x-1} = \frac{x-1}{x^3(x-1)} = \frac{1}{x^3}$$

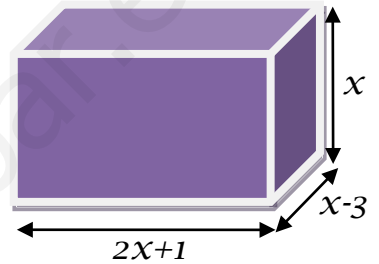
$$b) \left(\frac{5x}{x^2 - 4x + 4} - \frac{1}{x-2} \right) \cdot (x^2 - 4) =$$

$$\text{Sol: } \left(\frac{5x}{x^2 - 4x + 4} - \frac{1}{x-2} \right) \cdot (x^2 - 4) = \frac{5x - (x-2)}{(x-2)^2} \cdot (x^2 - 4) = \frac{(4x+2) \cdot (x-2) \cdot (x+2)}{(x-2)^2} = \frac{4x^2 + 10x + 4}{x-2}$$

Ejercicio n° 5.- Escribe un polinomio de grado tres que tenga por raíces a 0, -2 y 7, y que el término de mayor grado tenga de coeficiente 3

$$P(x) = 3 \cdot x \cdot (x+2) \cdot (x-7) = (3x^2 + 6x) \cdot (x-7) = 3x^3 - 21x^2 + 6x^2 - 42x = 3x^3 - 15x^2 - 42x$$

Ejercicio n° 6.- Expresa mediante polinomios el área y el volumen del ortoedro de la figura



$$\begin{aligned} \text{Área} &= 2 \cdot x \cdot (x-3) + 2 \cdot x \cdot (2x+1) + 2 \cdot (x-3) \cdot (2x+1) = \\ &= 2x^2 - 6x + 4x^2 + 2x + 4x^2 + 2x - 12x - 6 = 10x^2 - 14x - 6 \end{aligned}$$

$$\text{Volumen} = x \cdot (x-3) \cdot (2x+1) = (x^2 - 3x) \cdot (2x+1) = 2x^3 + x^2 - 6x^2 - 3x = 2x^3 - 5x^2 - 3x$$