

1.- (1 punto) Resuelve la ecuación $\cos 2x + \operatorname{sen} x = 4 \cdot \operatorname{sen}^2 x$, expresando todas las soluciones.

2.- (1 punto) Considera la función $f(x) = x \ln \frac{x}{a}$, con $a > 0$. Determina el valor de a para que $f(x)$ tenga un mínimo relativo en $x = 1$.

3.- (1 punto) He gastado en el mercado 11'60 euros por la compra de patatas, manzanas y naranjas que costaban respectivamente 1 €/kg, 1'20 €/kg y 1'50 €/kg. ¿Cuántos kilos he comprado de cada alimento si entre todos han pesado 9 kg y, además, he llevado 1 kg más de naranjas que de manzanas? Plantea un sistema lineal de ecuaciones y resuélvelo por el método de Gauss.

4.- (1 punto) Dos vías de ferrocarril se cortan formando un ángulo de 20° . Del cruce salen al mismo tiempo dos locomotoras, una por cada vía. Una de las locomotoras va a una velocidad de 100 km/h. ¿A qué velocidad debe circular la otra para que a las 3 horas estén separadas una distancia de 150 km?

5.- (1 punto) Un punto P equidista de los puntos $A(7,1)$ y $B(1,3)$. La distancia de dicho punto al eje de ordenadas es el doble que al eje de abscisas. Calcula el punto.

6.- (2 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$, determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en su punto de inflexión.

7.- (2 puntos) Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ cx + 1 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$

- a) Determina a , b y c sabiendo que $f(x)$ es continua y derivable en $x=2$, y que pasa por el punto $(0,4)$.
- b) ¿En qué punto tiene tangente horizontal?

8.- (1 punto) Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 3}$, estudiar sus asíntotas y esbozar la posición de la curva respecto de ellas.