

PROBLEMAS

1.- Un móvil inicia su movimiento desde el punto (0,0). Recorre 2 km hacia el Norte, después se dirige hacia el Este recorriendo 1 km más; a continuación se dirige hacia el Sur desplazándose 4 km, luego toma la dirección Oeste recorriendo 3 km y por último recorre 1 km hacia el Norte. Calcula:

- Los desplazamientos parciales. Sol: (0,2) , (1,0) , (0,-4) , (-3,0) , (0,1)
- El desplazamiento total. Sol: (-2,-1)
- La distancia recorrida. Sol: 11 km
- ¿A qué distancia del punto de partida se encuentra al final?. Sol: $\sqrt{5}$ km

2.- El movimiento de una partícula viene dado por $x = t$, $y = 2t - 1$, $z = t + 1$, en donde x, y, z se miden en metros y t en segundos. Calcula:

- La posición de la partícula en cualquier instante.
- La posición inicial de la partícula. Sol: (0,-1,1)
- La posición de la partícula a los 5 s. Sol: (5,9,6)
- ¿A qué distancia del origen del sistema de referencia se encuentra la partícula en ese instante ($t = 5$ s)?. Sol: 11,9 m
- ¿Qué trayectoria sigue la partícula?. Sol: una recta

3.- Un punto se mueve según las ecuaciones $x = 2 - t$, $y = t^2$. Calcula:

- La posición inicial. Sol: (2,0)
- La posición 4 s después. Sol: (-2, 16)
- El desplazamiento en ese intervalo de tiempo. Sol: (-4, 16)
- Ecuación de la trayectoria. Sol: $y = x^2 - 4x + 4$

4.- Una partícula se mueve según las ecuaciones: $x = t^3$, $y = 2t$, $z = 1$, en unidades del S.I. Calcula:

- La velocidad media en el intervalo 2 a 5 s. Sol: $39 \vec{i} + 2 \vec{j}$ m/s
- La velocidad en cualquier instante. Sol: $3 t^2 \vec{i} + 2 \vec{j}$ m/s
- La velocidad para $t = 0$ s. Sol: $2 \vec{j}$ m/s
- La aceleración en cualquier instante. Sol: $6t \vec{i}$ m/s²
- La aceleración tangencial en cualquier instante. Sol: $a_t = \frac{18t^3}{\sqrt{9t^4 + 4}}$
- La aceleración normal en cualquier instante. Sol: $a_n = \frac{12t}{\sqrt{9t^4 + 4}}$
- El módulo de la velocidad, aceleración, aceleración tangencial y aceleración normal para $t = 1$ s.

5.- Una partícula se mueve a lo largo del eje X según la ecuación: $x = t^2 - t - 2$, en unidades del S.I.. Calcula:

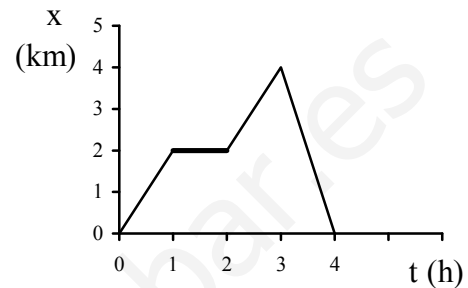
- La posición inicial de la partícula. Sol: $x_0 = -2$ m
- ¿En qué instantes pasa la partícula por el origen de coordenadas?. Sol: $t = 2$ s
- ¿Dónde se encuentra la partícula al cabo de 5 s?. Sol: 18 m
- La velocidad media de la partícula en el intervalo de tiempo 2 a 3s. Sol: 4 m/s
- La velocidad en los instantes $t = 2$ s y $t = 5$ s. Sol: 3 y 9 m/s

6.- Un tren metropolitano parte de una estación con aceleración constante y al cabo de 10 s alcanza una velocidad de 72 km/h. Mantiene esa velocidad durante 2 minutos. Al llegar a la estación siguiente, frena uniformemente recorriendo 200 m hasta parar. Se supone movimiento rectilíneo. Calcula:

- La aceleración en la primera fase del movimiento. Sol: 2 m/s^2
- El espacio que recorre en la primera fase. Sol: 100 m
- La aceleración que tiene en la última fase. Sol: -1 m/s^2
- Tiempo que ha estado en movimiento en la última fase. Sol: 20 s
- Espacio total recorrido. Sol: 2.700 m
- Dibuja los diagramas a-t , v-t y x-t.

7.- El diagrama x-t de un movimiento rectilíneo viene dado por la figura que se muestra.

- Da toda la información de este movimiento.
- Dibuja el diagrama v-t.



8.- Desde la azotea de un edificio de 80 m de altura se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad de 20 m/s. Calcula:

- Altura respecto a la calle a la que se encuentra 1 s después de ser lanzada. Sol: 95,1 m
- Altura máxima que alcanza sobre la calle. Sol: 100,4 m
- Posición respecto a la calle a los 4 s. Sol: 81,6 m
- Tiempo que tarda en llegar a la calle. Sol: 6,57 s
- Velocidad que tiene a los 3 s. Sol: $-9,4 \text{ m/s}$
- Velocidad con que llega al suelo. Sol: $-44,38 \text{ m/s}$

9.- Desde un punto del suelo se lanza un cuerpo A verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 30 m/s. Desde otro punto, situado 70 m más arriba sobre la misma vertical, 2 s más tarde se deja caer otro cuerpo B sin velocidad inicial. Suponiendo que la aceleración de la gravedad es 10 m/s^2 y que la resistencia del aire es despreciable, determina:

- Las ecuaciones de los movimientos de ambos móviles.
- La altura a la que chocarán ambos cuerpos. Sol: 25 m
- Sus velocidades en el instante del choque. Sol: -20 m/s , -30 m/s

10.- Por un punto pasa un cuerpo con velocidad constante de 20 m/s. Dos segundos más tarde, parte de dicho punto en la misma dirección y sentido otro cuerpo con aceleración constante de 2 m/s^2 . Calcula:

- Tiempo que tarda el segundo cuerpo en alcanzar al primero. Sol: 21,83 s
- ¿A qué distancia lo alcanzará?. Sol: 476,6 m
- Velocidad que tiene cada uno en ese instante. Sol: 20 y 43,66 m/s

11.- Desde un acantilado de 60 m de altura se lanza un cuerpo horizontalmente con una velocidad de 20 m/s. Calcula, tomando $g = 10 \text{ m/s}^2$

- Posición del cuerpo 2 s después. Sol: $40 \vec{i} + 40 \vec{j} \text{ m}$
- Velocidad que tiene en ese instante. Sol: $20 \vec{i} - 20 \vec{j} \text{ m/s}$
- Tiempo que tarda en llegar a la superficie del agua. Sol: 3,46 s

- d) Velocidad que tiene en ese instante y dirección de caída. Sol: 39,96 m/s formando un ángulo de 60° con el agua
- e) Valor del alcance máximo. Sol: 69,2 m
- f) Punto de la trayectoria en el que $|\vec{V}_x| = |\vec{V}_y|$. Sol: (40,40) m

12.- Un cañón dispara un proyectil con una velocidad de 400 m/s y un ángulo de elevación de 30° . Calcula, tomando $g = 10 \text{ m/s}^2$:

- a) La posición, la velocidad y la dirección del proyectil a los 5 s.
Sol: ($1.000\sqrt{3}$, 875) m ; 377,49 m/s formando un ángulo de $23,4^\circ$ con la horizontal.
- b) En qué instantes el proyectil se encuentra a 1.000 m de altura. ¿Qué velocidad tiene en esos instantes?. Sol: 5,86 s ; 34,14 s ; 374,15 m/s
- c) Altura máxima alcanzada por el proyectil. Sol: 2.000 m
- d) Velocidad en ese instante. Sol: ($200\sqrt{3}$, 0) m/s
- e) Alcance máximo. Sol: $8.000\sqrt{3}$ m
- f) ¿Con qué velocidad llega a la horizontal del punto de lanzamiento?. Sol: ($200\sqrt{3}$, -200)
- g) Ecuación de la trayectoria. Sol: $y = x / \sqrt{3} - x^2 / 24.000$

13.- Un futbolista chuta hacia la portería con una velocidad de 15 m/s y un ángulo de inclinación de 30° en el momento en que se encuentra a 15,6 m de la portería. Calcula la altura que alcanza el balón cuando pasa por la línea de meta y su velocidad en ese instante.
Sol: 1,9 m ; 13,7 m/s

14.- En unos Juegos Olímpicos un lanzador de jabalina consigue alcanzar una distancia de 90 m con un ángulo de inclinación de 45° . Calcula: a) la velocidad de lanzamiento; b) el tiempo que la jabalina estuvo en el aire.
Sol: a) 29,7 m/s ; b) 4,3 s

15.- Un avión en vuelo horizontal rectilíneo, a una altura de 7.840 m y con una velocidad de 450 km/h deja caer una bomba por la vertical de un punto A del suelo. Si $g = 9,8 \text{ m/s}^2$:

- a) ¿Al cabo de cuánto tiempo se producirá la explosión de la bomba por choque con el suelo?. Sol: 40 s
- b) ¿Qué distancia habrá recorrido entre tanto el avión?. Sol: 5.000 m
- c) ¿A qué distancia del punto A se producirá la explosión?. Sol: igual que b)
- d) ¿Cuánto tiempo tardará en oírse la explosión en el avión, a contar desde el instante del lanzamiento de la bomba, si la velocidad del sonido en el aire = 340 m/s ?. Sol: 64,8 s

16.- Un jugador de béisbol lanza una pelota con una velocidad de 50 m/s y un ángulo de elevación de 30° . En el mismo instante otro jugador situado a 150 m en la dirección que sigue la pelota, corre para recogerla cuando se encuentra 1 m por encima del suelo, con una velocidad constante de 10 m/s. ¿Llegará a recoger la pelota?. En caso negativo, tiene dos soluciones: correr más deprisa o salir antes. Calcula, tomando $g = 10 \text{ m/s}^2$:

- a) En el primer caso, ¿con qué velocidad debería correr?. Sol: 13 m/s
- b) En el segundo caso, cuánto tiempo antes de lanzar la pelota debe salir. Sol: 1,52 s

17.- Un barquero quiere cruzar un río de 100 m de anchura; para ello rema perpendicularmente a la corriente, imprimiendo a la barca una velocidad de 2 m/s respecto al agua. La velocidad de la corriente es 0,5 m/s. Calcula:

- a) Tiempo que tarda en atravesar el río. Sol: 50 s
- b) Velocidad de la barca. Sol: 2,06 m/s
- c) ¿En qué punto de la orilla opuesta desembarcará?. Sol: desviado 25 m
- d) ¿Qué espacio ha recorrido la barca cuando llega a la orilla opuesta?. Sol: 103 m

18.- Un avión que vuela a 900 km/h en el sentido Sur-Norte, se encuentra con un viento que sopla a 200 km/h en el sentido Este-Oeste.

- a) ¿Cuál es la velocidad real del avión y la dirección del movimiento?.
Sol: 921,95 km/h , 12,53° Oeste
- b) ¿Cómo conseguiría el piloto mantener invariable el rumbo del avión en el sentido Sur-Norte?. Sol: desviarse 12,84° al Este.
- c) ¿Cuál sería en este último caso la velocidad del avión?. Sol: 877,5 km/h

19.- Un cuerpo describe una vuelta completa alrededor de un punto. ¿Ha descrito el móvil una trayectoria?. ¿Ha realizado un desplazamiento?. ¿Por qué?.

20.- ¿A qué se debe que un cuerpo con movimiento circular uniforme posea aceleración, si el módulo de su velocidad toma siempre el mismo valor?.

21.- Un disco efectúa un movimiento circular uniformemente variado. ¿Tienen todos sus puntos la misma velocidad angular y lineal en un instante determinado?. ¿Y la misma aceleración angular, tangencial y normal?. Explica las respuestas.

22.- Una rueda gira con velocidad constante de 800 rad/min. Calcula la velocidad lineal de un punto situado a 6 cm del eje y de otro situado a 30 cm del eje. ¿Cuál es la aceleración centrípeta de cada uno de esos puntos?. Sol: 0,8 m/s , 4 m/s , 10,67 m/s² , 53,34 m/s²

23.- Un automóvil circula por una carretera rectilínea con una velocidad inicial de 72 km/h. En ese momento el conductor pisa el acelerador hasta que la velocidad aumenta a 90 km/h tras recorrer 250 m. Sabiendo que las ruedas del coche tienen un radio de 50 cm, calcula:

- a) Velocidad angular de las ruedas en los instantes inicial y final. Sol: 40 y 50 rad/s
- b) Número de revoluciones que describen entre los dos instantes. Sol: 79,6 vueltas
- c) Aceleración angular de las mismas entre los dos instantes. Sol: 0,9 rad/s²

24.- Una rueda de 20 cm de diámetro gira con una velocidad de 60 rpm, deteniéndose en 5 segundos por la acción de un freno. Si el movimiento ha sido uniformemente retardado, determina: a) Aceleración angular de la rueda. Sol: - 1,26 rad/s²

- b) Número de revoluciones que describe hasta que se para. Sol: 2,5 vueltas
- c) Velocidad lineal y la aceleración tangencial de un punto de la periferia de la rueda, 3 s después de comenzar a frenar. Sol: 0,25 m/s , - 0,126 m/s²

25.- Un volante de 30 cm de diámetro se pone en movimiento con una aceleración de 0,2 rad/s².

- a) ¿Cuál es su velocidad angular a los 10 s y cuántas revoluciones describe en ese tiempo?. Sol: 2 rad/s , 1,59 revol.
- b) ¿Cuánto tiempo tarda en realizar 20 revoluciones?. Sol: 35,4 s
- c) ¿Cuáles son las componentes intrínsecas de la aceleración de un punto de la periferia del disco a los 5 s de ponerse en movimiento?. Sol: $a_t = 0,03 \text{ m/s}^2$, $a_n = 0,15 \text{ m/s}^2$

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

1.- El movimiento de una partícula viene dado por la ecuación: $x = -t^2 + 10t + 5$, en el S.I. Calcula:

- En qué instante pasa por el origen de coordenadas. Sol: 10,48 s
- Qué velocidad tiene en ese instante. Sol: - 10,96 m/s
- Dibuja los diagramas $v-t$ y $a-t$.

2.- Una partícula se mueve en el plano XY. Las ecuaciones paramétricas de su movimiento son: $x = 4t^2 - 1$, $y = t^2 + 3$, en el S.I. Calcula:

- La velocidad de la partícula en cualquier instante. Sol: $8t \vec{i} + 2t \vec{j}$
- La velocidad para $t = 0$. Sol: (0,0)
- La aceleración en cualquier instante. Sol: 8,24 m/s²
- La aceleración para $t = 1$ s.
- La ecuación de la trayectoria. Sol: $x - 4y + 13 = 0$

3.- Halla las ecuaciones de la velocidad y de la posición de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado sabiendo que su aceleración vale 2 m/s², su velocidad para $t = 1$ s vale 8 m/s y pasa por el origen cuando $t = 10$ s. Sol: $v = 6 + 2t$; $x = -160 + 6t + t^2$

4.- La ecuación vectorial del movimiento de una partícula viene dada por la expresión: $\vec{r} = 2t^2 \vec{i} - t \vec{j} + 3(t-1)\vec{k}$, expresando la posición en cm y el tiempo en s. Calcula:

- El vector desplazamiento correspondiente al intervalo de tiempo de 1 a 2 s.
- La velocidad media en este intervalo.
- La velocidad instantánea en $t = 1$ s y $t = 2$ s. ¿Por qué la velocidad calculada en el apartado anterior está comprendida entre estas dos últimas?.
- La aceleración instantánea en $t = 1$ s y $t = 2$ s.

5.- Las ecuaciones que dan las coordenadas de un punto en movimiento en función del tiempo son: $x = 2t$; $y = 5t^2$. Halla la ecuación de la trayectoria y el tipo de curva que es. Sol: $y = 5x^2 / 4$

6.- Las coordenadas de un punto en movimiento son: $x = 4 \sin(5t)$, $y = 4 \cos(5t)$.

- ¿Cuál es la ecuación de la trayectoria?. Sol: $x^2 + y^2 = 16$
- ¿Cuál es la velocidad en el instante $t = 1$ s?. Sol: 20 m/s
- ¿Cuál es la aceleración en el instante anterior?. Sol: 100 m/s²

7.- Un automóvil arranca con aceleración constante de 2 m/s², durando esta aceleración 10 s. A continuación, su velocidad se hace constante durante 2 min, al cabo de los cuales, frena con aceleración de - 4 m/s² hasta detenerse. Halla el espacio total recorrido, calcula la velocidad media del trayecto y construye las gráficas $v-t$ y $x-t$. Sol: 2.550 m ; 18,88 m/s

8.- Desde el borde de un acantilado, un muchacho lanza horizontalmente una piedra al mar, imprimiéndole una velocidad de 20 m/s. Si el borde del acantilado está 50 m por encima del nivel del mar, contesta:

- ¿Cuánto tiempo tarda la piedra en llegar al agua?. Sol: 3,16 s
- ¿Cuál es su velocidad y su posición a los 2 s de ser lanzada?. Sol: 28,28 m/s, (40,30) m
- ¿Qué desplazamiento horizontal experimenta al llegar al agua?. Sol: 63,2 m
- Determina la ecuación de la trayectoria. Sol: $y = 50 - x^2 / 80$

9.- Una barca intenta atravesar un río de 200 m de ancho, perpendicularmente a la corriente del agua. Sabiendo que la velocidad que desarrolla su motor es de 36 km/h y que la velocidad del agua es de 2 m/s, calcula:

- Velocidad con que la barca se mueve respecto al punto de partida. Sol: 10,2 m/s
- Tiempo que invierte en atravesar el río. Sol: 20 s
- Punto de la otra orilla del río al que llega la barca. Sol: desviada 40 m
- Dirección, respecto a la corriente de agua, que debería tener la trayectoria de la barca para alcanzar la otra orilla en una posición situada frente a la salida. Sol: 78,46°

10.- Un joven lanza piedras horizontalmente desde lo alto de un acantilado de 25 m de altura. Si desea que choquen contra un islote que se encuentra a 30 m de la base del acantilado, calcula: a) la velocidad con que debe lanzar las piedras ; b) el tiempo que tardan en chocar contra el islote. Sol: a) 13,3 m/s ; b) 2,2 s

11.- Se dispara un cañón con una inclinación de 45° con respecto a la horizontal, siendo la velocidad de salida de 490 m/s. Calcula el alcance, altura máxima y tiempo necesario para tal avance y tal ascenso.

Nota: $g = 10 \text{ m/s}^2$. Sol: 24.010 m , 6.003 m , 34,65 s , 69,3 s

12.- Desde el punto más elevado de un edificio de 18 m de altura se lanza un cuerpo con una velocidad inicial de 15 m/s, formando un ángulo α con la horizontal de tal forma que $\text{sen } \alpha = 0,6$ y $\text{cos } \alpha = 0,8$. Tomando $g = 10 \text{ m/s}^2$, halla:

- Expresión del vector de posición en función del tiempo.
- Distancia a la que caerá del pie del edificio si el suelo es horizontal. Sol: 36 m
- Expresión de la velocidad en función del tiempo.
- Velocidad en el instante del choque con el suelo. Sol: 24,18 m/s
- Ecuación de la trayectoria. Sol: $y = 18 + 3x/4 - 5x^2/144$
- Altura máxima que alcanzará. Sol: 22 m

13.- Calcula la velocidad angular del movimiento de rotación de la Tierra. Halla la aceleración centrípeta de un punto del Ecuador expresada en cm/s^2 , considerando que el radio de la Tierra = 6.400 km. Sol: $7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$, $3,38 \text{ cm/s}^2$

14.- Una rueda de 10 cm de radio comienza a girar partiendo del reposo con aceleración angular constante. Al cabo de 5 s su velocidad angular es de 3.000 rpm. Calcula la aceleración angular y la longitud del arco recorrida por un punto de la periferia de la rueda durante dicho tiempo. Sol: $20 \pi \text{ rad/s}^2$, $25 \pi \text{ m}$

15.- Un volante parte del reposo con aceleración constante. Después de dar 100 vueltas, la velocidad es de 300 rpm. Calcula:

- La aceleración angular. Sol: $0,785 \text{ rad/s}^2$
- La aceleración tangencial de un punto situado a 20 cm del eje. Sol: $0,157 \text{ m/s}^2$