

Representa gráficamente las siguientes funciones definidas a trozos:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x \leq -2 \\ 1-x & \text{si } -2 < x < 0 \\ x^2+1 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \text{Dom}(f) = (-\infty, 0) \cup (0, 2]$$

- $y = 3x - 1 \rightarrow$ función lineal

x	-2^*	-3	-4
y	-7	-10	-11

- $y = 1 - x \rightarrow$ función lineal

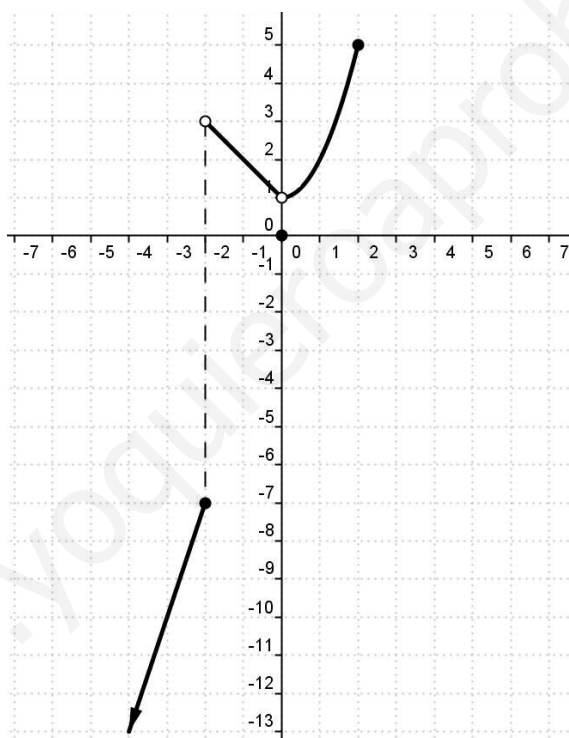
x	-2^0	-1	0^0
y	3	2	1

- $y = x^2 \rightarrow$ función cuadrática (parábola)

$$a = 1 > 0 \rightarrow \text{cóncava}$$

$$\text{Vértice} \rightarrow (0, 0)$$

x	0^*	1	2^*
y	0	1	4



$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} -5 & \text{si } x < -4 \\ -x^2 - 2x + 3 & \text{si } -4 \leq x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 3 \end{cases} \Rightarrow \text{Dom}(f) = (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$$

- $y = -5$ si $x < -4 \rightarrow$ función constante

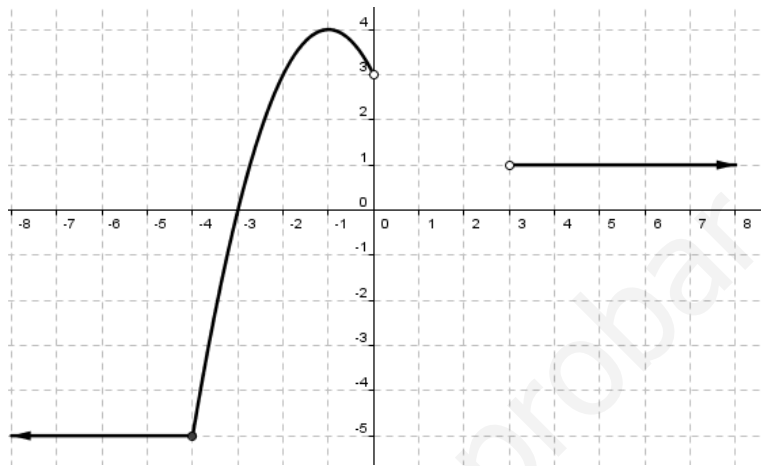
- $y = -x^2 - 2x + 3 \rightarrow$ función cuadrática (parábola)

$$a = -1 < 0 \rightarrow \text{convexa}$$

$$\text{Vértice} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{-2} = -1 \\ y = -(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = -1 + 2 + 3 = 4 \end{cases} \Rightarrow V(-1, 4)$$

x	-4°	-3	-2	-1	0°
y	-5	0	3	4	3

- $y = 1$ si $x > 3 \rightarrow$ función constante



$$c) f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ -x & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ 1 & \text{si } x \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathfrak{R}$$

- $y = x \rightarrow$ función lineal

x	0°	-1	-2
y	0	-1	-2

- $y = -x \rightarrow$ función lineal

x	2°	3	4°
y	-2	-3	-4

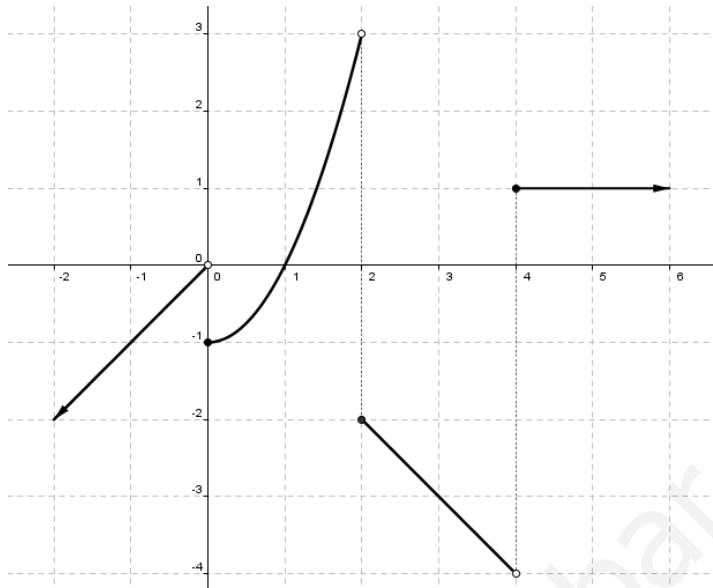
- $y = x^2 - 1 \rightarrow$ función cuadrática (parábola)

$a = 1 > 0 \rightarrow$ cóncava

$$\text{Vértice} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{2} = 0 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow (0, -1)$$

x	0°	1	2°
y	-1	0	3

- $y = 1$ si $x \geq 4 \rightarrow$ función constante



$$\mathbf{d)} \quad f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathfrak{R}$$

• $y = 1$ si $x \leq 0 \rightarrow$ función constante

• $y = \frac{1}{x} \rightarrow$ hipérbola

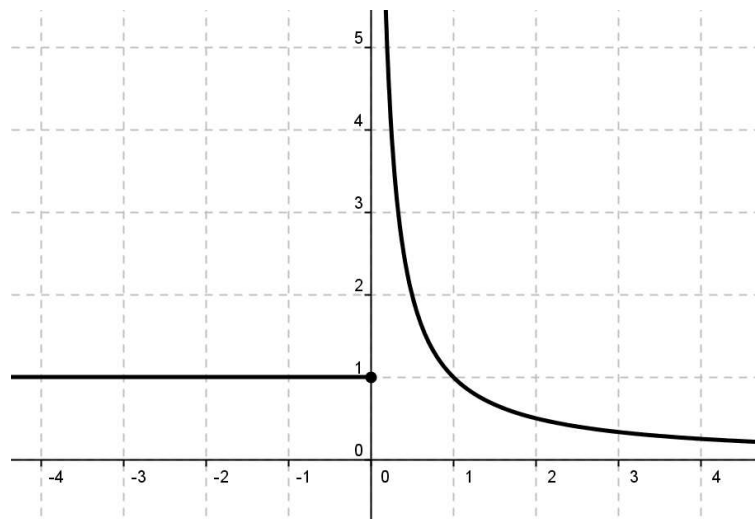
$$\text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{0\}$$

No corta a los ejes coordenados

$x = 0$ asíntota vertical

$y = 0$ asíntota horizontal

x	0,5	1	2	4
y	2	1	0,5	0,25



$$e) f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2 \\ x^2 & \text{si } -2 < x < 1 \\ -2x+4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{-2\}$$

• $y = 2$ si $x < -2 \rightarrow$ función constante

• $y = -2x + 4 \rightarrow$ función lineal

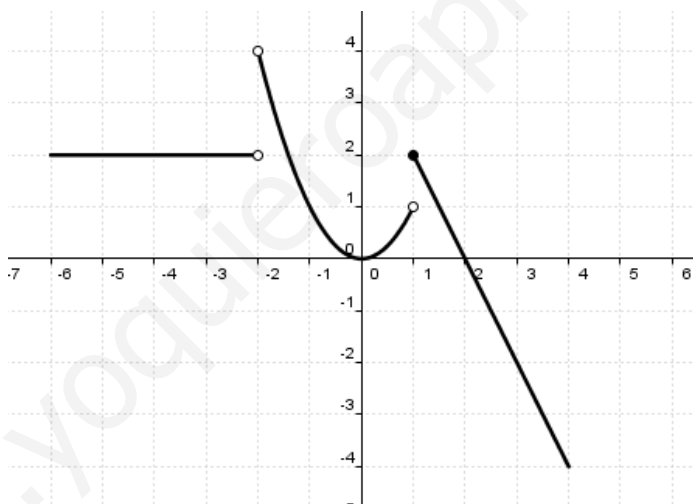
• $y = x^2 \rightarrow$ función cuadrática (parábola)

x	1°	2	3
y	2	0	-2

$a = 1 > 0 \rightarrow$ cóncava

$$\text{Vértice} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{2} = 0 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow (0,0)$$

x	-2°	0	1°
y	-4	0	1



$$f) f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x > 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{0\}$$

• $y = x - 1 \rightarrow$ función lineal

x	0°	1	2
y	-1	0	1

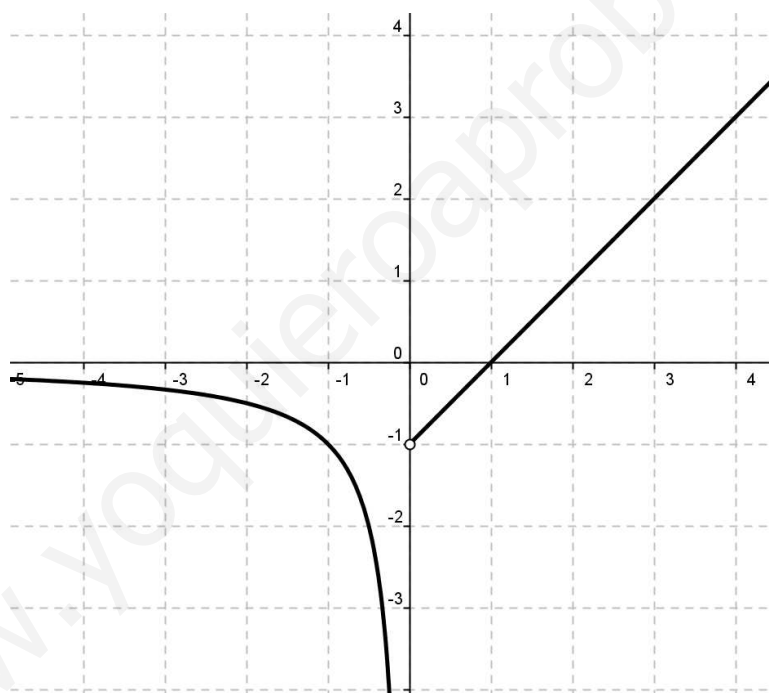
• $y = \frac{1}{x} \rightarrow$ hipérbola

$$\text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{0\}$$

$$x = 0 \text{ as\u00edntota vertical} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{cases}$$

$$y = 0 \text{ as\u00edntota horizontal} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{-\infty} = 0^- \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{+\infty} = 0^+ \end{cases}$$

x	-0,5	-1	-2	-4
y	-2	-1	-0,5	-0,25



$$\mathbf{g)} \quad f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x-2} & \text{si } 1 < x < 5 \\ x+1 & \text{si } x \geq 5 \end{cases} \Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{2\}$$

• $y = -x^2 + 1 \rightarrow$ funci\u00f3n cuadr\u00e1tica (par\u00e1bola)

$a = -1 < 0 \rightarrow$ convexa

$$\text{V\u00e9rtice} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{-2} = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow (0,1)$$

x	1*	0	-1	-2
y	0	1	0	-3

• $y = \frac{1}{x-2} \rightarrow$ hipérbola

$Dom(f) = \mathfrak{R} - \{2\}$

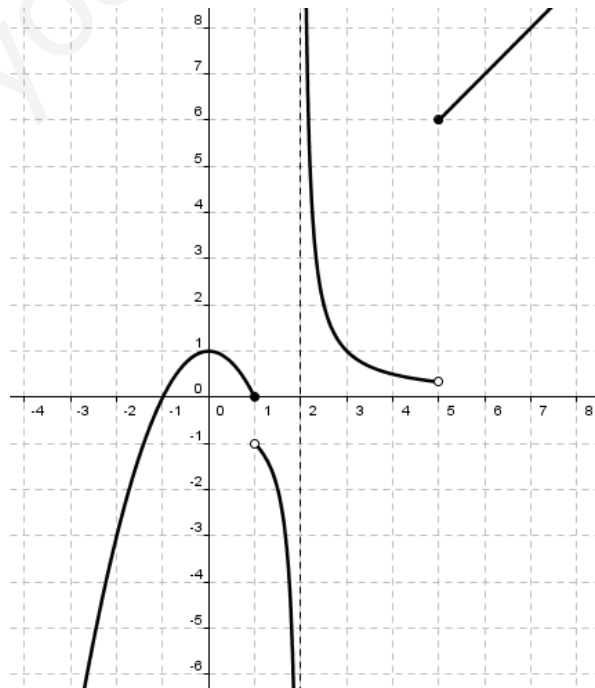
$x = 2$ asíntota vertical $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{array} \right.$

$y = 0$ asíntota horizontal $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{-\infty} = 0^- \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{+\infty} = 0^+ \end{array} \right.$

x	1°	1,5	2,5	3	4	5°
y	-1	-2	2	1	0,5	$\frac{1}{3}$

• $y = x + 1 \rightarrow$ función lineal

x	5*	6	7
y	6	7	8



$$\mathbf{h)} f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x > 0 \\ \frac{1}{x+2} & \text{si } x < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{-2\}$$

• $y = x - 1 \rightarrow$ función lineal

x	0^0	1	2
y	-1	0	1

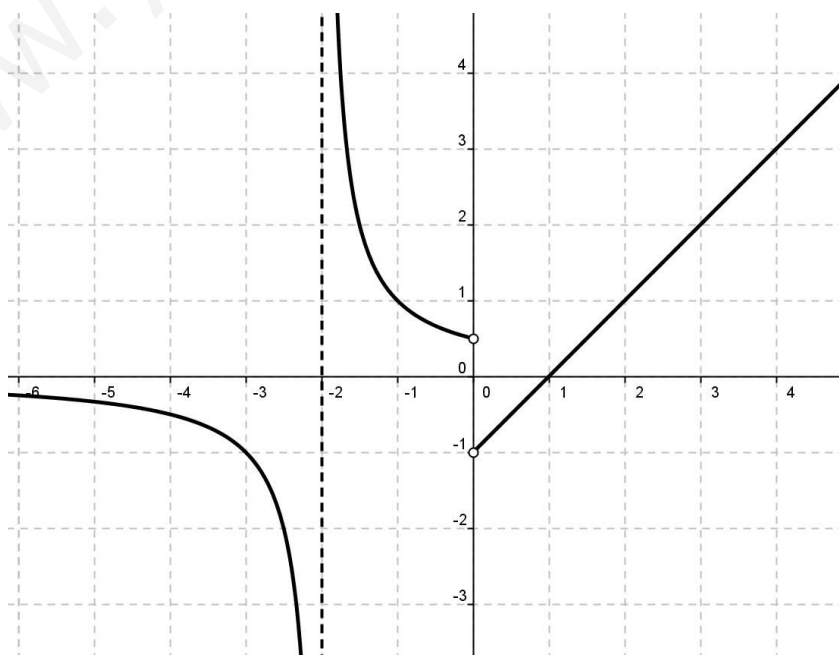
• $y = \frac{1}{x+2} \rightarrow$ hipérbola

$$\text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{-2\}$$

$$x = -2 \text{ asíntota vertical } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{cases}$$

$$y = 0 \text{ asíntota horizontal } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{-\infty} = 0^- \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{+\infty} = 0^+ \end{cases}$$

x	0^0	-1	-1,5	-2,5	-3	-4
y	0,5	1	2	-2	-1	0,5



$$i) f(x) = \begin{cases} 2^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ 3-x & \text{si } 0 < x < 4 \\ x-2 & \text{si } x = 4 \text{ o } x > 5 \end{cases} \quad \text{Dom}(f) = (-\infty, 4] \cup (5, +\infty)$$

• $y = 2^{-x} \rightarrow$ función exponencial

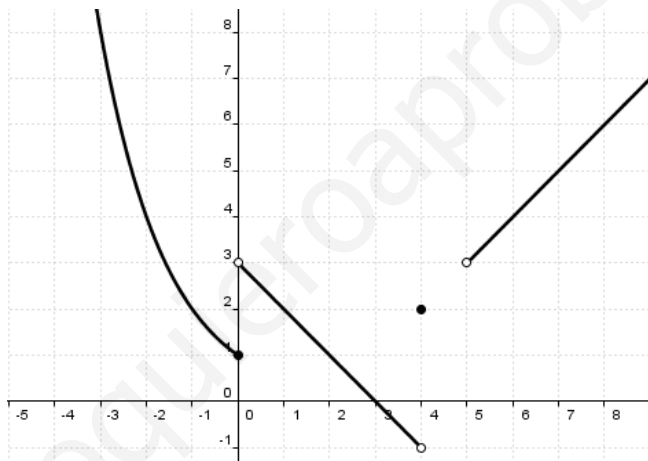
x	0°	-1	-2	-3
y	1	2	4	8

• $y = 3 - x \rightarrow$ función lineal

x	0°	1	4°
y	3	2	-1

• $y = x - 2 \rightarrow$ función lineal

x	4	5°	6	7
y	2	3	4	5



$$j) f(x) = |-x^2 + 4x - 3|$$

1º) Representamos la parábola: $y = -x^2 + 4x - 3$

1) $a = -1 < 0 \Rightarrow$ convexa \cap

2) Eje de simetría $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-4}{-2} = 2 \Rightarrow x = 2$

3) Vértice $\begin{cases} x_v = 2 \\ y_v = f(2) = -(2)^2 + 4 \cdot (2) - 3 = -4 + 8 - 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow V(2,1)$

4) Puntos de corte con los ejes

$$\text{Eje OX: } \begin{cases} y = -x^2 + 4x - 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$-x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{-2} = \frac{-4 \pm 2}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{Los puntos de corte con el eje OX son}$$

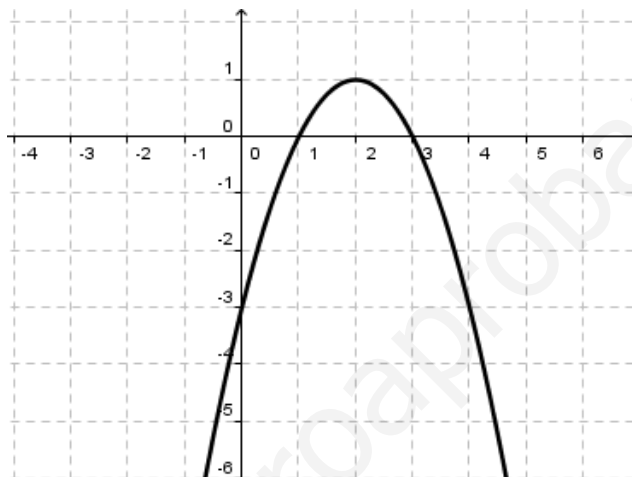
(1,0) y (3,0)

$$\text{Eje OY: } \left. \begin{array}{l} y = -x^2 + 4x - 3 \\ x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow y = -3$$

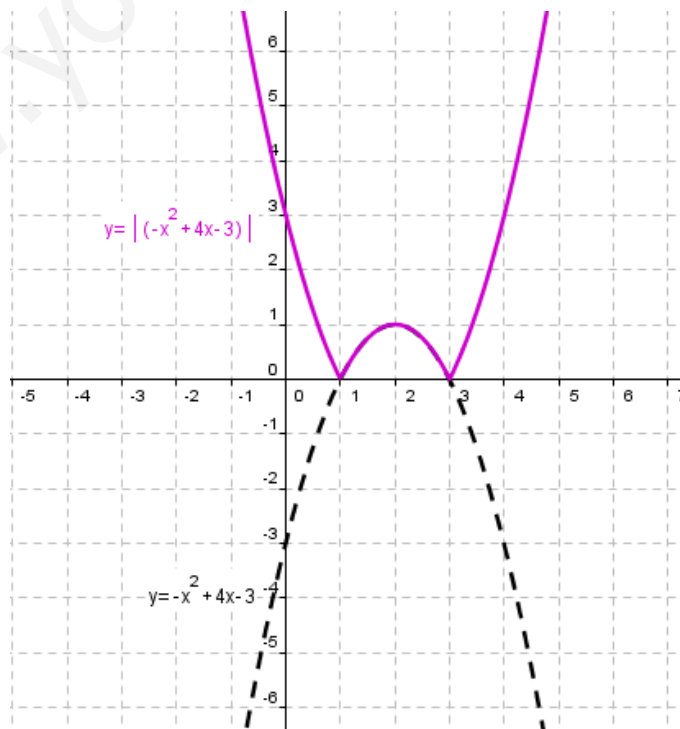
El punto de corte con el eje OY es (0,-3)

5) Tabla de valores

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	-8	-3	0	1	0	-3	-8



2º) Representamos $f(x)$: Recuerda $|A| = \begin{cases} -A & \text{si } A < 0 \\ A & \text{si } A \geq 0 \end{cases}$



$$\mathbf{k) } f(x) = x^2 - |x| - 2 = \begin{cases} x^2 + x - 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - x - 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- $y = x^2 + x - 2$

1) $a = 1 > 0 \Rightarrow$ cóncava \cup

2) Eje de simetría $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-1}{2} = -0,5 \Rightarrow x = -0,5$

3) Vértice $\begin{cases} x_v = -\frac{1}{2} \\ y_v = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 = -\frac{9}{4} = -2,25 \end{cases} \Rightarrow V\left(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right)$

4) Puntos de corte con los ejes

Eje OX: $\begin{cases} y = x^2 + x - 2 \\ y = 0 \end{cases}$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \text{Los puntos de corte con el eje OX son } (1,0) \text{ y}$$

$(-2,0)$

Eje OY: $\begin{cases} y = x^2 + x - 2 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow y = -2$

El punto de corte con el eje OY es $(0, -2)$

5) Tabla de valores

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	2
y	4	0	-2	$-\frac{9}{4}$	-2	0	4

- $y = x^2 - x - 2$

1) $a = 1 > 0 \Rightarrow$ cóncava \cup

2) Eje de simetría $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{1}{2} = 0,5$

3) Vértice $\begin{cases} x_v = \frac{1}{2} \\ y_v = f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right) - 2 = -\frac{9}{4} = -2,25 \end{cases} \Rightarrow V\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right)$

4) Puntos de corte con los ejes

$$\text{Eje OX: } \left. \begin{array}{l} y = x^2 - x - 2 \\ y = 0 \end{array} \right\}$$

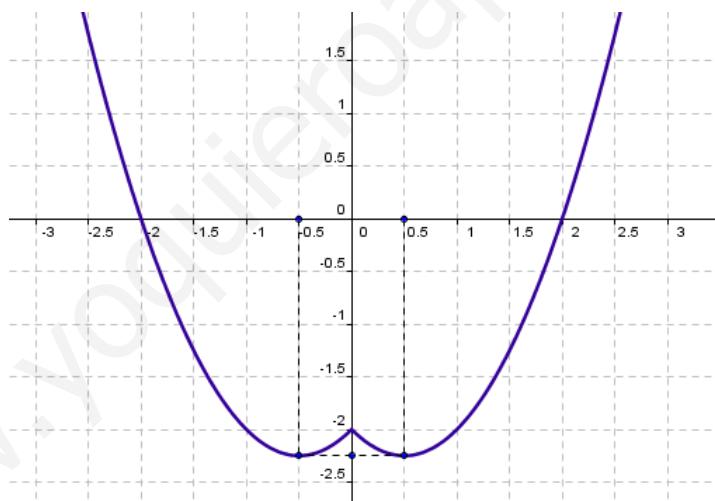
$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{Los puntos de corte con el eje OX son } (-1,0) \text{ y } (2,0)$$

$$\text{Eje OY: } \left. \begin{array}{l} y = x^2 - x - 2 \\ x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow y = -2$$

El punto de corte con el eje OY es (0,-2)

5) Tabla de valores

x	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
y	4	0	-2	$-\frac{9}{4}$	-2	0	4



D) $f(x) = |x^2 - 5x - 4|$

1º) Representamos la parábola: $y = x^2 - 5x - 4$

1) $a = 1 > 0 \Rightarrow$ cóncava \cup

2) Eje de simetría $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{5}{2} = 2,5$

3) Vértice $\begin{cases} x_v = 2,5 \\ y_v = f\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(\frac{5}{2}\right) - 4 = -\frac{41}{4} = -10,25 \end{cases} \Rightarrow V\left(\frac{5}{2}, -\frac{41}{4}\right)$

4) Puntos de corte con los ejes

$$\text{Eje OX: } \left. \begin{array}{l} y = x^2 - 5x - 4 \\ y = 0 \end{array} \right\}$$

$$x^2 - 5x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 16}}{-2} = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} \cong 5,7 \\ x = \frac{5 - \sqrt{41}}{2} \cong -0,7 \end{cases} \Rightarrow \text{Los puntos de corte con el eje}$$

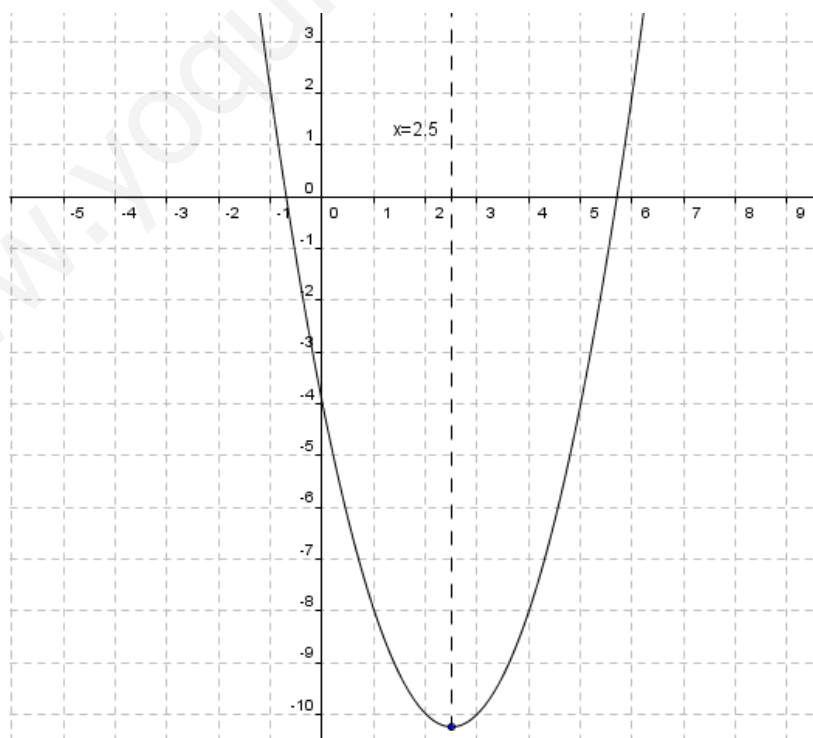
$$\text{OX son } \left(\frac{5 + \sqrt{41}}{2}, 0 \right) \text{ y } \left(\frac{5 - \sqrt{41}}{2}, 0 \right)$$

$$\text{Eje OY: } \left. \begin{array}{l} y = x^2 - 5x - 4 \\ x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow y = -4$$

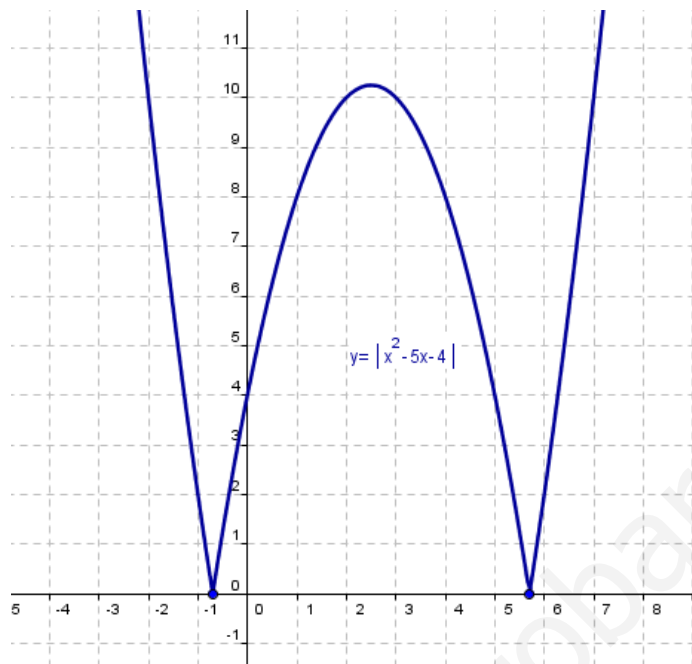
El punto de corte con el eje OY es (0,-4)

5) Tabla de valores

x	0	1	2	$\frac{5}{2}$	3	4	5
y	-4	-8	-10	$-\frac{41}{4}$	-10	-8	-4



2º) Representamos $f(x)$: Recuerda $|A| = \begin{cases} -A & \text{si } A < 0 \\ A & \text{si } A \geq 0 \end{cases}$



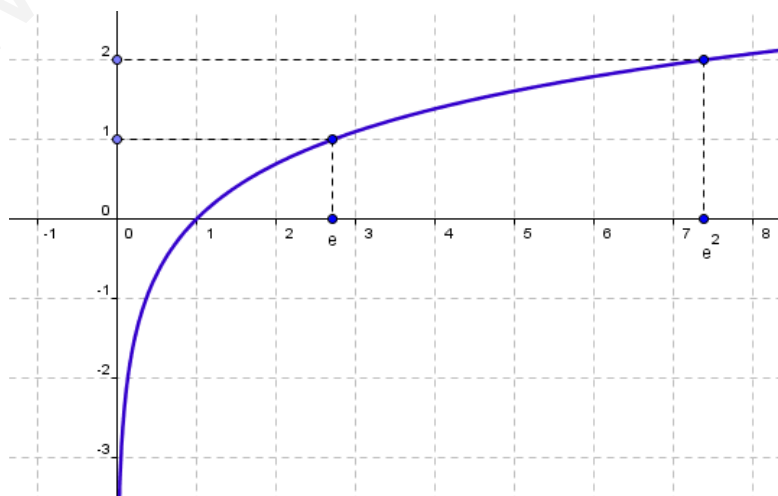
m) $f(x) = |\ln x|$

1º) Representamos la función logarítmica: $y = \ln x$

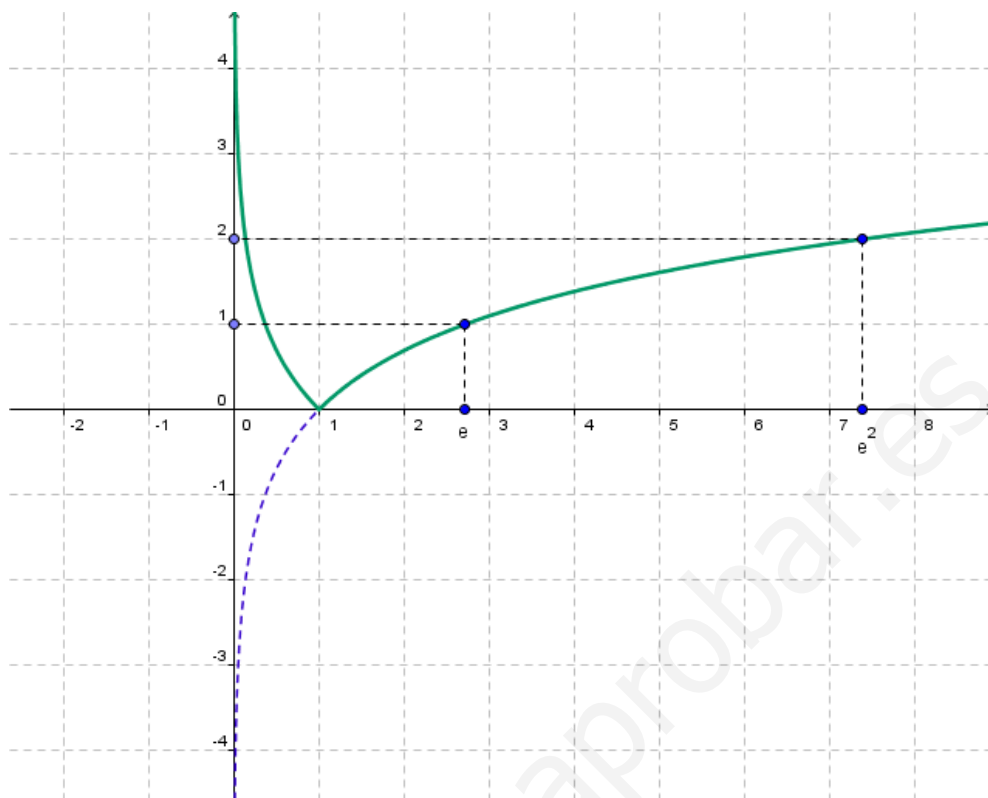
- $Dom(y = \ln x) = (0, +\infty)$
- Corta al eje OX en el punto (1,0)
- No corta al eje OY
- $x = 0$ es asíntota vertical por la derecha ($\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$)

• Tabla de valores

x	0^+	1	e	e^2
y	$-\infty$	0	1	2



2º) Representamos $f(x)$: Recuerda $|A| = \begin{cases} -A & \text{si } A < 0 \\ A & \text{si } A \geq 0 \end{cases}$



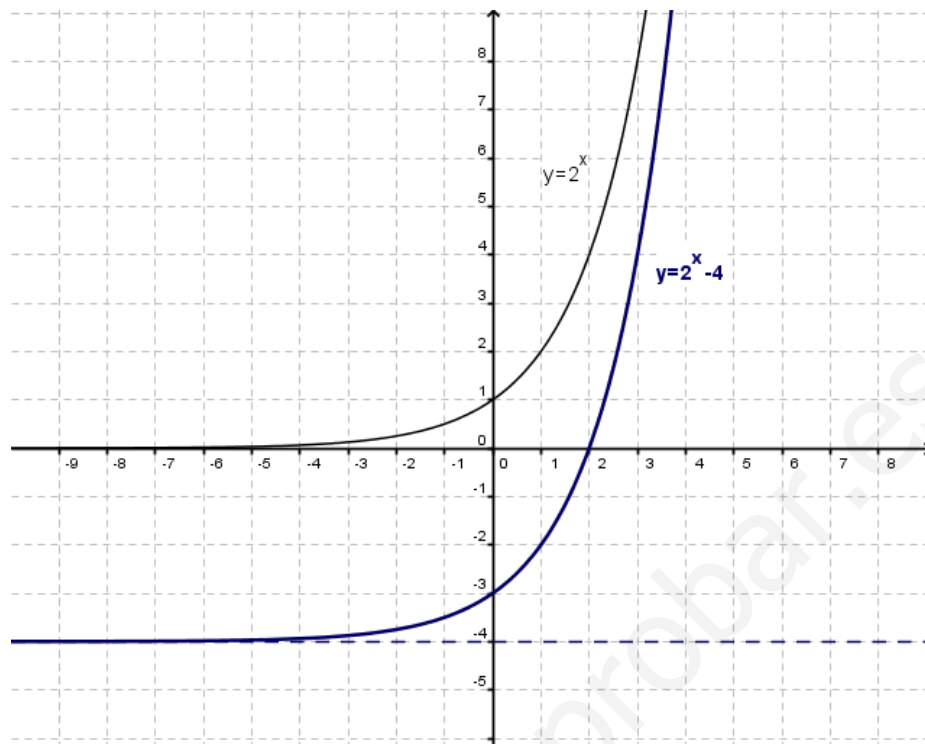
n) $f(x) = |2^x - 4|$

1º) Representamos la función exponencial: $y = 2^x - 4$ (que, a su vez, es la función $y = 2^x$ trasladada verticalmente 4 unidades hacia abajo)

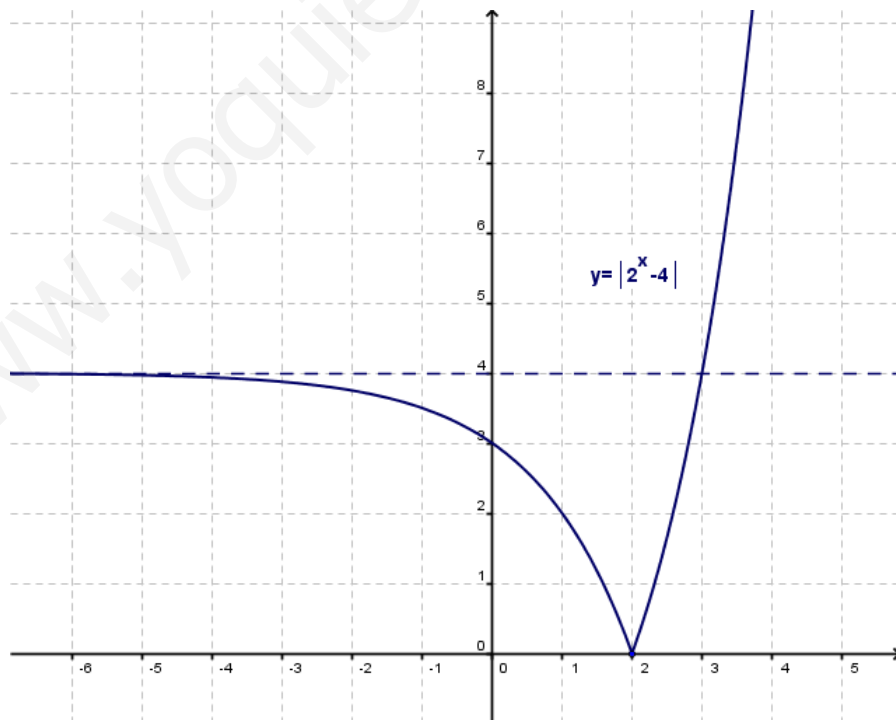
➤ $y = 2^x$

- $Dom(y = 2^x) = \mathfrak{R}$
- $Rec(y = 2^x) = (0, +\infty)$
- No corta al eje OX
Punto de corte con el eje OY (0,1)
- Asíntota horizontal por la izquierda $y = 0$ ($\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+$)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8



2º) Representamos $f(x)$: Recuerda $|A| = \begin{cases} -A & \text{si } A < 0 \\ A & \text{si } A \geq 0 \end{cases}$



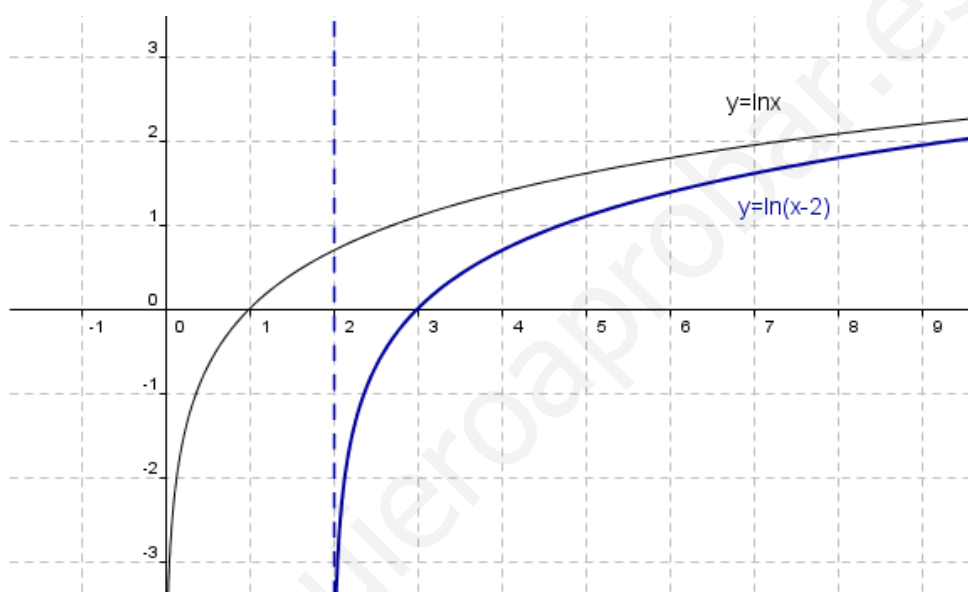
o) $f(x) = |\ln(x-2)|$

1º) Representamos la función logarítmica: $y = \ln(x-2)$ (que, a su vez, es la función $y = \ln x$ trasladada horizontalmente 2 unidades a la derecha)

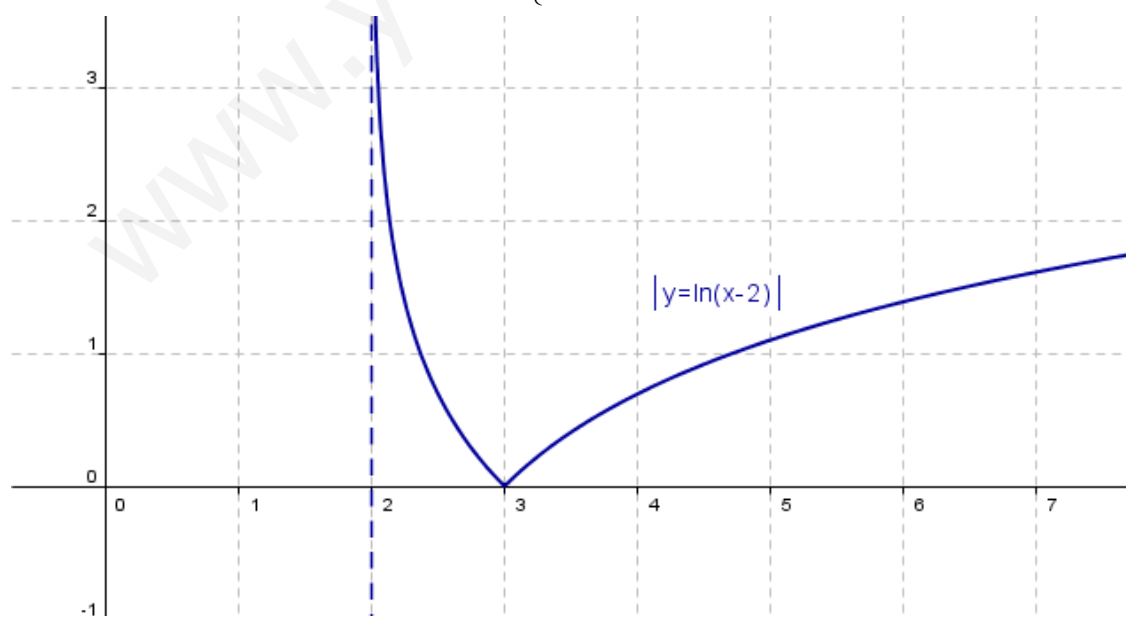
➤ $y = \ln x$

- $Dom(y = \ln x) = (0, +\infty)$
- Corta al eje OX en el punto (1,0)
- No corta al eje OY
- $x = 0$ es asíntota vertical por la derecha ($\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$)
- Tabla de valores

x	0^+	1	e	e^2
y	$-\infty$	0	1	2



2º) Representamos $f(x)$: Recuerda $|A| = \begin{cases} -A & \text{si } A < 0 \\ A & \text{si } A \geq 0 \end{cases}$



p) $f(x) = \left| \frac{2}{x-1} \right|$

1º) Representamos la función $y = \frac{2}{x-1}$, que a su vez, es la función $y = \frac{2}{x}$ trasladada horizontalmente 1 unidad a la derecha

➤ $y = \frac{2}{x}$

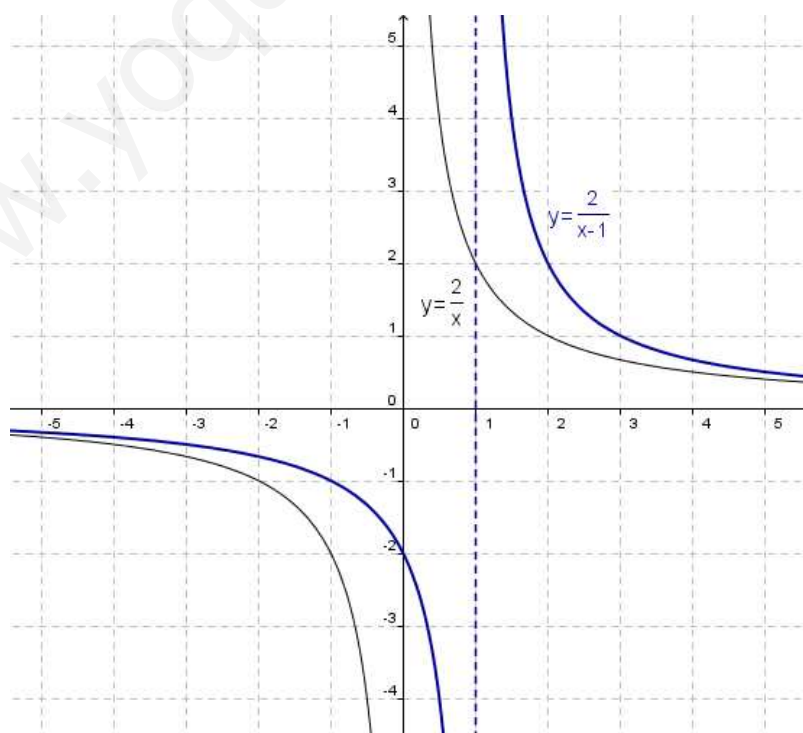
- $Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\}$
- $Rec(f) = \mathbb{R} - \{0\}$
- No corta a los ejes coordenados

• $x = 0$ asíntota vertical $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2}{x} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} = +\infty \end{cases}$

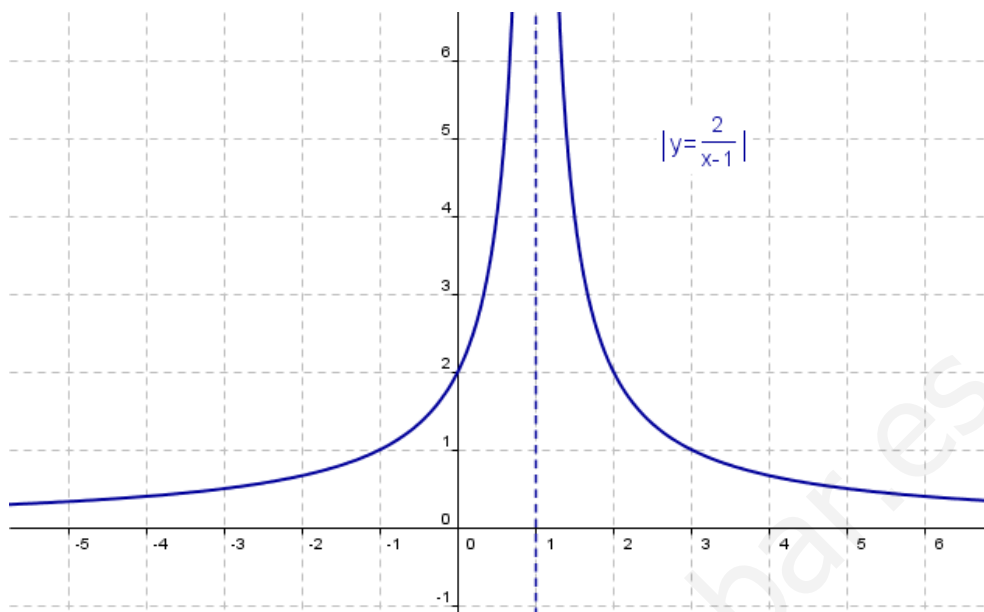
• $y = 0$ asíntota horizontal $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} = 0^- \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0^+ \end{cases}$

• Tabla valores

x	-4	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	4
y	-0,5	-1	-2	-4	4	2	1	0,5



2º) Representamos $f(x)$: Recuerda $|A| = \begin{cases} -A & \text{si } A < 0 \\ A & \text{si } A \geq 0 \end{cases}$



q) $f(x) = \left| \frac{1-x}{x+1} \right|$

1º) Representamos la función $y = \frac{1-x}{x-1} = \frac{-x+1}{x+1}$

$y = \frac{-x+1}{x+1} \Rightarrow y = \frac{2}{x+1} - 1 \Rightarrow$ Es la función $y = \frac{2}{x}$ $\begin{cases} \text{T.V. 1 unidad abajo} \\ \text{T.H. 1 unidad a la izquierda} \end{cases}$

$$\frac{-x+1}{+x+1} \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ -1 \end{array} \right.$$

➤ $y = \frac{2}{x}$

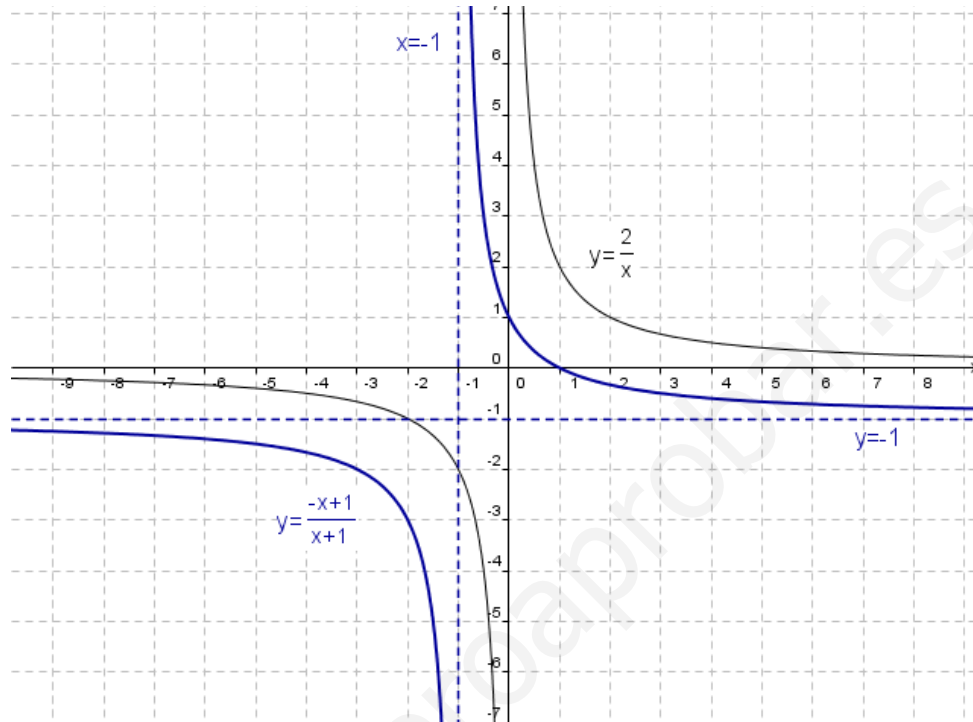
- $Dom(f) = \mathfrak{R} - \{0\}$
- $Rec(f) = \mathfrak{R} - \{0\}$
- No corta a los ejes coordenados

• $x = 0$ asíntota vertical $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2}{x} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} = +\infty \end{cases}$

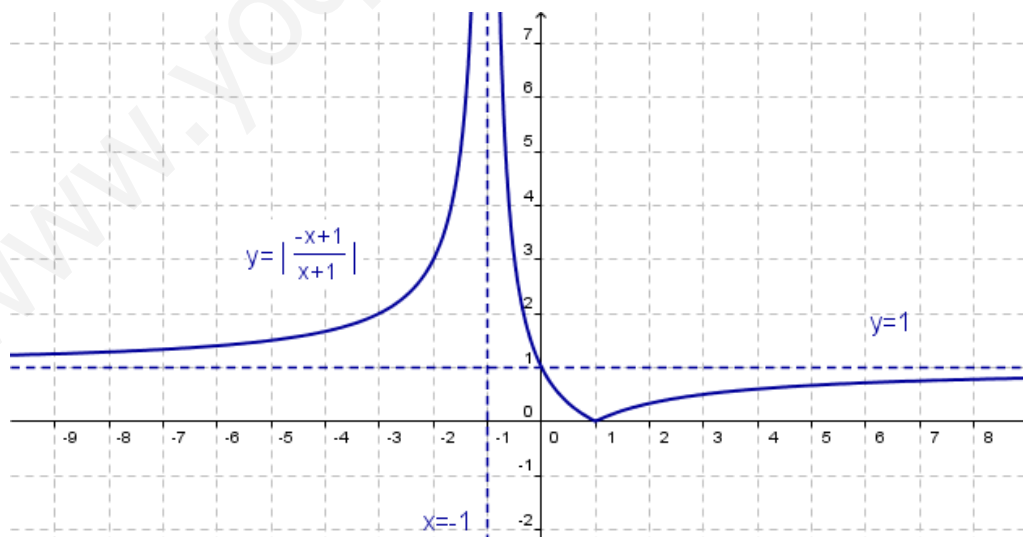
• $y = 0$ asíntota horizontal $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} = 0^- \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0^+ \end{cases}$

- Tabla valores

x	-4	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	4
y	-0,5	-1	-2	-4	4	2	1	0,5



2º) Representamos $f(x)$: Recuerda $|A| = \begin{cases} -A & \text{si } A < 0 \\ A & \text{si } A \geq 0 \end{cases}$



r) $f(x) = \left| \frac{2}{3-x} \right|$

1º) Representamos la función $y = \frac{2}{3-x} = \frac{-2}{x-3}$, que es la función $y = \frac{-2}{x}$ trasladada horizontalmente 3 unidades a la derecha

➤ $y = \frac{-2}{x}$

- $Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

- $Rec(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

- No corta a los ejes coordenados

- $y = 0$ asíntota horizontal

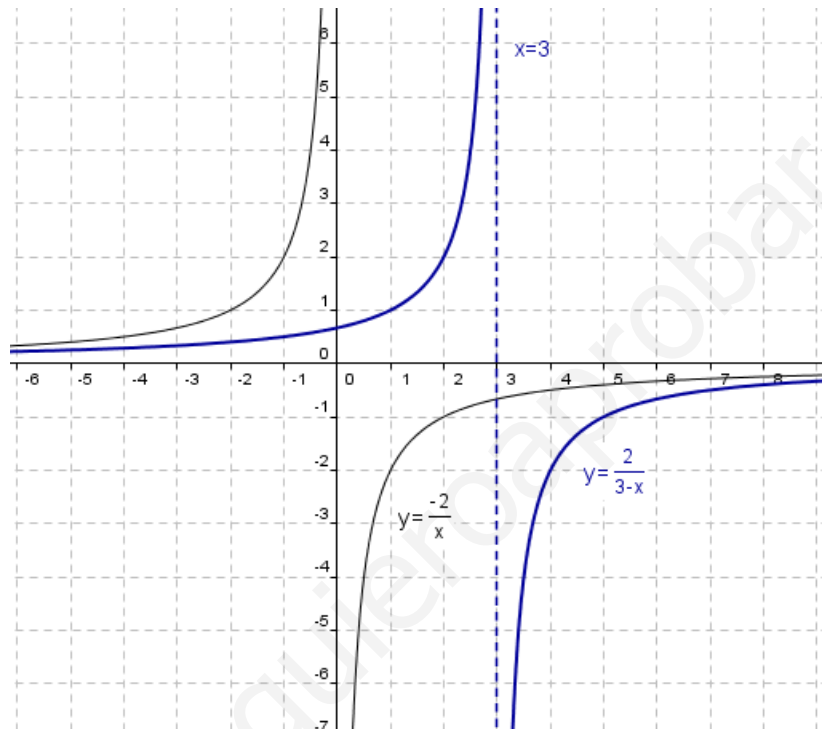
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{x} = 0^+ \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{x} = 0^- \end{cases}$$

- $x = 0$ asíntota vertical

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{x} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2}{x} = -\infty \end{cases}$$

- Tabla valores

x	-4	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	4
y	0,5	1	2	-4	-4	-2	-1	-0,5



2º) Representamos $f(x)$: Recuerda $|A| = \begin{cases} -A & \text{si } A < 0 \\ A & \text{si } A \geq 0 \end{cases}$

