


## 1 Energía

### Página 288

1  En los siguientes procesos se está transfiriendo energía de un cuerpo a otro; explica si esta transferencia se produce mediante calor o trabajo:

- Pongo una cacerola con agua en la vitrocerámica para que el agua que contiene hierva.
  - Saco una pizza para que se descongele.
  - Tiro de mi maleta y la desplazo.
  - Pego una patada al balón y consigo meter un gol.
- Se está produciendo transferencia de calor, la vitrocerámica transfiere calor al agua que contiene la cacerola y aumenta su temperatura hasta la ebullición.
  - Ahora es la pizza congelada la que absorbe calor del ambiente, ganando energía térmica, aumentando así la energía cinética media de las partículas y con ello su temperatura hasta acabar descongelándose.
  - La transferencia es en forma de trabajo, puesto que se aplica una fuerza sobre la maleta y se produce un desplazamiento.
  - Análogamente el apartado anterior, la transferencia es en forma de trabajo; se aplica una fuerza sobre el balón y este se desplaza hasta la portería.

2 **Analiza el origen de las fuerzas de rozamiento y explica por qué producen disipación de energía.**

Su origen es electromagnético.

Las fuerzas de contacto son interacciones eléctricas de repulsión entre los electrones que forman parte de la corteza de los átomos que constituyen las superficies de contacto, pero debido a la presión que soportan dichas superficies también existen fuerzas moleculares de atracción extraordinariamente intensas. Hay muchos puntos en que los átomos parecen soldarse unos a otros, y cuando se arrastra un cuerpo sobre otro, las pequeñas soldaduras se separan con dificultad; es lo que llamamos **fuerza de rozamiento como oposición al movimiento**. Debido a esto surgen vibraciones y movimientos atómicos que producen disipación de energía en forma de calor. Medidas realizadas han puesto en evidencia que se pueden alcanzar de forma localizada 1000 °C o más, aunque el conjunto solo se perciba algo caliente.


3 **Explica qué forma de energía se pone de manifiesto en los siguientes casos:**

- Un caballo corriendo velozmente.
  - Un muelle estirado.
  - La leña ardiendo.
  - Un pájaro en la rama de un árbol.
  - La luz que nos llega del Sol.
- Energía mecánica, ya que se trata de un sistema material en movimiento.

- b) Energía potencial elástica, puesto que se trata de un sistema material elástico que se deforma y puede recuperar su estado de equilibrio.
- c) Este caso es una evidencia de la energía química contenida en un cuerpo. Se produce una combustión en la que se desprende energía en forma de calor.
- d) Un sistema material situado a cierta altura sin movimiento tiene energía potencial gravitatoria.
- e) La luz que nos llega del Sol es la energía térmica producida en las reacciones nucleares de la estrella, que está transfiriéndose en forma de energía radiante.

**4** **Elabora un listado con las formas de energía que aparecen en el texto. ¿Añadirías alguna otra forma de energía a ese listado? ¿Cuál?**

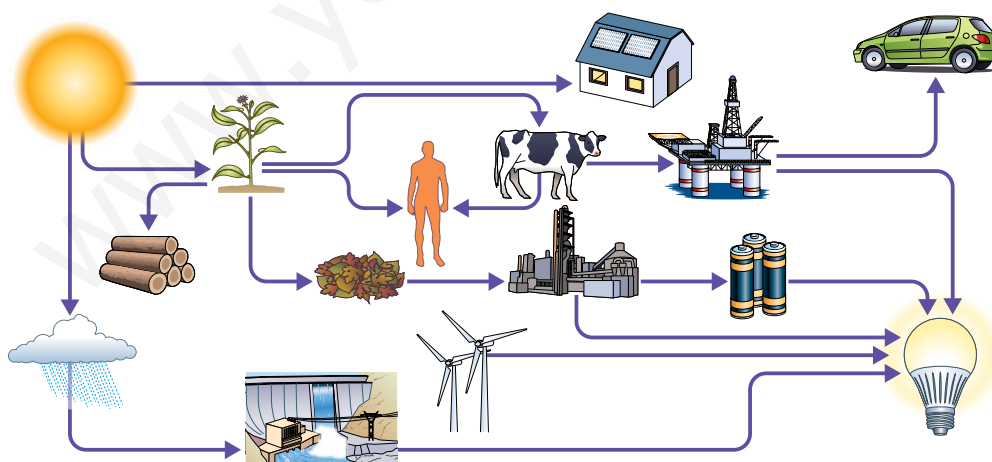
Las formas de energía que aparecen en el epígrafe 1.2 son: nuclear, química, mecánica, térmica y eléctrica. Cualquier otra forma de energía se reduce a alguna de las aquí estudiadas. Incluso la energía térmica, que aquí tratamos como una forma de energía independiente del resto por deberse al movimiento de las partículas, podría considerarse como una forma de energía mecánica, la energía cinética del movimiento interno. Asimismo, la energía química también podría derivarse a una energía eléctrica de interacción entre electrones y protones.

**5**  **Busca información y explica qué transformaciones deben producirse para convertir la energía mecánica de las olas del mar en energía eléctrica.**

La energía mecánica de las olas procede de una fuente de energía renovable: la energía eólica (o undimotriz). Existe una amplia variedad de dispositivos que, utilizando diferentes tecnologías, convierten la energía procedente de las olas en electricidad.

Básicamente, el Sol calienta el aire cercano a la superficie terrestre, este se vuelve menos denso y sube, a su vez, el aire más frío y más denso cae. De esta forma, el aire se desplaza en forma de viento y las olas son el producto del movimiento del aire sobre la superficie del mar. A su vez, el movimiento de las olas mediante un convertidor conduce al movimiento de unas turbinas que, inmersas en el interior de un campo magnético y mediante un generador, producen corriente eléctrica inducida.


**6**  **En grupos, preparad un texto que explique la imagen inferior.**




Todo comienza con la energía que irradia el Sol. El Sol influye en los agentes geológicos externos y produce la evaporación de los mares y océanos. Permite el crecimiento de las plantas, los productores, que servirán de nutrientes a otros eslabones de la cadena trófica.

Este puede ser un comienzo del texto libre que se pide, en él deben incluir las fuentes de energías que ya conocen, así como las transformaciones que tienen lugar para que, finalmente, la energía llegue a las casas y nos facilite el modo de vida.

## Página 289

- 7**  Un trineo parte del reposo y se desliza hacia abajo por la ladera de una colina. Haz un análisis energético del desplazamiento del trineo, suponiendo que no existe rozamiento.

Consideraremos el trineo como un sistema material libre de rozamientos que tiene energía mecánica. Al encontrarse en reposo en la cima de una colina, su energía mecánica es toda energía potencial gravitatoria. Cuando se desliza hacia abajo, comienza a ganar velocidad aumentando su energía cinética, pero, al disminuir la altura sobre la colina, disminuye su energía potencial gravitatoria, de tal forma que la suma de la energía cinética ganada y la potencial perdida siempre tiene un valor constante, igual a la energía mecánica que tenía en la cima.

- 8**  Cuando lanzamos una pelota al aire, ¿en qué condiciones se conservaría su energía? Explica qué transformaciones de energía se suceden, desde que la lanzamos hasta que vuelve a caer al suelo.

La energía de la pelota se conservará siempre que no existan fuerzas no conservativas como podría ser el rozamiento con el aire.

En el lanzamiento de la pelota, supuesto vertical y libre de rozamientos, la energía cinética proveniente de la velocidad con la que se impulsa se convierte en energía potencial gravitatoria en la subida. Cuando la pelota baja, es la energía potencial la que se transforma en cinética.

## 2 Trabajo

## Página 293

- 9** Siempre que aplicamos una fuerza sobre un cuerpo, ¿estamos realizando un trabajo? ¿En qué condiciones no se realiza trabajo?

Las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo no siempre realizan trabajo. Para saber en qué condiciones se realiza trabajo es necesario que se cumplan dos condiciones.


1.ª condición: que exista desplazamiento.

2.ª condición: que la fuerza efectiva, definida como la proyección de la fuerza sobre la dirección del desplazamiento, no sea nula,  $F_{\text{efectiva}} = F \cdot \cos \alpha \neq 0$ . Dicha fuerza efectiva es nula si el ángulo que forma la fuerza aplicada con la dirección del desplazamiento es de  $90^\circ$ .

- 10** Se realiza el mismo trabajo levantando una masa de 20 kg y dejándola a 2 m de altura, que levantando una masa de 40 kg y dejándola 1 m de altura. La fuerza aplicada, ¿es la misma? Razona tu respuesta.

Se realiza el mismo trabajo en las dos situaciones, sin embargo, la fuerza aplicada no es la misma. En ambos casos, la fuerza aplicada debe vencer el peso del cuerpo, que en el primer caso es 200 N y en el segundo 400 N, ya que  $P = m \cdot g$ , y consideramos  $g \simeq 10 \text{ m/s}^2$ .

Para conseguir aportar la misma cantidad de energía, la fuerza de 200 N debe actuar durante el doble de recorrido que la fuerza de 400 N.

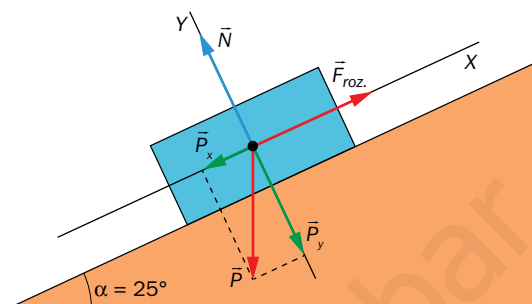
- 11**  Sobre un plano inclinado  $25^\circ$  se deja caer un cuerpo de 23 kg de masa. El cuerpo desliza 10 m hacia abajo sometido a un rozamiento de 90 N. Calcula el trabajo total transferido al cuerpo. Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

El sistema de referencia elegido debe tener el eje X paralelo al desplazamiento y el eje Y perpendicular a este. Al descomponer la fuerza peso sobre estos ejes, la componente  $P_y$  se anula con la normal, y la componente  $P_x$  se opone a la fuerza de rozamiento, de forma que la resultante queda a favor del movimiento.

Siendo:

$$P_x = m \cdot g \cdot \text{sen } 25^\circ$$

$$P_y = m \cdot g \cdot \text{cos } 25^\circ$$



Aplicando las leyes de Newton a cada eje:

$$\text{Eje X: } \Sigma F_x = P_x - F_{\text{roz}} = m \cdot g \cdot \text{sen } 25^\circ - \mu \cdot N = 5,26 \text{ N}$$

$$\text{Eje Y: } \Sigma F_y = N - P_y = N - m \cdot g \cdot \text{cos } 25^\circ = 0 \rightarrow N = m \cdot g \cdot \text{cos } 25^\circ$$

$$W_{\text{total}} = \Sigma F_x \cdot \Delta r = 5,26 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} = 52,6 \text{ J}$$

- 12** Una fuerza que siempre es perpendicular a la velocidad, ¿realiza trabajo?

No, esas fuerzas no realizan trabajo. Las fuerzas cuya dirección es perpendicular al vector velocidad no tienen componente efectiva sobre el desplazamiento, y su trabajo es nulo.


- 13** ¿En qué condiciones una fuerza motora  $F_M$  realiza un trabajo máximo?

Cuando la fuerza motora es paralela y del mismo sentido que el desplazamiento, su componente efectiva coincide con el valor de la fuerza aplicada:

$$F_{\text{efectiva}} = F \cdot \text{cos } 0^\circ = F$$

Por tanto, el trabajo realizado es máximo:

$$W_{\text{máx}} = F \cdot \text{cos } 0^\circ \cdot \Delta r = F \cdot \Delta r$$

- 14**  Tu libro de física puede pesar unos 300 g. Levántalo verticalmente hacia arriba unos 34 cm. Acabas de realizar un trabajo de, aproximadamente, un julio. ¿Cuántas calorías utilizaste? ¿Cuántos metros deberías elevar el libro para gastar 1 caloría? Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .


Si se realiza un trabajo de 1 julio, se están aportando 0,24 calorías al sistema.

Para aportar 1 cal al sistema, la distancia que tendremos que levantar el libro será mayor. Pasamos al S.I. los datos del problema:

$$W = 1 \text{ cal} = 4,184 \text{ J} ; m = 300 \text{ g} = 0,3 \text{ kg}$$

Aplicamos la definición de trabajo:

$$W = F_{\text{exterior}} \cdot \Delta r = \text{Peso} \cdot \Delta r = m \cdot g \cdot \Delta r \rightarrow 4,184 \text{ J} = 0,3 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta r \rightarrow \Delta r = 1,42 \text{ m}$$

- 15**  Una fuerza motora de 300 N actúa, en la misma dirección que el desplazamiento, sobre un cuerpo que se desplaza a velocidad constante recorriendo 5 m en línea recta. Calcula el trabajo que realiza la fuerza motora y el que realiza la fuerza de rozamiento. ¿Qué trabajo total se transfiere al cuerpo?

Según la 1ª ley de Newton, si un cuerpo sigue un m.r.u., en el que la velocidad es constante en módulo, dirección y sentido, la resultante de las fuerzas que actúan sobre el sistema debe ser cero.

Por tanto, la fuerza de rozamiento debe tener el mismo valor, pero sentido contrario que la fuerza motora.

Así, las fuerzas deben realizar el mismo trabajo, pero de signos diferentes:

$$W_m = F_m \cdot \Delta r = 300 \text{ N} \cdot 5 \text{ m} = 1500 \text{ J}$$

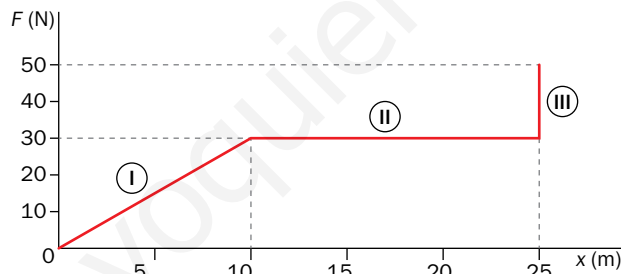
Entonces:

$$W_{roz} = -1500 \text{ J} \quad ; \quad W_{total} = 0$$

### 3 Potencia

#### Página 295

- 16**  La siguiente gráfica muestra cómo varía una fuerza aplicada sobre un cuerpo en movimiento.



- Calcula el trabajo que realiza la fuerza en cada uno de los tramos: I, II y III.
- El trabajo total realizado en todo el desplazamiento.
- Calcula la potencia desarrollada si la fuerza actúa durante 5 min.

La gráfica muestra cómo varía una fuerza aplicada sobre un cuerpo que se desplaza.

En el eje de abscisas aparecen las diferentes posiciones que alcanza el cuerpo, y en el eje de ordenadas, el valor de la fuerza efectiva. En la gráfica se distinguen tres tramos:

En el primero de ellos, la fuerza es variable y va subiendo desde 0 N a 30 N, mientras se produce el desplazamiento. En el segundo tramo, la fuerza es constante en todo el desplazamiento y de valor 30 N. En el tercer tramo, la fuerza es variable y aumenta de 30 N a 50 N, pero no se produce desplazamiento.

En los tres casos se procede al cálculo de la superficie que engendra la recta sobre el eje de abscisas, de la siguiente forma:

– En el primer tramo, la superficie es la de un triángulo, por lo que:

$$W_I = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{10 \text{ m} \cdot 30 \text{ N}}{2} = 150 \text{ J}$$

– En el segundo tramo, la superficie es un rectángulo:

$$W_{II} = \frac{\text{lado} \cdot \text{lado}}{2} = 30 \text{ N} \cdot (25 - 10) \text{ m} = 450 \text{ J}$$

– El tercer tramo no engendra ninguna superficie, como puede leerse en la gráfica, ya que no existe desplazamiento y, por tanto:

$$W_{III} = 0 \text{ J}$$

– El trabajo total sería la suma de los trabajos de cada uno de los tramos:

$$W_{\text{total}} = 150 \text{ J} + 450 \text{ J} + 0 \text{ J} = 600 \text{ J}$$

Así la potencia desarrollada en un tiempo de 5 min = 300 s será:

$$P_m = \frac{W_{\text{total}}}{\Delta t} = \frac{600 \text{ J}}{300 \text{ s}} = 2 \text{ W}$$

- 17**  Un motor eléctrico de una industria funciona permanentemente desarrollando una potencia de 2,5 kW. ¿Cuánto trabajo ha realizado el motor transcurridos 15 días? ¿Qué coste económico supone para la industria, si la compañía eléctrica cobra 0,13 € por cada kWh consumido?

La potencia media se define como:

$$P_m = \frac{W}{\Delta t}$$

De donde se despeja el trabajo:

$$W = P_m \cdot \Delta t = 2500 \text{ W} \cdot (15 \cdot 24 \cdot 3600) \text{ s} = 3,24 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Puesto que el kWh se paga a 0,13 €, cambiaremos de unidad la energía, pasándola a kWh:

$$W = \frac{3,24 \cdot 10^9 \text{ J} \cdot 1 \text{ kWh}}{3,6 \cdot 10^6 \text{ J}} = 900 \text{ kWh}$$

Coste total:


$$900 \text{ kWh} \cdot 0,13 \text{ €/kWh} = 117 \text{ €}$$

- 18** Encuentra la ecuación de dimensiones del trabajo y de la potencia.

La ecuación de dimensiones de ambas magnitudes se encuentra a partir de sus definiciones:


$$W = F \cdot \Delta r \rightarrow [W] = [F \cdot \Delta r] = [m \cdot a \cdot \Delta r] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

$$P = \frac{W}{t} \rightarrow [P] = \left[ \frac{W}{t} \right] = M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$$

- 19**  Clasifica las siguientes unidades en unidades de energía y unidades de potencia. Encuentra su equivalencia con la unidad S.I.: HP, erg, eV, MeV, MWh, TEP, TEC, mW.

En la siguiente tabla aparecen clasificadas las unidades y su equivalencia con el S.I.:

Potencia	Energía
1 HP = 74,7 W	1 erg = 10 <sup>-7</sup> J
1 mW = 10 <sup>-3</sup> W	1 eV = 1,6 · 10 <sup>-19</sup> J
–	1 MeV = 1,6 · 10 <sup>-13</sup> J
–	1 MWh = 3,6 · 10 <sup>9</sup> J
–	1 TEP = 4,2 · 10 <sup>10</sup> J
–	1 TEC = 2,9 · 10 <sup>10</sup> J

- 20**  ¿Qué potencia debe desarrollar una grúa que pretende levantar un cuerpo de 520 kg a una velocidad constante de 3 m/s? ¿Cuánta energía consumirá la grúa en 4 min, trabajando a esa potencia? Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

La potencia media puede calcularse a partir de la velocidad media, mediante la siguiente expresión:

$$P_m = F \cdot v_m = \text{peso} \cdot v_m = m \cdot g \cdot v_m = 520 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ m/s} = 1,53 \cdot 10^4 \text{ W}$$

Y la energía consumida en  $t = 4 \text{ min} = 240 \text{ s}$ , puede calcularse como el trabajo realizado, a partir de la siguiente expresión:


$$P_m = \frac{W}{\Delta t} \rightarrow W = P_m \cdot \Delta t = 1,53 \cdot 10^4 \text{ W} \cdot 240 \text{ s} = 3,67 \cdot 10^6 \text{ J}$$

## 4 Energía cinética

### Página 298

- 21** ¿Puede ser negativa la energía cinética de una partícula? Razona tu respuesta.

La energía cinética de una partícula nunca podrá ser negativa, debido a que las magnitudes que intervienen en su cálculo son todas positivas: la masa y la celeridad, que está al cuadrado.

- 22**  Un camión de 6500 kg circula a una velocidad de 65 km/h, ¿qué energía cinética lleva asociada debido a su movimiento? Si el camión acelera hasta alcanzar una velocidad de 90 km/h, ¿cuánto habrá aumentado su energía cinética?

La energía asociada al movimiento del camión puede calcularse como:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0,5 \cdot 6500 \text{ kg} \cdot (18,1 \text{ m/s})^2 = 1,1 \cdot 10^6 \text{ J}$$

La variación de energía cinética entre una posición y otra viene determinada por:

$$\Delta E_c = E_{c_f} - E_{c_0} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_f^2 - v_0^2) = 0,5 \cdot 6500 \text{ kg} \cdot [(25 \text{ m/s})^2 - (18,1 \text{ m/s})^2] = 9,7 \cdot 10^5 \text{ J}$$

- 23** Lanzamos un proyectil de 40 g de masa a una velocidad de 560 m/s en dirección horizontal que impacta en una placa de madera de 8 cm de espesor atravesándola. Tras el impacto, el proyectil continúa su camino a una velocidad de 450 m/s. ¿Qué fuerza de rozamiento media ha ejercido la madera sobre el proyectil?

Aplicando el teorema de las fuerzas vivas al proyectil que atraviesa la madera y acaba frenándose por la resistencia de esta a su paso:

$$W_{\text{total}} = \Delta E_c$$

El trabajo total sobre la bala es debido, exclusivamente, a la fuerza de rozamiento, que es la única fuerza aplicada mientras la bala cruza el bloque de madera. Por tanto, el trabajo total coincide con el trabajo que realizan las fuerzas de rozamiento.

$$W_{\text{roz}} = \Delta E_c$$

$$F_{\text{roz}} \cdot \cos 180 \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_f^2 - v_0^2) \rightarrow F_{\text{roz}} = \frac{0,5 \cdot m \cdot (v_f^2 - v_0^2)}{\cos 180 \cdot \Delta x}$$

$$F_{\text{roz}} = \frac{0,5 \cdot 0,04 \text{ kg} \cdot [(450 \text{ m/s})^2 - (560 \text{ m/s})^2]}{(-1) \cdot 0,08 \text{ m}} = 2,78 \cdot 10^4 \text{ N}$$

**24** Un satélite geostacionario que tiene una masa de 500 kg se encuentra en órbita en torno a la Tierra. ¿Cuál es su energía cinética?


Para el cálculo de la energía cinética necesitamos la velocidad a la que orbita, para ello aplicamos la LGU, indicando que la fuerza gravitatoria se comporta como una fuerza centrípeta y se obtiene la velocidad orbital en función del radio orbital. Así mismo, como los satélites geostacionarios tienen un período de revolución de 24 h = 86 400 s, utilizamos la relación entre el período del m.c.u. y la velocidad lineal, obteniéndose que:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}} \quad ; \quad v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

Para la resolución del sistema, se igualan ambas expresiones y se necesitan conocer dos datos,  $G$  y  $M_T$ , que el profesor debe proporcionar al estudiante.

Se calcula la velocidad orbital  $v \simeq 3073$  m/s, y se sustituye en la expresión de la energía cinética. Así:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0,5 \cdot 500 \text{ kg} \cdot (3073 \text{ m/s})^2 = 2,4 \cdot 10^9 \text{ J}$$

**25**  Una motocicleta de 200 kg y su piloto, de 75 kg, circulan a una velocidad de 60 km/h y pretenden adelantar a un camión. ¿Qué trabajo tiene que desarrollar el motor de la motocicleta para que pueda acelerar hasta alcanzar una velocidad de 120 km/h? Despreciamos los rozamientos.

Para conocer el trabajo que realiza la fuerza motora responsable de aumentar la velocidad del sistema, y despreciando los rozamientos, se puede aplicar el teorema de las fuerzas vivas.

Realizando los cambios de unidad de las velocidades al S.I.:

$$V_0 = 60 \text{ km/h} = 16,7 \text{ m/s} \quad ; \quad v_f = 120 \text{ km/h} = 33,3 \text{ m/s}$$

Y calculando la variación de energía cinética, se obtendrá el trabajo pedido:

$$W_{total} = \Delta E_c$$

$$W_{total} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_f^2 - v_0^2) = 0,5 \cdot 275 \text{ kg} \cdot [(33,3 \text{ m/s})^2 - (16,7 \text{ m/s})^2]$$

$$W_{total} \simeq 1,15 \cdot 10^5 \text{ J}$$

**26** Sobre una misma recta y en sentidos opuestos se mueven dos cuerpos idénticos de 1 kg a la misma velocidad, de 10 m/s. Calcula la energía cinética del conjunto.

La energía cinética del sistema viene dada por la suma de las energías cinéticas de cada uno de los cuerpos que forman el sistema:  $E_{c_{total}} = E_{c_1} + E_{c_2}$ .

Calculando la  $E_c$  de cada cuerpo y sumándolas:

$$E_{c_1} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = 0,5 \cdot 1 \text{ kg} \cdot (10 \text{ m/s})^2 = 50 \text{ J}$$

$$E_{c_2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = 0,5 \cdot 1 \text{ kg} \cdot (10 \text{ m/s})^2 = 50 \text{ J}$$

Se obtiene la energía cinética del conjunto:  $E_{c_{total}} = 100 \text{ J}$ .



## 5 Energía potencial

### Página 299

- 27** Explica las diferencias entre fuerzas conservativas y fuerzas no conservativas, expresándolo de un modo diferente al que aparece en el texto.

Son fuerzas conservativas aquellas que conservan la energía mecánica de un sistema, de manera que, antes y después de un proceso en el que estas fuerzas han actuado, la energía mecánica del sistema ha permanecido invariable.

Sin embargo, las fuerzas no conservativas, no conservan la energía mecánica del sistema, haciéndola variar, por ejemplo, aumentándola si las fuerzas son motoras o disminuyéndola si las fuerzas son de rozamiento.


- 28** Si sobre un cuerpo actúan dos fuerzas no conservativas, ¿qué condición tendrían que cumplir para que  $W_{nc}$  fuera cero?

La condición que deben cumplir las dos fuerzas no conservativas es que la resultante de estas sea nula, de manera que el  $W_{nc} = 0$ .

Para ello, las fuerzas deben ser de la misma intensidad, pero de sentidos contrarios.

Este es el caso de una fuerza motora externa al sistema que tiene el mismo módulo que la fuerza de rozamiento, así, la resultante es cero y no existe  $W_{nc}$ . El móvil seguirá, por tanto, un m.r.u.

### Página 301

- 29**  Una grúa debe levantar verticalmente un contenedor de 10 toneladas desde 1,5 m hasta 10,5 m sobre el suelo. ¿Qué trabajo realiza la grúa? ¿Y la fuerza peso? Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

La grúa realiza un trabajo externo, para ello aplica una fuerza hacia arriba que compensa el peso del cuerpo:

$$W_{grúa} = F_{efectiva} \cdot \Delta h = F \cdot \cos 0^\circ \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot \Delta h = 10^4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (10,5 - 1,5) \text{ m} = 8,82 \cdot 10^5 \text{ J}$$


El trabajo que realiza la fuerza peso, por ser una fuerza conservativa, puede calcularse a través del teorema de la energía potencial:

$$W_{peso} = -\Delta E_p = -m \cdot g \cdot \Delta h = -8,82 \cdot 10^5 \text{ J}$$

- 30**  Calcula la energía potencial elástica que almacena un muelle al alargarlo 10 cm. Dato:  $k = 500 \text{ N/m}$ .

La energía potencial elástica puede obtenerse mediante su expresión:

$$E_{pel} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = 0,5 \cdot 500 \text{ N/m} \cdot (0,1 \text{ m})^2 = 2,5 \text{ J}$$


- 31**  Analiza la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: «El trabajo realizado por el campo gravitatorio sobre un cuerpo que se desplaza entre dos puntos de dicho campo es menor si lo hace a través de la recta que une dichos puntos, ya que es el camino más corto».

Esta afirmación es falsa, puesto que la fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa y debe cumplirse que el trabajo que dicha fuerza realiza entre dos puntos sea el mismo independientemente del camino seguido.

**32 ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento? Razona tu respuesta.**

No, las energías potenciales se asocian a fuerzas conservativas, así la energía potencial gravitatoria se asocia a la fuerza gravitatoria y la energía potencial elástica a las fuerzas elásticas.

La fuerza de rozamiento no es conservativa, por tanto, no puede asociarse a ninguna energía potencial.

**6 Conversión de la energía mecánica****Página 302****33**  **Un chico se deja caer desde un tobogán de 3 m de altura. Determina la velocidad que alcanza el chico al llegar al final del tobogán, suponiendo que el trabajo realizado por el rozamiento es nulo.**

Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

Al suponer que no existen rozamientos, aplicaremos el PCE en ausencia de fuerzas de rozamiento:  $\Delta E_m = 0$ . No es necesario saber la longitud que tiene el tobogán, puesto que no existen pérdidas, solo es necesario saber la altura de la que parte y la altura a la que llega. Consideraremos el final del tobogán como el origen de la energía potencial.


En la aplicación de este principio no se ha necesitado tener como dato la masa del cuerpo que se desplaza, ya que se simplifica por estar en ambos miembros de la ecuación, como vemos a continuación:

$$\Delta E_m = 0 \rightarrow E_{m_0} = E_{m_f} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ m}} \rightarrow v \simeq 7,7 \text{ m/s}$$

**34 Los rozamientos existen siempre, por pequeños que sean. Sabiendo esto, razona a qué velocidad habría llegado el chico del tobogán del ejercicio anterior, si hubiésemos tenido en cuenta las fuerzas disipativas, ¿a mayor, a menor o a la misma velocidad?**

Habría llegado con una velocidad menor, puesto que la energía inicial del cuerpo se hubiera invertido no solo en energía cinética, sino también en energía que se disipa en forma de calor debido a la fuerza de rozamiento. Por tanto, al quedar menos energía cinética, obligaría a reducir la velocidad del cuerpo que baja.


**35**  **Si sobre una partícula actúa una fuerza conservativa y una no conservativa, ¿cómo aparecen dichas contribuciones en la ecuación del PCE?**

Cuando existen fuerzas no conservativas, el PCE adopta la expresión:

$$\Delta E_m = W_{nc} \rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = W_{nc}$$

Las fuerzas conservativas formarían parte del segundo sumando del primer miembro de la ecuación, que según el teorema de la energía potencial sería equivalente a:  $W_c = -\Delta E_p$ .

Por otro lado, las fuerzas no conservativas formarían parte del segundo miembro de la ecuación mediante el  $W_{nc}$ .


- 36**  Sobre un plano horizontal se dispone un cuerpo de 5 kg que comprime 20 cm un muelle ( $k = 400 \text{ N/m}$ ). Se deja el sistema en libertad y el cuerpo es lanzado sobre el plano, ¿con qué velocidad sale el cuerpo, si no existen rozamientos?

En este ejercicio no existen fuerzas no conservativas como la fuerza de rozamiento.

Como se trata de un plano horizontal, aunque en el enunciado no se hace referencia a la altura a la que se encuentra el cuerpo, elegiremos como origen de energía potencial dicho plano, de manera que no habrá variación de altura ni de energía potencial gravitatoria en el proceso. En cuanto al resto de energías, aplicando el PCE, obtenemos que:

$$\Delta E_m = 0 \rightarrow E_{m_0} = E_{m_f} \rightarrow E_{p_{el}} = E_c \rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{k \cdot x^2}{m}} = \sqrt{\frac{400 \text{ N/m} \cdot (0,2 \text{ m})^2}{5 \text{ kg}}} \rightarrow v \simeq 1,79 \text{ m/s}$$

- 37**  Lanzamos un cuerpo de 500 g verticalmente hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. Si la altura máxima alcanzada es de 45,4 m, ¿qué pérdida de energía ha sufrido el cuerpo debido al rozamiento del aire? Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

En este lanzamiento vertical existen pérdidas de rozamiento con el aire y la pregunta que se nos hace es: ¿cuánta energía se ha perdido?

Precisamente, la incógnita sería el  $W_{roz}$ , que calcularemos aplicando el PCE para el caso de que haya fuerzas no conservativas:

$$\Delta E_m = W_{roz} \rightarrow E_{m_f} - E_{m_0} = W_{roz} \rightarrow$$

$$E_{p_f} - E_{c_0} = m \cdot g \cdot h_{máx} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = 0,5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 45,4 \text{ m} - 0,5 \cdot 0,5 \text{ kg} \cdot (30 \text{ m/s})^2 = -2,54 \text{ J}$$

$$W_{roz} = -2,54 \text{ J} < 0$$

Lo que supone pérdidas de energía en el sistema.

- 38**  ¿Se incumple el PCE cuando al dejar botando una pelota en el suelo esta acaba parándose?

En este caso existen fuerzas no conservativas, como los rozamientos, que disipan la energía en forma de calor y hacen perder energía mecánica al sistema. Se cumple el principio generalizado de conservación de la energía. La energía mecánica de la pelota no se ha conservado, porque parte de ella se ha transferido al suelo:

En cada bote la pelota pierde algo de energía por contacto con la superficie sobre la que bota, hasta que acaba deteniéndose una vez disipada toda la energía mecánica.

## Taller de ciencias

### Trabajo práctico

#### Página 311

- 1 Explica con detalle las transformaciones y transferencias de energía que se dan en el proceso.

Antes del lanzamiento, la masa 1 solo tiene energía potencial gravitatoria, la masa 2, en reposo, no tiene energía mecánica, y elegido el origen de potenciales en esa posición, tampoco tiene energía potencial. Se procede al lanzamiento y la masa 1 pierde  $E_p$  y gana  $E_c$ . En el impacto entre la masa 1 y la masa 2, la masa 1 transfiere su energía a la masa 2, una parte se disipa por rozamientos, otra parte la conserva la masa 1, que no se detiene totalmente, y el resto lo adquiere la masa 2, que transforma esa  $E_c$  de subida en  $E_p$ .

- 2 Como sabes, conocido el ángulo que forma el hilo del péndulo con la vertical, puede conocerse la altura a la que está la esfera,  $h = L \cdot (1 - \cos \alpha)$ . Calcula la energía potencial del sistema antes y después del lanzamiento. ¿Qué conclusiones sacas?

Las conclusiones que se extraigan de la experiencia deben estar relacionadas con las pérdidas de energía por impacto.

- 3 Observa qué ocurre con la bola 1 tras el choque. ¿Qué ha ocurrido con la energía cinética del sistema durante el proceso?

Tras el choque, y tras algún vaivén, la masa 1 queda en reposo, perdiendo toda su energía mecánica.

- 4 Según las medidas que has tomado, ¿puedes asegurar que se ha conservado toda la energía inicial? Si falta algo de energía, ¿dónde estará?

Según las medidas efectuadas del ángulo  $\beta$ , debe concluirse que no se ha conservado la energía mecánica del sistema y que ha habido pérdidas en el impacto.

- 5 Realiza la misma experiencia, pero cambiando las esferas de los péndulos por otras de distinto material (plástico, goma o lana, por ejemplo). Observa lo que ocurre y contesta a las preguntas anteriores. ¿Qué conclusiones extraes?

Al cambiar el material de las esferas, las pérdidas en el impacto variarán y esto modificará  $\beta$ .

## Trabaja con lo aprendido

#### Página 312

### Energía

- 1 ¿Cómo te imaginas que sería el universo si la energía no se transfiriera ni se transformara?

No podría existir un universo como el nuestro, la gran explosión del Big-Bang no habría ocurrido nunca, puesto que la energía no se podría transmitir, ni propagar, ni transformar.

**2 Indica el tipo de energía que tienen los siguientes cuerpos:**

- a) Una avioneta que sobrevuela la ciudad.
  - b) Una bombilla que ilumina.
  - c) Un juguete de cuerda al que se le han dado varias vueltas a la llave de cuerda.
  - d) La gasolina.
  - e) Una estufa encendida.
  - f) Una batidora en funcionamiento.
- a) Tiene energía cinética, debida a su movimiento, y energía potencial gravitatoria, por estar a una determinada altura.
- b) La bombilla que ilumina tiene energía térmica, que irradia en forma de luz y calor.
- c) En este caso podemos hablar de energía potencial elástica al referirnos al muelle que se comprime al darle cuerda al juguete.
- d) La gasolina tiene energía química, que se pondrá de manifiesto cuando entre en combustión en el motor de un coche, por ejemplo.
- e) La estufa encendida tiene energía térmica, que está transfiriéndose al medio en forma de calor.
- f) Se trata de energía mecánica, que está transfiriéndose al medio como un trabajo mecánico capaz de mover las aspas de la batidora.

**3 ¿De qué formas puede transferirse energía de un sistema a otro? Pon ejemplos.**

Las formas de transferencia de energía de un sistema a otro son el calor y el trabajo.

Por ejemplo, cuando se derrite el hielo, se está transfiriendo energía térmica del ambiente al hielo mediante calor de fusión, y cuando se desplaza un objeto al empujarlo, se le está transfiriendo energía mecánica mediante trabajo.

**4 Explica por qué nos frotamos las manos cuando las tenemos frías.**

Se basa en la equivalencia trabajo y calor. El trabajo mecánico que realizamos puede convertirse en calor. Al frotar mano contra mano, la energía del movimiento se disipa en forma de calor debido a las fuerzas de rozamiento.

**5 Cuando un coche frena y acaba parándose, ¿dónde crees que ha ido la energía que tenía?**

Esa energía se ha disipado en forma de calor en el frenazo, debido al rozamiento entre los neumáticos y la carretera.

## Trabajo físico

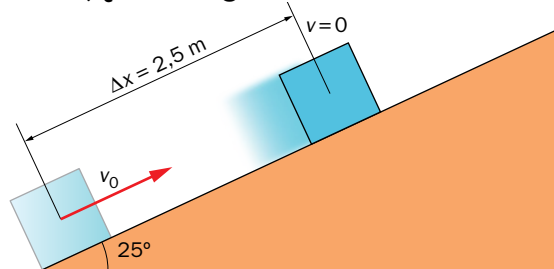
**6 ¿Qué trabajo realizas cuando empujas con fuerza un muro que no consigues deformar ni desplazar?**

Si no consigues deformar ni desplazar, no estás realizando trabajo físico.

**7 Razona por qué la fuerza centrípeta no realiza trabajo cuando produce movimientos circulares.**

La fuerza centrípeta es una fuerza perpendicular al desplazamiento, por tanto, no tiene componente efectiva, ya que  $\cos 90^\circ = 0$  y el trabajo se anula.

- 8** Calcula el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento que actúa sobre un cuerpo de 5 kg que se lanza hacia arriba por un plano inclinado  $25^\circ$ , recorriendo un espacio de 2,5 m hasta pararse. Datos:  $\mu_c = 0,25$ ;  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .



El trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento entre el cuerpo que sube y el plano inclinado puede obtenerse a partir de la definición de trabajo:  $W_{roz} = F_{efectiva} \cdot \Delta r$ .

$$W_{roz} = \mu \cdot N \cdot \cos 180^\circ \cdot \Delta r = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 25^\circ \cdot \cos 180^\circ \cdot 2,5 =$$

$$= 0,25 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,91 \cdot (-1) \cdot 2,5 \text{ m}$$

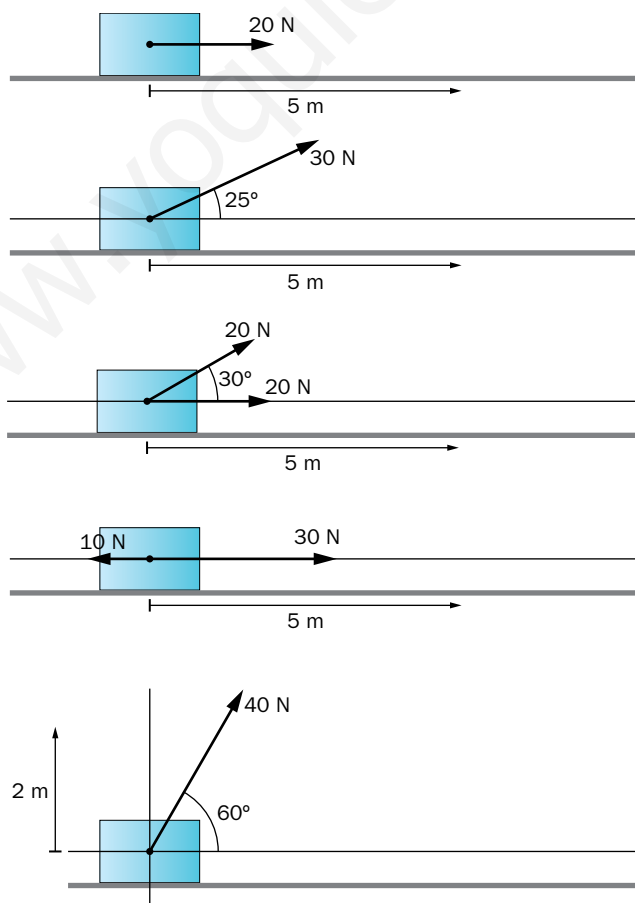
$$W_{roz} \simeq -27,8 \text{ J}$$

- 9** Calcula el trabajo total realizado sobre un cuerpo que se desplaza por una superficie horizontal rugosa a velocidad constante debido a una fuerza motora.

Sobre el cuerpo aparecen dos fuerzas aplicadas en la dirección del desplazamiento, son la fuerza de rozamiento y la fuerza motora.

El trabajo total que realizan ambas fuerzas es cero, ya que la fuerza de rozamiento y la fuerza motora deben anularse entre sí para que, según la primera ley de Newton, el cuerpo pueda desplazarse a velocidad constante.

- 10** Calcula el trabajo realizado por el sistema de fuerzas que se dibujan en los siguientes casos:



En todos los casos, se calculará el trabajo como el producto de la fuerza efectiva y el desplazamiento. Si en el diagrama aparecen más de una fuerza, se calculará el trabajo que realiza cada una de las fuerzas y se sumarán dichos trabajos para obtener el trabajo total sobre el sistema.

- a)  $W = 20 \cdot \cos 0^\circ \cdot 5 = 100 \text{ J}$
- b)  $W = 30 \cdot \cos 25^\circ \cdot 5 = 136 \text{ J}$
- c)  $W = W_1 + W_2 = 20 \cdot \cos 30^\circ \cdot 5 + 20 \cdot \cos 0^\circ \cdot 5 = 187 \text{ J}$
- d)  $W = W_1 + W_2 = 30 \cdot \cos 0^\circ \cdot 5 - 10 \cdot \cos 180^\circ \cdot 5 = 100 \text{ J}$
- e)  $W = 40 \cdot \cos 30^\circ \cdot 2 = 69 \text{ J}$

**11 Al colgar de un muelle diferentes pesos, este se alarga según los datos que muestra la siguiente tabla de valores:**

Masa (g)	100	150	200	250	300	350
Alargamiento (cm)	1	1,5	2	2,5	3	3,5

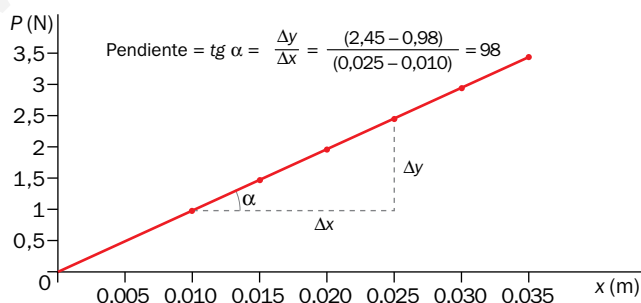
- a) Representa gráficamente los valores de la tabla de datos en una gráfica peso-alargamiento.
- b) Calcula la constante de elasticidad del muelle.
- c) Calcula la energía potencial elástica almacenada en el muelle para el máximo alargamiento.

Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

- a) Para realizar la representación gráfica, es necesario construir una tabla peso-alargamiento en unidades S.I.:

P (N)	0,98	1,47	1,96	2,45	2,94	3,43
x (m)	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035

A partir de los datos de la tabla, construimos la representación gráfica:



- b) Como vemos en la figura anterior, se obtiene una recta que pasa por el (0, 0) y cuya pendiente coincide con la constante de elasticidad del muelle:  $k = 98 \text{ N/m}$ .
- c) La energía potencial elástica para el máximo alargamiento será:

$$E_{pel} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = 0,5 \cdot 98 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,035 \text{ m})^2 \simeq 0,06 \text{ J}$$

## Potencia

- 12** Calcula la potencia que desarrolla una grúa capaz de elevar un cuerpo de 200 kg hasta 12 m de altura en un tiempo de 12 s. Datos:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

Para calcular la potencia media, se necesita saber cuál es el trabajo realizado por la grúa al elevar el cuerpo hasta la altura deseada. La grúa debe realizar una fuerza vertical y hacia arriba que compense el peso del cuerpo que quiere elevar:  $F = \text{Peso} = m \cdot g$ .

Se aplica la definición de potencia media:

$$P_m = \frac{W}{\Delta t} = F_{\text{efectiva}} \cdot \frac{\Delta r}{\Delta t} = F \cdot \cos 0^\circ \cdot \frac{\Delta r}{\Delta t} = m \cdot g \cdot \frac{\Delta r}{\Delta t} = 200 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \frac{12 \text{ m}}{12 \text{ s}} = 1960 \text{ W}$$

### Página 313

- 13** Un coche de 1050 kg y una potencia de 130 CV viaja a 80 km/h por una autovía y pretende realizar un adelantamiento en un tiempo de 5 s. Si debe alcanzar una velocidad de 130 km/h, ¿tiene el coche suficiente potencia para conseguir el adelantamiento?

Aunque el coche podría realizar el adelantamiento, no debería hacerlo. En las carreteras españolas está totalmente prohibido superar los 120 km/h. Este ejercicio se ha diseñado para trabajar un tema transversal tan importante como la educación vial. El docente debe propiciar el debate sobre la peligrosidad de los adelantamientos en carretera y las consecuencias que tienen si se superan las velocidades permitidas.

La siguiente página de Internet permite extraer información sobre seguridad vial para entablar el debate: <http://www.dgt.es/es/seguridad-vial/>.

La potencia que desarrolla el coche es de 130 CV y en el adelantamiento solo se requieren 116 CV, como se ve a continuación:

$$P_m = \frac{W_{\text{total}}}{\Delta t}$$

Aplicando el teorema de las fuerzas vivas:

$$W_{\text{total}} = \Delta E_c$$

$$P_m = \frac{W_{\text{total}}}{\Delta t} = \frac{\Delta E_c}{\Delta t} = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2\right)}{\Delta t} = \frac{0,5 \cdot 1050 \text{ kg} \cdot [(36 \text{ m/s})^2 - (22 \text{ m/s})^2]}{5 \text{ s}} = 85088,85 \text{ W} \simeq 116 \text{ CV}$$

- 14** Una central eléctrica tiene una potencia de 1 000 MW. La señal emitida por un router wifi tiene una potencia de 100 mW. Calcula cuánta energía transfiere cada uno de los sistemas, si están funcionando durante un día completo.

Conocida la potencia, puede calcularse la energía transferida en un tiempo de 1 día = 86 400 s, de la siguiente manera:

$$P_m = \frac{W}{\Delta t} \rightarrow E_{\text{transferida}} = W = P_m \cdot \Delta t$$

Para cada sistema:

$$P_{\text{central}} = 10^9 \text{ W} \rightarrow W_{\text{central}} = P_{\text{central}} \cdot \Delta t = 10^9 \text{ W} \cdot 86\,400 \text{ s} = 8,64 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

$$P_{\text{router}} = 10^{-1} \text{ W} \rightarrow W_{\text{router}} = P_{\text{router}} \cdot \Delta t = 10^{-1} \text{ W} \cdot 86\,400 \text{ s} = 8,64 \cdot 10^3 \text{ J}$$



- 15** Busca información sobre el consumo abusivo y poco racional de la energía en los países desarrollados, y elabora un informe sobre qué causas están llevando al agotamiento de las fuentes de energía tradicionales, como los combustibles fósiles. Indica, además, una serie de medidas que deberían adoptarse para solucionar el problema, tanto a nivel individual como a nivel estatal.

Este ejercicio puede ser un buen motivo para que los estudiantes se organicen en grupos y trabajen en equipo la propuesta planteada.

Para desarrollar este trabajo, pueden encontrar información en la siguiente página de la OEI (Organización de Estados Iberoamericanos): <http://www.oei.es/index.php>, <http://www.oei.es/decada/accion23.htm>.

## Energía cinética

- 16** Un coche de 1100 kg circula por la recta de una autopista a 120 km/h. ¿Cuál es su energía cinética?

Para calcular la energía cinética de un cuerpo, se aplica la expresión:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Cambiamos al S.I. de unidades la velocidad:

$$v = 120 \text{ km/h} = 33,3 \text{ m/s}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 1100 \text{ kg} \cdot (33,3 \text{ m/s})^2 \simeq 6,1 \cdot 10^5 \text{ J}$$

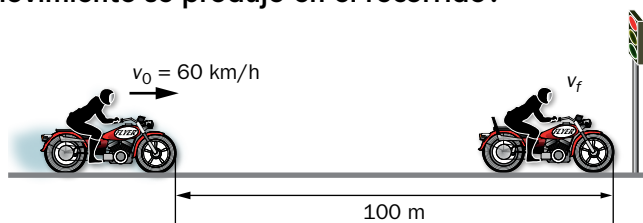
- 17** ¿En qué se invierte la energía que tenemos que aplicar a un cuerpo que se desplaza por una superficie horizontal rugosa para que pueda seguir un movimiento de velocidad constante?

Según la primera ley de Newton, para que un cuerpo siga un movimiento rectilíneo y uniforme, donde el vector velocidad es constante, la resultante de las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo debe ser cero.

La energía que proporcionamos, mediante una fuerza motora, se disipa por rozamientos. Existe, por tanto, una fuerza de rozamiento que se opone a la fuerza motora y que la anula.

Puesto que el cuerpo sigue un m.r.u. en el que no varía su velocidad, no se ha podido invertir en energía cinética, todo se ha invertido en vencer las fuerzas de rozamiento.

- 18** Una motocicleta de 150 kg y su conductor de 75 kg se desplazan a una velocidad de 60 km/h. A una distancia de 100 m, el motorista puede ver cómo un semáforo se pone en rojo, por lo que rápidamente aplica el freno. Calcula qué trabajo realiza el sistema de frenos de la motocicleta para conseguir parar sin sobrepasar el semáforo. ¿Qué fuerza de resistencia al movimiento se produjo en el recorrido?



La motocicleta, junto con su conductor, tienen una masa de  $150 \text{ kg} + 75 \text{ kg} = 225 \text{ kg}$  y frenan disminuyendo su velocidad de  $60 \text{ km/h} = 16,7 \text{ m/s}$  a  $0 \text{ km/h}$ .

Puesto que el trabajo realizado por el sistema de frenos es quien provoca la fuerza que consigue detener el móvil, puede aplicarse el teorema de las fuerzas vivas:

$$W_{\text{total}} = \Delta E_c \rightarrow W_{\text{roz}} = \Delta E_c$$

$$W_{\text{roz}} = 0 - E_{c_0} = -\frac{1}{2} \cdot 225 \text{ kg} \cdot (16,7 \text{ m/s})^2 = -3,13 \cdot 10^4 \text{ J} < 0$$

El trabajo negativo implica energía perdida por el sistema.

Para calcular la fuerza de rozamiento, aplicamos la definición de trabajo para el rozamiento:

$$W_{\text{roz}} = F_{\text{roz}} \cdot \cos 180^\circ \cdot \Delta r \rightarrow -3,13 \cdot 10^4 \text{ J} = F_{\text{roz}} \cdot (-1) \cdot 100 \text{ m} \rightarrow F_{\text{roz}} = 3,13 \cdot 10^2 \text{ N}$$

## Energía potencial

- 19** ¿Qué energía potencial gravitatoria tiene un deportista de 69 kg de masa que se encuentra en un trampolín de 7 m de altura sobre el agua de la piscina? Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ; considera  $h = 0$  en la superficie del agua.

Puede calcularse la energía potencial gravitatoria del deportista utilizando la expresión:

$$E_{p_g} = m \cdot g \cdot h = 69 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 7 \text{ m} = 4733,4 \text{ J}$$

- 20** Un avión de 80000 kg de masa vuela a una velocidad de 1500 km/h a una altura de 10 km sobre la superficie de la Tierra (considera  $h = 0$  en la superficie terrestre). ¿Qué energía mecánica tiene el avión? Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

La energía mecánica del avión viene determinada por la suma de la energía cinética y la energía potencial gravitatoria.

Cambiamos al S.I. de unidades la velocidad del avión:

$$v = 1500 \text{ km/h} = 416,7 \text{ m/s}$$

Cambiamos al S.I. de unidades la altura a la que se encuentra el avión:

$$h = 10 \text{ km} = 10^4 \text{ m}$$

$$E_m = E_c + E_{p_g} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h = 0,5 \cdot 80000 \text{ kg} \cdot (416,7 \text{ m/s})^2 + 80000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 10^4$$

$$E_m \simeq 1,48 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

- 21** ¿Qué trabajo realiza una grúa para subir un cuerpo de 5000 N de peso hasta una altura de 7 m?

Para levantar un cuerpo de 5000 N de peso, es necesario que la grúa aplique una fuerza de, al menos, 5000 N hacia arriba.

Para desplazarlo 7 m, el trabajo a realizar será:

$$W_{\text{grúa}} = F_{\text{efectiva}} \cdot \Delta r = F \cdot \cos 0^\circ \cdot h = \text{Peso} \cdot h = 5000 \cdot 7 = 3,5 \cdot 10^4 \text{ J}$$

- 22** Si levantamos una caja de 1500 g desde el suelo hasta depositarla en una mesa de 120 cm de altura, ¿qué trabajo hemos realizado? Y si una vez en la mesa la subimos a una estantería situada a 200 cm de altura, ¿qué energía hemos consumido? Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

En ambas situaciones se calcula el trabajo como el producto del peso que tiene el cuerpo, y que la fuerza externa tiene que contrarrestar, por el desplazamiento que sufre, que en el primer caso es  $h = 120 \text{ cm} = 1,2 \text{ m}$ . En el segundo caso, el desplazamiento coincide con la diferencia entre alturas:

$$\Delta h = (200 - 120) \text{ cm} = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$$

Así el trabajo para subir la caja desde el suelo a la mesa es:

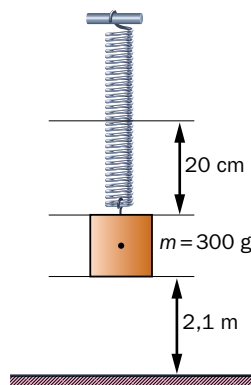
$$W_{\text{suelo-mesa}} = \text{Peso} \cdot h = m \cdot g \cdot h = 1,5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1,2 \text{ m} = 17,64 \text{ J}$$

Para subir el cuerpo desde la mesa a la estantería, el trabajo será:

$$W_{\text{mesa-estantería}} = \text{Peso} \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot \Delta h = 1,5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,8 \text{ m} = 11,76 \text{ J}$$

**23** Calcula la energía mecánica del sistema que aparece en la figura.

Datos:  $k = 200 \text{ N/m}$ ;  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .



La energía mecánica del sistema será la suma de la energía potencial elástica del muelle y la energía potencial gravitatoria del cuerpo. Como el sistema se encuentra en reposo, no tendrá energía cinética.

$$E_m = E_{pel} + E_{pg} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 + m \cdot g \cdot h = 0,5 \cdot 200 \text{ N/m} \cdot (0,2 \text{ m})^2 + 0,3 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 2,1 \text{ m} = 10,17 \text{ J}$$

## Conservación de la energía

**24** Demuestra, aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, que la velocidad que alcanza un cuerpo al llegar al suelo tras ser soltado desde una altura  $h$  es  $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ .

Aplicando el PCE, sin rozamientos, la variación de energía mecánica del cuerpo, entre dos puntos cualesquiera de la caída, siempre es nula.

$$\Delta E_m = 0 \rightarrow E_{m_0} = E_{m_f} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

**25** ¿En qué se ha invertido la energía cinética con la que impacta en el suelo el cuerpo del ejercicio anterior?

El cuerpo empieza a caer desde el reposo, a medida que disminuye la altura gana velocidad y, por tanto, la energía potencial se va transformando en energía cinética, y lo hará íntegramente en ausencia de rozamientos.

Al llegar al punto más bajo de la trayectoria, y justo antes de producirse el impacto, la velocidad del cuerpo es la máxima, pero una vez colisiona con el suelo, pierde toda esa velocidad y acaba parándose en un breve instante de tiempo. Entonces, toda la energía cinética se ha degradado en forma de calor, producido por la resistencia del suelo al impacto.

**26** Un deportista tensa su arco y dispara una flecha hacia el cielo. Explica las transformaciones de energía que han tenido lugar desde el lanzamiento hasta que la flecha alcanza el punto más alto de su trayectoria.

Al tensar la flecha, esta adquiere energía potencial elástica que se transforma en energía cinética al soltarla; a medida que la flecha sube, la energía cinética se transforma en energía potencial gravitatoria, hasta llegar al punto más alto del recorrido, en el que se para. En ese momento, toda la energía mecánica es energía potencial gravitatoria.

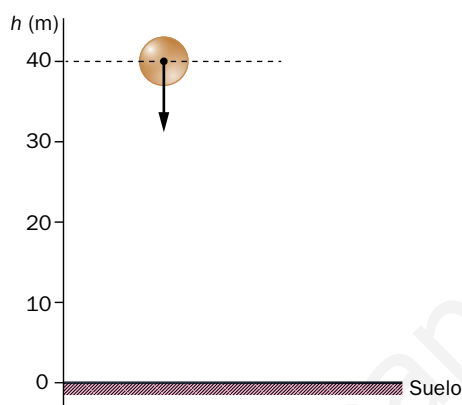
En ausencia de rozamientos, esa energía potencial gravitatoria es igual a la energía potencial elástica del lanzamiento.

En la argumentación se ha situado el origen de energías potenciales en el punto de lanzamiento de la flecha.

Página 313

**27** Se deja caer un cuerpo de 30 kg desde una altura de 40 m, medida desde el suelo. En su recorrido, la energía potencial se irá transformando íntegramente en energía cinética si los rozamientos con el aire son despreciables. Calcula los valores que se piden en la siguiente tabla. Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

$h \text{ (m)}$	40	30	20	10	0
$E_p \text{ (J)}$					
$E_c \text{ (J)}$					
$E_m \text{ (J)}$					

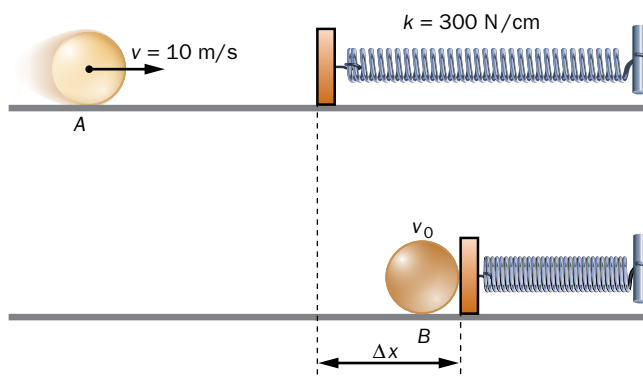


Con los datos que proporciona el enunciado, puede calcularse la energía potencial gravitatoria en el punto más alto  $h = 40 \text{ m}$ , en ese punto no hay energía cinética por estar el cuerpo en reposo.

Esa energía potencial coincide con la energía mecánica del cuerpo y que, por no existir rozamientos, permanecerá constante en todo el trayecto. Así, puede completarse la tabla siguiendo las indicaciones de la primera columna.

$h \text{ (m)}$	40	30	20	10	0
$E_p \text{ (J)} = m \cdot g \cdot h$	11760	8820	5880	2940	0
$E_c \text{ (J)} = E_m - E_p$	0	2940	5880	8820	11760
$E_m \text{ (J)} = \text{cte}$	11760	11760	11760	11760	11760

**28** Un cuerpo de 18 kg se desplaza sin rodar por un plano horizontal libre de rozamientos a una velocidad de 10 m/s. Al final del plano, choca con un muelle que lo frena. El cuerpo comprime el muelle hasta que acaba parándose. Explica las transformaciones de energía que tienen lugar en el recorrido, y calcula la máxima compresión del muelle. Dato:  $k = 300 \text{ N/cm}$ .



Se puede aplicar el principio de conservación de la energía mecánica en ausencia de rozamientos. En un principio, el cuerpo solo lleva energía cinética debida a su velocidad  $v = 10 \text{ m/s}$ . Tras impactar con el muelle, y supuesto que en el impacto no se producen pérdidas de energía, lo comprime al máximo hasta que acaba parándose. Por tanto, toda la energía cinética se transforma en energía potencial elástica, que queda almacenada en el muelle.

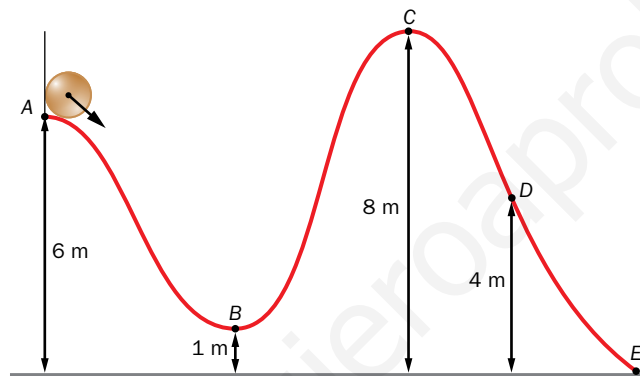
$$\Delta E_m = 0 \rightarrow E_{m_0} = E_{m_f} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x^2 \rightarrow 0,5 \cdot 18 \cdot 10^2 = 0,5 \cdot 200 \cdot \Delta x^2$$

$$\Delta x (\text{máx}) \simeq 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

**29** Fíjate en la siguiente imagen, que representa una atracción de feria. El vagón con sus pasajeros tiene que pasar por las distintas posiciones que se señalan. ¿Con qué velocidad debe llegar al punto A para que pueda ascender hasta C, sabiendo que al llegar se para un instante para comenzar a caer? Supón despreciables los rozamientos.

Calcula la velocidad del vagón en cada uno de los puntos señalados en la imagen.

Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .



Este tipo de ejercicios se pueden hacer con el programa Excel que los estudiantes han aprendido a utilizar para el cálculo de energías, en el epígrafe TIC.

La energía mecánica total, que se conservará en todo el recorrido, puede encontrarse a partir de los datos de altura y velocidad que el enunciado proporciona para el punto C ( $h_c = 8 \text{ m}$ ,  $v_c = 0 \text{ m/s}$ ):

$$E_{m_C} = E_{total} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_c^2 + m \cdot g \cdot h_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 + m \cdot g \cdot h_c = m \cdot g \cdot h_c$$

Calcularemos la velocidad en el punto A, aplicando el PCE como sigue, y procederemos de manera análoga para el resto de las posiciones:

$$E_{m_A} = E_{m_C} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_C$$

Así, las demás velocidades serán:

$$E_{m_B} = E_{m_C} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B = m \cdot g \cdot h_C$$

$$v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_C - h_B)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (8 - 1) \text{ m}} \rightarrow v_B \simeq 11,7 \text{ m/s}$$

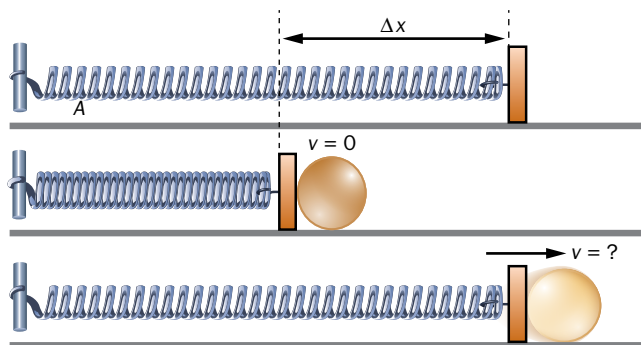
$$E_{m_D} = E_{m_C} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_D^2 + m \cdot g \cdot h_D = m \cdot g \cdot h_C$$

$$v_D = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_C - h_D)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (8 - 4) \text{ m}} \rightarrow v_D \simeq 8,9 \text{ m/s}$$

$$E_{m_E} = E_{m_C} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_E^2 + m \cdot g \cdot h_E = m \cdot g \cdot h_C$$

$$v_E = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_C - h_E)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (8 - 0) \text{ m}} \rightarrow v_E \simeq 12,5 \text{ m/s}$$

- 30** Sobre un plano horizontal rugoso comprimimos un muelle 15 cm. A continuación, unimos al extremo del muelle un cuerpo de 2 kg de masa que queda en reposo. Soltamos el conjunto y el muelle intenta recuperar su forma original. ¿Con qué velocidad pasa el cuerpo por la posición de equilibrio del muelle? Datos:  $k = 100 \text{ N/m}$ ;  $\mu_c = 0,2$ ;  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .



Se comprime un muelle  $\Delta x = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$ , de constante elástica conocida  $k = 100 \text{ N/m}$  y se coloca un cuerpo de masa  $m = 2 \text{ kg}$  unido al extremo libre del muelle, en reposo. En esta situación, el sistema solo tiene energía potencial elástica.

Se ha considerado el origen de energía potencial gravitatoria en el plano horizontal sobre el que se encuentra el sistema.

El sistema se deja en libertad y el cuerpo sale impulsado sobre el plano rugoso y, por tanto, con rozamientos  $\mu = 0,2$ .

En el proceso se considera el punto inicial cuando el cuerpo se encuentra en reposo comprimiendo al muelle; el punto final será cuando el cuerpo pasa por la posición de equilibrio del muelle, momento en el que el sistema deja de tener energía potencial elástica y solo tiene cinética. Durante el recorrido, no toda la energía potencial elástica se transforma en energía cinética, puesto que una porción se disipa debido al trabajo que realizan las fuerzas de rozamiento.

Aplicando el principio de conservación de la energía generalizado, entre los puntos inicial y final seleccionados:

$$W_{roz} = \Delta E_m \rightarrow W_{roz} = E_{mf} - E_{m0} = E_{cf} - E_{pel0} \rightarrow F_{roz} \cdot \cos 180^\circ \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x^2 \rightarrow$$

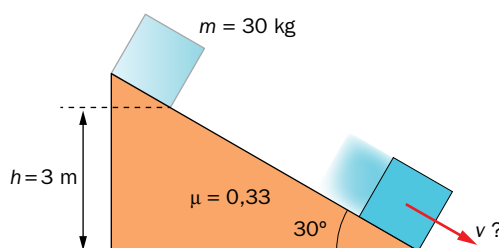
$$\rightarrow \mu \cdot N \cdot (-1) \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x^2$$

Puesto que el plano es horizontal, la fuerza normal que ejerce el suelo sobre el cuerpo coincide con el peso de este:

$$N = m \cdot g \rightarrow \mu \cdot m \cdot g \cdot (-1) \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x^2$$

$$0,2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (-1) \cdot 0,15 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kg} \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot 100 \text{ N/m} \cdot (0,15 \text{ m})^2 \quad \& \quad v \simeq 0,73 \text{ m/s}$$

- 31** Sobre un plano inclinado  $30^\circ$  y desde una altura de 3 m se deja caer un cuerpo de 30 kg de masa. Calcula la velocidad con la que llega al final del plano, si  $\mu_c = 0,33$ . ¿Y si  $m = 60 \text{ kg}$ ?  
 Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .



Para calcular la velocidad con la que un cuerpo llega al final del plano inclinado con rozamiento, se aplica el principio de conservación de la energía generalizado.

Teniendo en cuenta que el desplazamiento  $\Delta r$  se hace sobre un plano inclinado de 3 m de altura y  $30^\circ$  de inclinación:

$$\Delta r = \frac{h}{\operatorname{sen} 30^\circ} = 6 \text{ m}$$

La fuerza normal que ejerce el suelo sobre el cuerpo es, en este caso, igual a la componente coseno del peso:

$$N = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ$$

Entonces:

$$W_{\text{roz}} = \Delta E_m \rightarrow F_{\text{roz}} \cdot \cos 180^\circ \cdot \Delta r = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h \rightarrow \mu \cdot N \cdot (-1) \cdot \Delta r = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h \rightarrow$$

$$\rightarrow \mu \cdot N \cdot (-1) \cdot \Delta r = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h \rightarrow -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{h}{\operatorname{sen} 30^\circ} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h \cdot \left(1 - \frac{\mu}{\operatorname{tg} 30^\circ}\right)}$$

La velocidad es independiente de la masa del objeto, como puede verse en la ecuación obtenida, donde las masas se han simplificado.

Por tanto, la velocidad con la que llega el cuerpo de doble masa al final del plano será:

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ m} \cdot \left(1 - \frac{0,33}{0,58}\right)} \simeq 5 \text{ m/s}$$