3. Resolución de ecuaciones de segundo orden

■ Resolución de ecuaciones del tipo $ax^2 + bx = 0$

De forma general podemos establecer lo siguiente:

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) \begin{cases} x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ ax + b = 0 \Rightarrow x = -\dfrac{b}{a} \end{cases}$$

■ Resolución de ecuaciones del tipo $ax^2 + c = 0$

De forma general cabe concluir que:

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{-c}{a} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

■ Resolución de ecuaciones del tipo $ax^2 + bx + c = 0$

Para resolver una ecuación de segundo grado completa $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$ aplicamos la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1 Resuelve estas ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $2x^2 - 3x = 0$

b) $4x^2 + 5x = 0$

c) $5x^2 - 125 = 0$

2 Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado completas:

a) $x^2 - 4x + 4 = 0$

b) $x^2 - 3x - 10 = 0$

3 Las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo son números consecutivos. ¿Cuánto miden?

3. Resolución de ecuaciones de segundo orden

Solucionario

1 ***a)*** $2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x \cdot (2x - 3) = 0 \Rightarrow x = 0; 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

b) $4x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x \cdot (4x + 5) = 0 \Rightarrow x = 0; 4x + 5 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$

c) $5x^2 - 125 = 0 \Rightarrow 5x^2 = 125 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{125}{5}} = \pm\sqrt{25} = 75 \Rightarrow x = 5; x = -5$

2 ***a)*** $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = 2$

b) $x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2} \Rightarrow x = 5; x = -2$

3 Llamamos a cada uno de los lados: x, $x + 1$ y $x + 2$.

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$(x + 2)^2 = (x + 1)^2 + x^2 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

Resolviendo la ecuación queda:

$x_1 = 3$ y $x_2 = -1$

De las dos soluciones obtenidas, nos quedamos con la positiva, ya que la solución negativa no tiene sentido en este enunciado. Así, los lados del triángulo rectángulo miden: 3, 4 y 5.