

# MATEMÁTICAS 1º Bach

## Examen unidad 6: Números complejos

Nombre: \_\_\_\_\_

1. (1,75 puntos) Calcula en forma binómica y representa gráficamente la solución:

$$\frac{(4-2i)i^5}{1+i}$$

2. a) (1 punto) Expresa en forma binómica el número complejo  $z = 4_{135^\circ}$  y represéntalo gráficamente.

b) (1 punto) Obtén el opuesto y el conjugado de  $z$ .

3. (1,75 puntos) Una de las raíces octavas de un número complejo,  $z$ , es  $-1 + i$ . Halla el valor de  $z$ .

4. (1,75 puntos) Halla las raíces sextas de  $-1$  e interpreta gráficamente los resultados obtenidos.

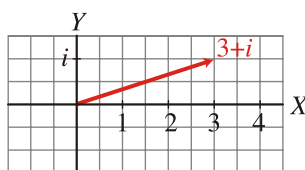
5. (1,75 puntos) Resuelve la ecuación:

$$3z^4 + 27z^2 = 0$$

### Resolución 1:

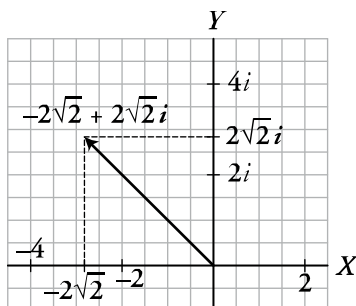
$$\begin{aligned}\frac{(4-2i)^5}{1+i} &= \frac{(4-2i)i}{1+i} = \frac{4i-2i^2}{1+i} = \frac{4i+2}{1+i} = \frac{2+4i}{1+i} = \frac{(2+4i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{2-2i+4i-4i^2}{1-i^2} = \\ &= \frac{2-2i+4i+4}{1+1} = \frac{6+2i}{2} = \frac{6}{2} + \frac{2i}{2} = 3+i\end{aligned}$$

Representación gráfica:



### Resolución 2:

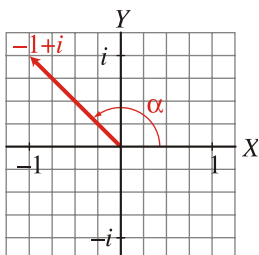
$$\text{a) } z = 4_{135^\circ} = 4(\cos 135^\circ + i \operatorname{sen} 135^\circ) = 4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$$



$$\begin{aligned}\text{b) Opuesto} &\rightarrow -z = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i \\ \text{Conjugado} &\rightarrow \bar{z} = -2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i\end{aligned}$$

### Resolución 3:

Si  $-1+i$  es una raíz octava de  $z$ , entonces:  $z = (-1+i)^8$   
Expresamos  $-1+i$  en forma polar:



$$|-1+i| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{-1} = -1 \rightarrow \alpha = 135^\circ \text{ (pues está en el 2.º cuadrante)}$$

$$\text{Por tanto: } z = (-1+i)^8 = (\sqrt{2}_{135^\circ})^8 = 16_{1080^\circ} = 16_{0^\circ} = 16$$

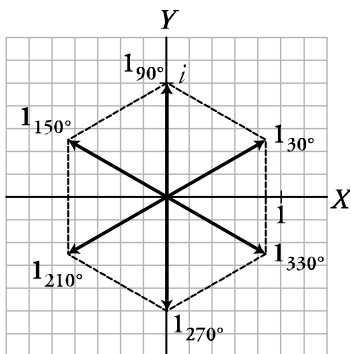
### **Resolución 4:**

$$\sqrt[6]{-1} = \sqrt[6]{1_{180^\circ}} = 1_{\frac{180^\circ + 360^\circ k}{6}} = 1_{30^\circ + 60^\circ k}; \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

Las seis raíces son:

$$1_{30^\circ}; \quad 1_{90^\circ}; \quad 1_{150^\circ}; \quad 1_{210^\circ}; \quad 1_{270^\circ}; \quad 1_{330^\circ}$$

Interpretación gráfica:



Los afijos de las seis raíces ocupan los vértices de un hexágono regular centrado en el origen.

### **Resolución 5:**

$$3z^4 + 27z^2 = 0 \rightarrow 3z^2(z^2 + 9) = 0$$

$$\begin{cases} 3z^2 = 0 \rightarrow z = 0 \\ z^2 + 9 = 0 \rightarrow z^2 = -9 \rightarrow z = \pm\sqrt{-9} = \pm 3i \end{cases}$$

Hay tres soluciones:  $z_1 = -3i$ ;  $z_2 = 0$ ;  $z_3 = 3i$