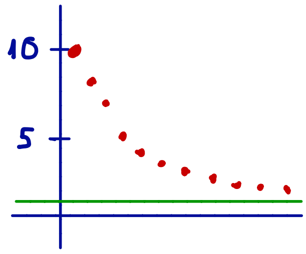
Sucesiones

63 ¿ Cota superior e inferior?

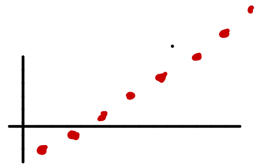


Cotas superiores : 10, 11, ...

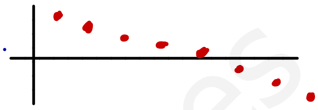
Cotas inferiores : 1 ; 0'8 ; ....

64. Representa gráficamente una sucesión que:

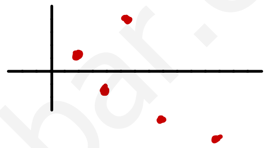
a) No esté acotada superiorm., pero sí inferiorm.



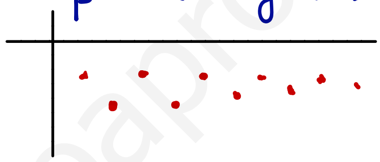
b) " " " inferiorm., " " superiorm.



c) No esté acotada ni superior ni inferiorm.



d) Esté acotada super. e inferiorm. por nº negativos



65. Averigua cuál es la diferencia entre el límite de la sucesión $a_n = \frac{3n+1}{n+1}$ y el valor de $a_{10.000}$

El límite de a_n es 3 (basta con calcular a_n, con n bastante grande $a_1 = 2$; $a_{10} = 2'818$; $a_{10000} = 2'9998\ldots$)

$3 - 2'9998\ldots = 0'00019998\ldots$

66. Halla el valor absoluto de la diferencia entre el límite de la sucesión de término general $a_n = \frac{n^2+4}{-n^2}$ y el valor del término a_{100}.

El límite es -1.

$|a_{100} - L| = |-1'0004 - (-1)| = 0'0004$

68. ¿10 primeros términos de $a_n = 3n - 7$? ¿Es convergente o divergente?

$a_1 = 3 - 7 = -4$

$a_2 = 6 - 7 = -1$

$\vdots$

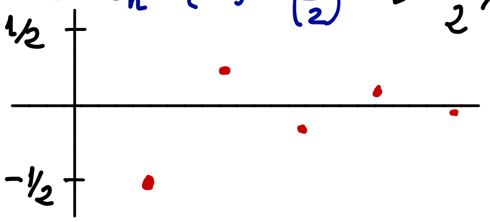
$-4, -1, 2, 5, 8, 11, 14, \ldots$

Divergente

69. Escribe 3 sucesiones de oscilación infinita.

$a_n=(-1)^n\cdot n$; $b_n=(-2)^n$; $c_n=(-1)^n\cdot n^2$

70. Representa $a_n=(-1)^n\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n \rightarrow -\frac{1}{2},\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\frac{1}{16},\dots$



Es convergente.
Su límite es 0.

71. Escribe 3 sucesiones de oscilación finita.

$a_n=(-1)^n\cdot 3$; $b_n=(-1)^n\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n$; $c_n=\left(-\frac{1}{4}\right)^n$

73. Sucesión acot. sup. $L\neq a_n \Rightarrow$ Creciente $a_n=\frac{-1}{n}$

Decrec. $b_n=\frac{1}{n}$

Sucesión " " $L=$ alguno de sus términos $a_n=20$

131. ¿Son monótonas? ¿Crec. o decrec?

a) $a_n=3n-7$. Veamos si $a_{n+1}\geq a_n \Leftrightarrow a_{n+1}-a_n\geq 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3\cdot(n+1)-7-(3n-7)=3\geq 0$ Cierto, luego es monót. creciente.

b) $a_n=5-2n$. Es monótona decreciente: $a_{n+1}\leq a_n \Leftrightarrow$
$5-2\cdot(n+1)\leq 5-2n \Leftrightarrow 5-2n-2\leq 5-2n \Leftrightarrow -2\leq 0$ Cierto

c) $a_n=(-2)^n$. No monótona. Es oscilante $-2,4,-8,16,\dots$

d) $a_n=4n(n-1)$. Es monótona creciente: $a_n\leq a_{n+1} \Leftrightarrow$
$4n^2-4n\leq 4\cdot(n+1)\cdot n \Leftrightarrow 4n^2-4n\leq 4n^2+4n \Leftrightarrow 0\leq 8n$ Cierto pues $n\in\mathbb{N}$

132. ¿Tres cotas superiores?

a) $a_n=\frac{-3n}{n^2+1}$ Como tiene todos sus términos negativos: $c_1=0$; $c_2=0'7$; $c_3=8$

b) $b_n=2n+3$ No tiene porque no está acotada superiorm. $\rightarrow$ Supongamos que $\exists\, K\in\mathbb{N}$ t.q. $K\geq 2n+3\ \forall n\in\mathbb{N}$. Si $m\in\mathbb{N}$ $m>K$, $2m+3>2K+3>K$!! Luego no está acotad. superiorm.

c) $a_n=\frac{6-2n}{3n}$; $\frac{4}{3},\frac{1}{3},0,\underset{-0'1\hat{6}}{-\frac{1}{6}},\underset{-0'2\hat{6}}{-\frac{4}{5}},\dots\rightarrow -\frac{2}{3}$ L; $c_1=\frac{4}{3}$; $c_2=2$, ...

d) $a_n=(-2)^n$; No tiene cotas. Oscilación infinita.

134. ¿3 cotas superiores y 3 cotas inferiores?

$a_n = \frac{n-5}{n}$; $\lim a_n = 1$

$-4, \frac{-3}{2}, \frac{-2}{3}, \frac{-1}{4}, 0, \frac{1}{6}, \frac{2}{7}, \ldots, \frac{1}{2}, \ldots, 0'95, \ldots$

Cotas superiores: 1; 2; 100; ...

Cotas inferiores: -4; $-4'1$; -10; ...

Veamos si $\frac{n-5}{n} \le 1 \ \forall n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n-5 \le n \Leftrightarrow -5 \le 0$ Cierto.

Veamos si $\frac{n-5}{n} \ge -4 \ \forall n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n-5 \ge -4n \Leftrightarrow 5n \ge 5 \Leftrightarrow n \ge 1$ ✓

7. Eval. estándares: Demuestra que la sucesión de término general $a_n = \frac{n+3}{n}$ es decreciente y acotada, y calcula una cota superior y una inferior.

$$a_{n+1} \le a_n \Leftrightarrow \frac{n+\overbrace{1+3}^{4}}{n+1} \le \frac{n+3}{n} \Leftrightarrow \frac{n+4}{n+1} - \frac{n+3}{n} \le 0 \Leftrightarrow \frac{n^2+4n-n^2-4n-4}{(n+1)\cdot n} \le 0$$

$\Leftrightarrow \frac{-4}{(n+1)\cdot n} \le 0$ Cierto $\forall n \in \mathbb{N}$ por lo que es decreciente

Veamos que es acotada

$a_n = \frac{n+3}{n} \Rightarrow 4, \frac{5}{2}, 2, \frac{7}{4}, \frac{8}{5}, \ldots, 1'3, \ldots, 1'03, \ldots, 1'003, \ldots \to L = 1$

Cota superior: 4 $\quad \frac{n+3}{n} \le 4 \Leftrightarrow n+3 \le 4n \Leftrightarrow 3 \le 3n \Leftrightarrow 1 \le n$ Cierto $\forall n \in \mathbb{N}$

Cota inferior: 1 $\quad \frac{n+3}{n} \ge 1 \Leftrightarrow n+3 \ge n \Leftrightarrow 3 \ge 0$ Cierto