

Problemas de trigonometría

Relaciones trigonométricas de un ángulo

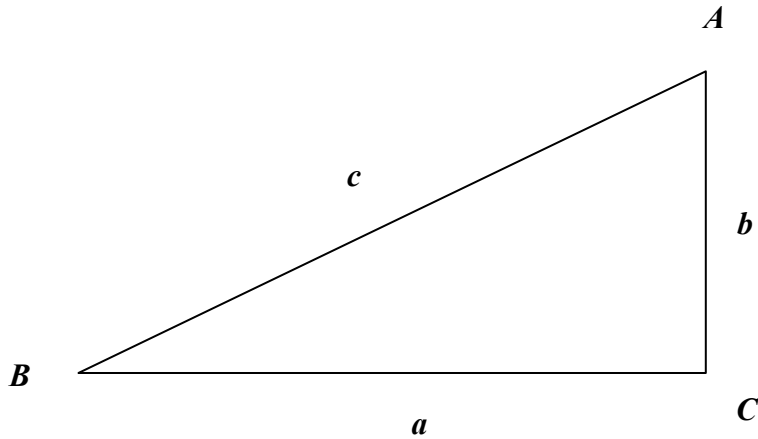
1. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al primer cuadrante, y sabiendo que $\sin \alpha = \frac{8}{17}$.
2. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al segundo cuadrante, y sabiendo que $\sin \alpha = 0,28$.
3. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al tercer cuadrante, y sabiendo que $\tan \alpha = \frac{12}{35}$.
4. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al cuarto cuadrante, y sabiendo que $\cos \alpha = 0,8$.
5. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al primer cuadrante, y sabiendo que $\tan \alpha = 2$.
6. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al segundo cuadrante, y sabiendo que $\sin \alpha = \frac{1}{2}$.
7. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al tercer cuadrante, y sabiendo que $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$.
8. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al cuarto cuadrante, y sabiendo que $\tan \alpha = -3$.
9. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al segundo cuadrante, y sabiendo que $\tan \alpha = -1,05$.

Relaciones entre razones de ángulos

1. Conociendo las razones trigonométricas de 45° , calcular las de 135° .
2. Conociendo las razones trigonométricas de 60° , calcular las de 240° .
3. Conociendo las razones trigonométricas de 30° , calcular las de -30° .
4. Calcular las razones trigonométricas de 300° .
5. Calcular las razones trigonométricas de 150° .
6. Calcular las razones trigonométricas de 225° .
7. Calcular las razones trigonométricas de 130° en función de las de un ángulo del primer cuadrante.
8. Calcular las razones trigonométricas de 333° en función de las de un ángulo del primer cuadrante.
9. Calcular las razones trigonométricas de -15° en función de las de un ángulo del primer cuadrante.
10. Calcular las razones trigonométricas de 40° en función de las de su complementario.
11. Calcular las razones trigonométricas del ángulo $\frac{5\pi}{6}$ rad.
12. Calcular las razones trigonométricas del ángulo $\frac{5\pi}{3}$ rad.
13. Calcular las razones trigonométricas del ángulo 1125° .
14. Calcular las razones trigonométricas del ángulo 4000° en función de las de uno del primer cuadrante.
15. Calcular las razones trigonométricas del ángulo 1750° en función de las de uno del primer cuadrante.
16. Calcular las razones trigonométricas del ángulo 21π rad

Resolución de Triángulos

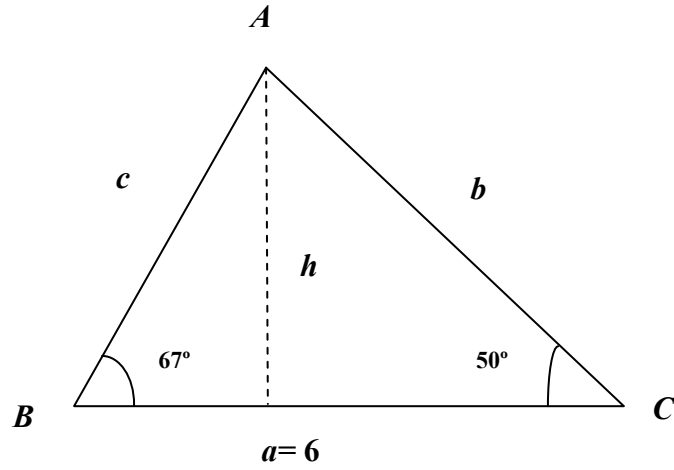
Dado el siguiente triángulo



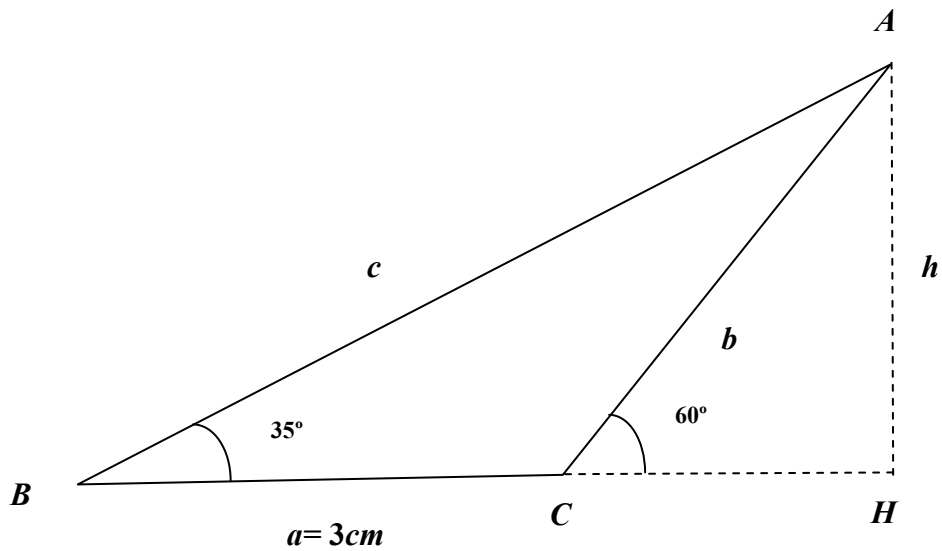
Se pide resolverlo en los siguientes casos:

- Cuando $c=12$ y $A=35^\circ$
 - Cuando $c=17$ y $a=15$
 - Cuando $b=28$ y $a=45$
 - Cuando $c=73$ y $b=48$
 - Cuando $b=5$ y $B=40^\circ$
 - Cuando $c=25$ y $B=30^\circ$
 - Cuando $b=72$ y $a=65$
2. Los lados iguales de un triángulo isósceles miden 85 dm cada uno y el desigual 168 dm . Calcular los ángulos de dicho triángulo, así como la altura sobre el lado desigual.
3. En un triángulo isósceles, el ángulo opuesto al lado desigual mide 65° , y cada uno de los lados iguales mide 12 . Calcular el lado desigual y la altura sobre él.

4. Calcula la altura h y los lados b y c del triángulo no rectángulo siguiente:



5. Calcula la altura h y los lados b y c del siguiente triángulo no rectángulo



Aplicaciones de la trigonometría

1. La base de un triángulo isósceles mide 5cm y el ángulo opuesto a dicho lado es de 55° . Calcula la altura sobre dicha base y el área del triángulo.
2. Calcula el área de un triángulo del que se conocen sus lados, $a=15\text{cm}$ y $b=20\text{cm}$, y el ángulo comprendido entre ellos.
3. Calcula el área de un triángulo del que se conocen dos de sus $a=5\text{cm}$ y $b=3\text{cm}$, y uno de sus ángulos $C=100^\circ$.
4. Hallar la base y la altura de un rectángulo sabiendo que una de sus diagonales mide 20cm , y que forma un ángulo de 30° con la base.
5. Una escalera de 6m de largo se apoya en una pared desde una distancia de 3m hasta la pared. Calcular hasta que altura está apoyada desde el suelo.
6. En una circunferencia de 40cm de diámetro, calcula el ángulo central que determinan los extremos de una cuerda de 30cm de longitud.
7. Calcula el lado y la apotema de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de 20cm de radio.
8. Calcula el área de un decágono regular de lado 15cm .
9. Una torre de 20m proyecta una sombra de 25m de longitud, calcula la inclinación de los rayos del sol.
10. La inclinación de los rayos solares en cierto momento es de 38° . Calcula la longitud de la sombra que proyecta un árbol de $3,5\text{m}$ de altura.
11. Desde un faro, situado a 40m sobre el nivel del mar, se observa un barco bajo un ángulo de 28° . Calcular la distancia que separa al barco del faro, o lo que es lo mismo, de la costa.
12. Desde cierto punto se ve el punto más alto de una torre bajo un ángulo de 35° . Si retrocedemos 200m , se ve la torre pero ahora con un ángulo de 20° . Calcula la altura de la torre.
13. Un barco con problemas de combustible se acerca a la costa, apenas le queda gasolina para recorrer 4km . Su capitán observa la luz del faro bajo un ángulo $1^\circ 30'$, después de avanzar hacia él 1000m , vuelve a observar la luz, esta vez bajo un ángulo de 2° . A la vista de esta última

medida, el capitán ya sabe lo que tiene que hacer, se acuerda de que en 4º de la ESO solucionó un montón de problemas parecidos. ¿Pedirá socorro a los guardacostas o no será necesario?, ¿desde que altura se proyectaba la luz del faro?

14. Unos jóvenes descuelgan una cuerda de $60m$ desde lo alto de un puente, con el objeto de tomar las medidas adecuadas para lanzarse más tarde al vacío, atados a ella. Uno de ellos baja hasta la base del puente y camina hasta tener una perspectiva del extremo que cuelga de la cuerda con un ángulo de 20° , mientras que ve a los amigos en lo alto del puente con un ángulo de 80° .

Sabiendo que la elasticidad de esa cuerda para tu peso es de $5m$ ¿te atreverías a saltar al vacío?.

Problemas de trigonometría

Relaciones trigonométricas de un ángulo

1. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al primer cuadrante, y sabiendo que $\sin \alpha = \frac{8}{17}$.

Solución:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{8}{17}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \pm \sqrt{\frac{225}{289}} = \pm \frac{15}{17} \quad (\text{Escogemos la solución positiva}$$

porque estamos en el primer cuadrante) $\Rightarrow \cos \alpha = 0,8824$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,4706}{0,8824} = 0,5333$$

2. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al segundo cuadrante, y sabiendo que $\sin \alpha = 0,28$.

Solución:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow (0,28)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 0,9216 \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{0,9216} = \pm 0,96 \Rightarrow \cos \alpha = -0,96 \quad (2^\circ \text{ cuadrante})$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,28}{-0,96} = -0,2916$$

3. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al tercer cuadrante, y sabiendo que $\tan \alpha = \frac{12}{35}$.

Solución:

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \left(\frac{12}{35}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1225}{1369}} \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = -0,9459 \quad (3^\circ \text{ cuadrante})$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + (-0,9459)^2 = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{0,1052} \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = -0,3245 \quad (3^\circ \text{ cuadrante})$$

4. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al cuarto cuadrante, y sabiendo que $\cos \alpha = 0,8$.

Solución:

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + 0,8^2 = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{0,36} = \pm 0,6 \Rightarrow \\ \sin \alpha &= -0,6 \quad (4^\circ \text{ cuadrante}) \\ \tan \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{0,6}{0,8} = -0,75\end{aligned}$$

5. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al primer cuadrante, y sabiendo que $\tan \alpha = 2$.

Solución:

$$\begin{aligned}\tan^2 \alpha + 1 &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 2^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{5}} \Rightarrow \\ \cos \alpha &= 0,4472 \quad (1^\circ \text{ cuadrante}) \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + (0,4472)^2 = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{0,8} \Rightarrow \\ \sin \alpha &= 0,8944 \quad (1^\circ \text{ cuadrante})\end{aligned}$$

6. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al segundo cuadrante, y sabiendo que $\sin \alpha = \frac{1}{2}$.

Solución:

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \\ \cos \alpha &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2^\circ \text{ cuadrante}) \\ \tan \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2^\circ \text{ cuadrante})\end{aligned}$$

7. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al tercer cuadrante, y sabiendo que $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$.

Solución:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{8}{9}} \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (3^\circ \text{ cuadrante})$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-2\sqrt{2}/3}{-1/3} = 2\sqrt{2} \quad (3^\circ \text{ cuadrante})$$

8. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al cuarto cuadrante, y sabiendo que $\tan \alpha = -3$.

Solución:

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow (-3)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{10}} \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10} \quad (4^\circ \text{ cuadrante})$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{3\sqrt{10}}{10} \quad (4^\circ \text{ cuadrante})$$

9. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α , que pertenece al segundo cuadrante, y sabiendo que $\tan \alpha = -1,05$.

Solución:

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow (-1,05)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{2,1025}} \Rightarrow$$

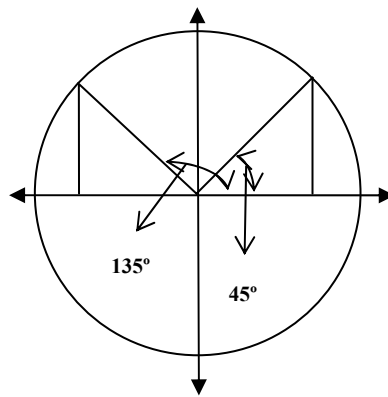
$$\cos \alpha = -0,69 \quad (2^\circ \text{ cuadrante})$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow -1,05 = \frac{\sin \alpha}{-0,69} \Rightarrow \sin \alpha = 0,72$$

Relaciones entre razones de ángulos

1. Conociendo las razones trigonométricas de 45° , calcular las de 135° .

Solución:



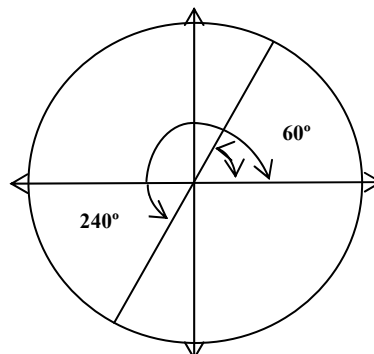
$$\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 135^\circ = \frac{\sin 135^\circ}{\cos 135^\circ} = -\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -1$$

2. Conociendo las razones trigonométricas de 60° , calcular las de 240° .

Solución:



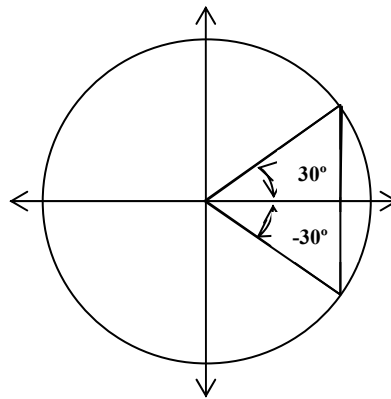
$$\sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 240^\circ = \frac{\sin 240^\circ}{\cos 240^\circ} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

3. Conociendo las razones trigonométricas de 30° , calcular las de -30° .

Solución:



$$\sin(-30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(-30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(-30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

4. Calcular las razones trigonométricas de 300° .

Solución:

$$300^\circ = 360^\circ - 60^\circ$$

$$\sin 300^\circ = \sin(-60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 300^\circ = \cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 300^\circ = \tan(-60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

5. Calcular las razones trigonométricas de 150° .

Solución:

$$150^\circ = 180^\circ - 30^\circ$$

$$\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 150^\circ = \tan(180^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

6. Calcular las razones trigonométricas de 225° .

Solución:

$$225^\circ = 180^\circ + 45^\circ$$

$$\sin 225^\circ = \sin(180^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 225^\circ = \cos(180^\circ + 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 225^\circ = \tan(180^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

7. Calcular las razones trigonométricas de 130° en función de las de un ángulo del primer cuadrante.

Solución:

$$130^\circ = 180^\circ - 50^\circ$$

$$\sin 130^\circ = \sin(180^\circ - 50^\circ) = \sin 50^\circ$$

$$\cos 130^\circ = \cos(180^\circ - 50^\circ) = -\cos 50^\circ$$

$$\tan 130^\circ = \tan(180^\circ - 50^\circ) = -\tan 50^\circ$$

8. Calcular las razones trigonométricas de 333° en función de las de un ángulo del primer cuadrante.

Solución:

$$333^\circ = 360^\circ - 27^\circ$$

$$\sin 333^\circ = \sin(-27^\circ) = -\sin 27^\circ$$

$$\cos 333^\circ = \cos(-27^\circ) = \cos 27^\circ$$

$$\tan 333^\circ = \tan(-27^\circ) = -\tan 27^\circ$$

9. Calcular las razones trigonométricas de -15° en función de las de un ángulo del primer cuadrante.

Solución:

$$\sin(-15^\circ) = -\sin 15^\circ$$

$$\cos(-15^\circ) = \cos 15^\circ$$

$$\tan(-15^\circ) = -\tan 15^\circ$$

10. Calcular las razones trigonométricas de 40° en función de las de su complementario.

Solución:

$$\begin{aligned}90^\circ - 40^\circ &= 50^\circ \\ \sin 40^\circ &= \cos 50^\circ \\ \cos 40^\circ &= \sin 50^\circ \\ \tan 40^\circ &= \frac{1}{\tan 50^\circ}\end{aligned}$$

11. Calcular las razones trigonométricas del ángulo $\frac{5\pi}{6}$ rad.

Solución:

$$\begin{aligned}\pi - \frac{5\pi}{6} &= \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{Suplementarios} \\ \sin \frac{5\pi}{6} &= \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \\ \cos \frac{5\pi}{6} &= \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan \frac{5\pi}{6} &= \tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \tan \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

12. Calcular las razones trigonométricas del ángulo $\frac{5\pi}{3}$ rad.

Solución:

$$\begin{aligned}2\pi - \frac{\pi}{3} &= \frac{5\pi}{3} \\ \sin \frac{5\pi}{3} &= \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos \frac{5\pi}{3} &= \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \\ \tan \frac{5\pi}{3} &= \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}\end{aligned}$$

13. Calcular las razones trigonométricas del ángulo 1125° .

Solución:

$$1125^\circ = 360^\circ \cdot 3 + 45^\circ = 3 \text{ vueltas} + 45^\circ$$

$$\sin 1125^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 1125^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 1125^\circ = \tan 45^\circ = 1$$

14. Calcular las razones trigonométricas del ángulo 4000° en función de las de uno del primer cuadrante.

Solución:

$$4000^\circ = 360^\circ \cdot 11 + 40^\circ$$

$$\sin 4000^\circ = \sin 40^\circ$$

$$\cos 4000^\circ = \cos 40^\circ$$

$$\tan 4000^\circ = \tan 40^\circ$$

15. Calcular las razones trigonométricas del ángulo 1750° en función de las de uno del primer cuadrante.

Solución:

$$1750^\circ = 360^\circ \cdot 4 + 310^\circ$$

$$310^\circ = 360^\circ - 50^\circ \Rightarrow 310^\circ = -50^\circ$$

$$\sin 310^\circ = \sin(-50^\circ) = -\sin 50^\circ$$

$$\cos 310^\circ = \cos(-50^\circ) = \cos 50^\circ$$

$$\tan 310^\circ = \tan(-50^\circ) = -\tan 50^\circ$$

16. Calcular las razones trigonométricas del ángulo 21π rad

Solución:

$$21\pi = 2\pi \cdot 10 + \pi$$

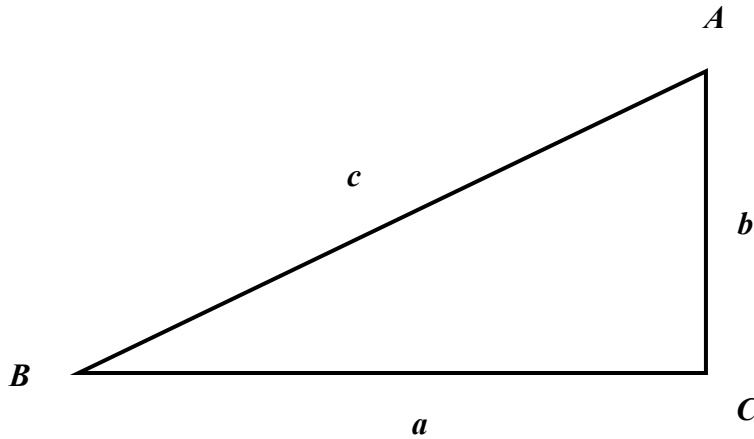
$$\sin 21\pi = \sin \pi = 0$$

$$\cos 21\pi = \cos \pi = -1$$

$$\tan 21\pi = 0$$

Resolución de Triángulos

Dado el siguiente triángulo



Se pide resolverlo en los siguientes casos:

- a) Cuando $c=12$ y $A=35^\circ$
- b) Cuando $c=17$ y $a=15$
- c) Cuando $b=7$ y $a=24$
- d) Cuando $b=28$ y $a=45$
- e) Cuando $c=73$ y $b=48$
- f) Cuando $b=5$ y $B=40^\circ$
- g) Cuando $c=25$ y $B=30^\circ$
- h) Cuando $b=72$ y $a=65$

Solución:

a)

$$A + B = 90^\circ \Rightarrow B = 90^\circ - A = 55^\circ$$

$$\sin B = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \sin B = 12 \cdot \sin 55^\circ = 9,83$$

$$\cos B = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos B = 12 \cdot \cos 55^\circ = 6,88$$

b)

$$\cos B = \frac{a}{c} = \frac{15}{17} = 0,8823 \Rightarrow B = 28^{\circ}4'21''$$

$$A + B = 90^{\circ} \Rightarrow A = 90^{\circ} - B = 90^{\circ} - 28^{\circ}4'21'' = 61^{\circ}55'39''$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$$

c)

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$$

$$\tan B = \frac{b}{a} = \frac{7}{24} = 0,2916 \Rightarrow B = 16^{\circ}15'37''$$

$$A = 90^{\circ} - B = 73^{\circ}44'23''$$

d)

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{45^2 + 28^2} = 53$$

$$\tan B = \frac{b}{a} = \frac{28}{45} = 0,6222 \Rightarrow B = 31^{\circ}53'27''$$

$$A = 90^{\circ} - B = 58^{\circ}6'33''$$

e)

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a = \sqrt{73^2 - 48^2} = 55$$

$$\sin B = \frac{b}{c} = \frac{48}{73} = 0,6575 \Rightarrow B = 41^{\circ}6'43''$$

$$A = 90^{\circ} - B = 48^{\circ}53'17''$$

f)

$$A = 90^{\circ} - B = 90^{\circ} - 40^{\circ} = 50^{\circ}$$

$$\sin B = \frac{b}{c} \Rightarrow c = \frac{5}{\sin 40^{\circ}} = 7,78$$

$$\cos B = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos 40^{\circ} = 7,78 \cdot 0,766 = 5,96$$

g)

$$A = 90^{\circ} - B = 60^{\circ}$$

$$\sin B = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \sin B = 25 \cdot \frac{1}{2} = 12,5$$

$$\cos B = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos B = 25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 21,65$$

h)

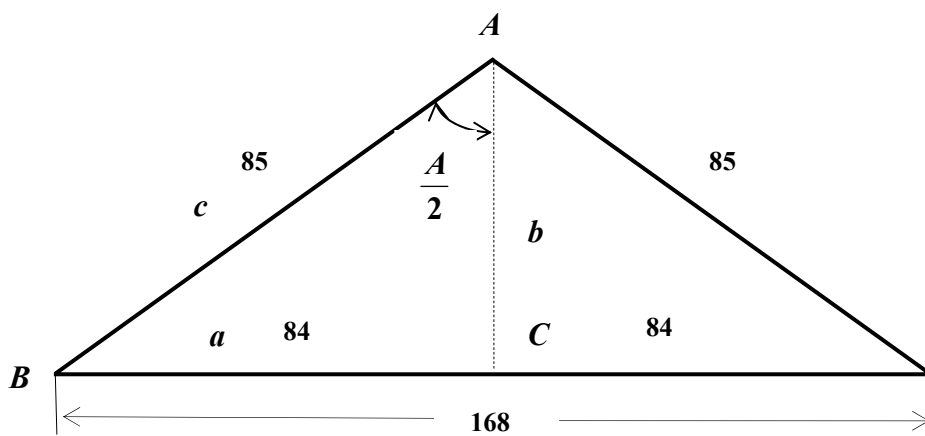
$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{65^2 + 72^2} = 97$$

$$\tan B = \frac{b}{a} = \frac{72}{65} = 1,1077 \Rightarrow B = 47^\circ 55' 30''$$

$$A = 90^\circ - B = 42^\circ 4' 30''$$

2. Los lados iguales de un triángulo isósceles miden 85 dm cada uno y el desigual 168 dm. Calcular los ángulos de dicho triángulo, así como la altura sobre el lado desigual.

Solución:



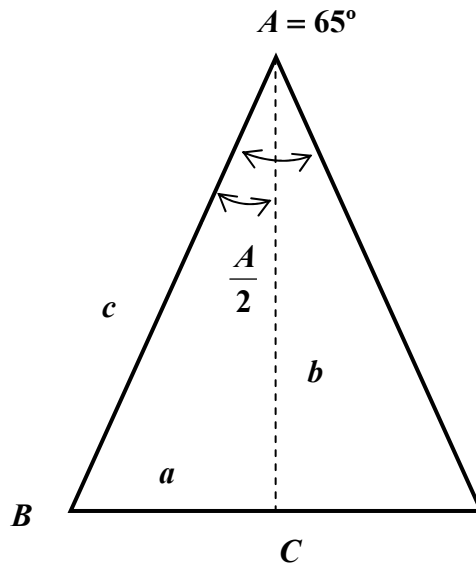
$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b = \sqrt{85^2 - 84^2} = 13$$

$$\sin B = \frac{b}{c} = \frac{13}{85} = 0,1529 \Rightarrow B = 8^\circ 47' 51''$$

$$\frac{A}{2} = 90^\circ - B = 81^\circ 12' 9'' \Rightarrow A = 162^\circ 24' 18''$$

3. En un triángulo isósceles, el ángulo opuesto al lado desigual mide 65°, y cada uno de los lados iguales mide 12. Calcular el lado desigual y la altura sobre él.

Solución:



$$c = 12$$

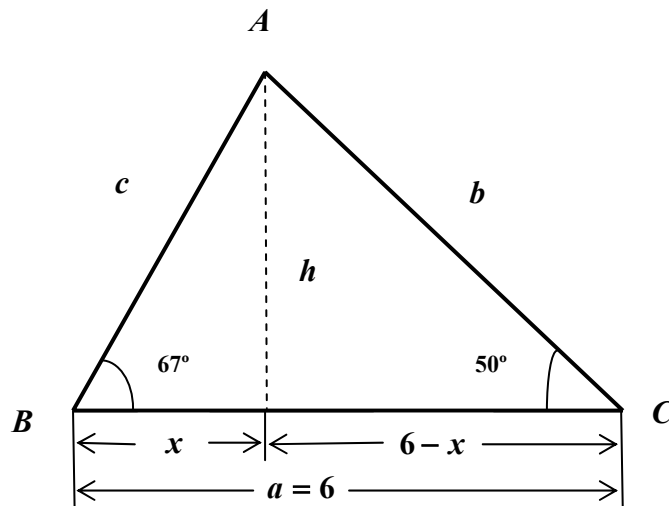
$$\frac{A}{2} = 32^{\circ}30'$$

$$\sin \frac{A}{2} = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin \frac{A}{2} = 12 \cdot 0,5373 = 6,45$$

$$\text{lado desigual} = 2a = 12,9\text{cm}$$

$$\cos \frac{A}{2} = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos \frac{A}{2} = 12 \cdot 0,8434 = 10,12\text{cm de altura}$$

4. Calcula la altura h y los lados b y c del triángulo no rectángulo siguiente:



Solución:

$$\begin{cases} \tan 67^\circ = \frac{h}{x} \\ \tan 50^\circ = \frac{h}{6-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 2,3559 \cdot x \\ h = 1,1918(6-x) \end{cases} \Rightarrow 2,3559 \cdot x = 1,1918(6-x) \Rightarrow$$

$$x = \frac{7,1508}{3,5476} \approx 2 \text{ cm}$$

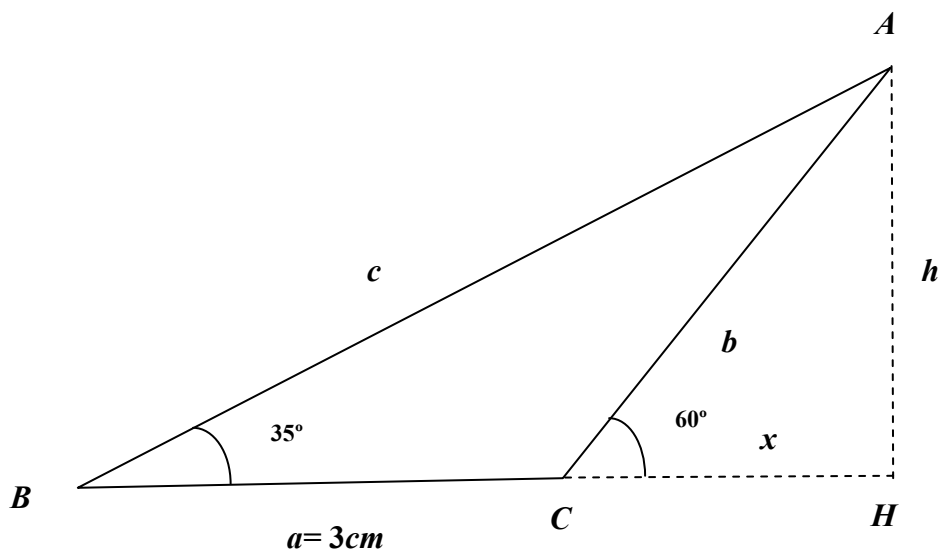
$$6 - x = 4$$

$$h = 4,73 \text{ cm de altura}$$

$$\cos 67^\circ = \frac{x}{c} \Rightarrow c = \frac{2}{\cos 67^\circ} = 5,12 \text{ cm}$$

$$\cos 50^\circ = \frac{6-x}{b} \Rightarrow b = \frac{4}{\cos 50^\circ} = 6,22 \text{ cm}$$

5. Calcula la altura h y los lados b y c del siguiente triángulo no rectángulo



Solución:

$$\begin{cases} \tan 35^\circ = \frac{h}{3+x} \\ \tan 60^\circ = \frac{h}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 0,7(3+x) \\ h = 1,73 \cdot x \end{cases} \Rightarrow 0,7(3+x) = 1,73 \cdot x \Rightarrow$$

$$x = \frac{2,1}{1,03} = 2,03 \text{ cm} \Rightarrow h = 1,73 \cdot 2,03 = 3,53 \text{ cm de altura}$$

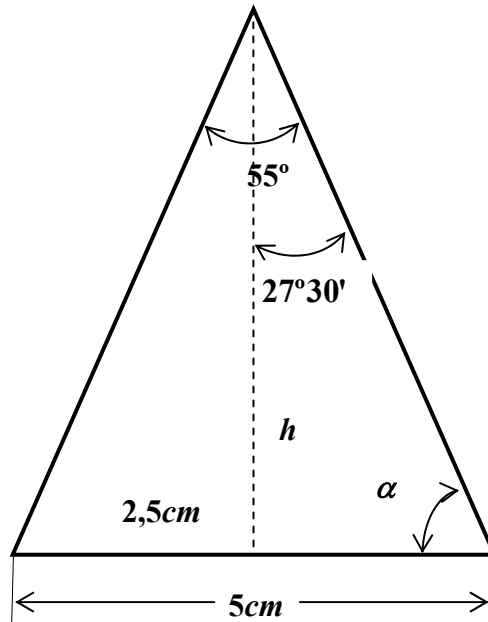
$$\sin 60^\circ = \frac{h}{b} \Rightarrow b = \frac{h}{\sin 60^\circ} = \frac{3,53}{0,866} = 4,07 \text{ cm}$$

$$\sin 35^\circ = \frac{h}{c} \Rightarrow c = \frac{h}{\sin 35^\circ} = \frac{3,53}{0,5736} = 6,15 \text{ cm}$$

Aplicaciones de la trigonometría

1. La base de un triángulo isósceles mide 5cm y el ángulo opuesto a dicho lado es de 55° . Calcula la altura sobre dicha base y el área del triángulo.

Solución:

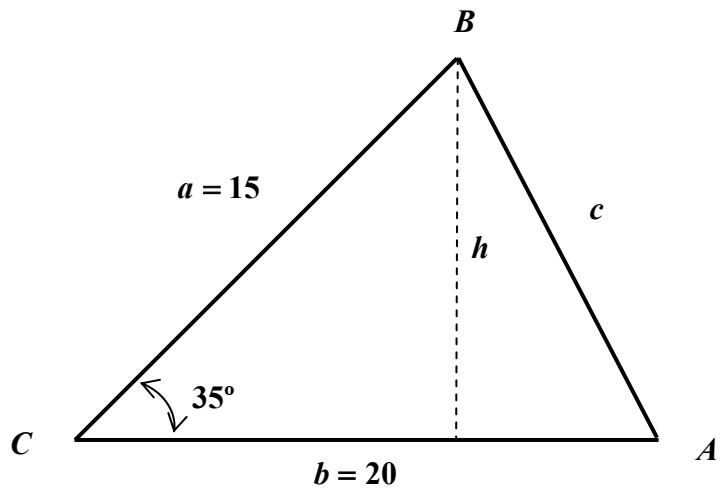


$$\tan 27^\circ 30' = \frac{2,5}{h} \Rightarrow h = \frac{2,5}{0,52} = 4,8\text{cm de altura}$$

$$\text{Área} = \frac{5 \cdot 4,8}{2} = 12\text{cm}^2$$

2. Calcula el área de un triángulo del que se conocen sus lados, $a=15\text{cm}$ y $b=20\text{cm}$, y el ángulo comprendido entre ellos $C=35^\circ$.

Solución:

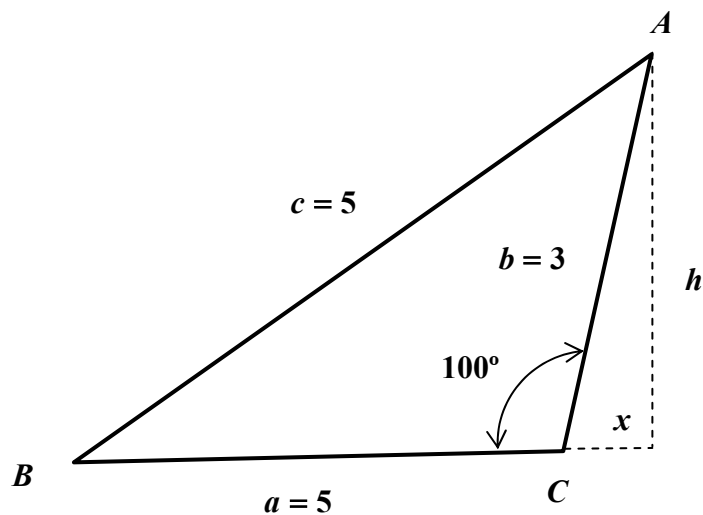


$$\sin 35 = \frac{h}{15} \Rightarrow h = 15 \cdot \sin 35^\circ = 8,6 \text{ cm de altura}$$

$$\text{Área} = \frac{20 \cdot 8,6}{2} = 80 \text{ cm}^2$$

3. Calcula el área de un triángulo del que se conocen dos de sus $a=5\text{cm}$ y $b=3\text{cm}$, y uno de sus ángulos $C=100^\circ$.

Solución:



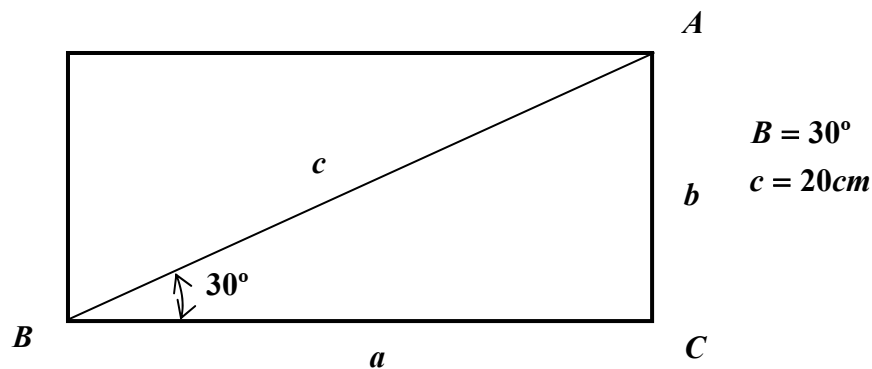
$$\sin(180^\circ - 100^\circ) = \frac{h}{3} \Rightarrow h = 3 \cdot \sin 80^\circ = 2,95 \text{ cm}$$

$$\cos(180^\circ - 100^\circ) = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 3 \cdot \cos 80^\circ = 0,52 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{5,52 \cdot 2,95}{2} = 8,14 \text{ cm}^2$$

4. Hallar la base y la altura de un rectángulo sabiendo que una de sus diagonales mide 20 cm , y que forma un ángulo de 30° con la base.

Solución:

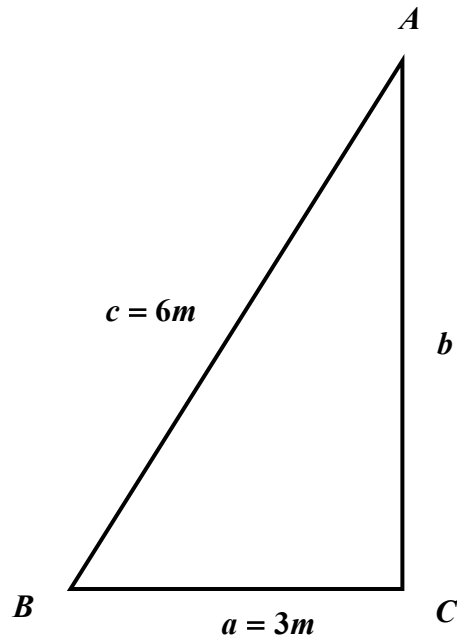


$$\sin B = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \sin B = 20 \cdot \sin 30^\circ = 10 \text{ cm}$$

$$\cos B = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos B = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} = 17,32 \text{ cm}$$

5. Una escalera de 6 m de largo se apoya en una pared desde una distancia de 3 m hasta la pared. Calcular hasta que altura está apoyada desde el suelo.

Solución:

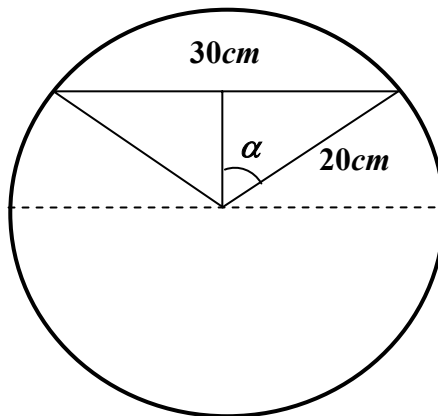


$$\cos B = \frac{a}{c} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 60^\circ$$

$$\sin B = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \sin B = 6 \cdot \sin 60^\circ = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} = 5,196m$$

6. En una circunferencia de $40cm$ de diámetro, calcula el ángulo central que determinan los extremos de una cuerda de $30cm$ de longitud.

Solución:

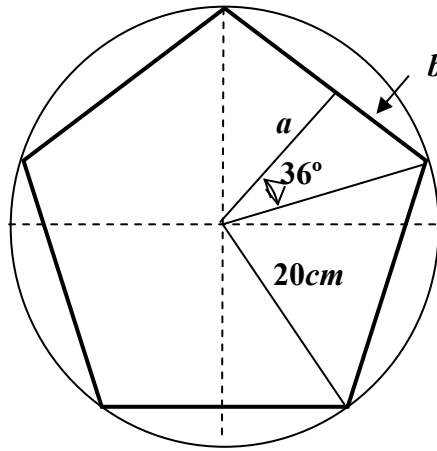


$$\sin \alpha = \frac{15}{20} = 0,75 \Rightarrow \alpha = 48^\circ 35' 25''$$

$$\text{ángulo central} = 2\alpha = 97^\circ 10' 50''$$

7. Calcula el lado y la apotema de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de $20cm$ de radio.

Solución:



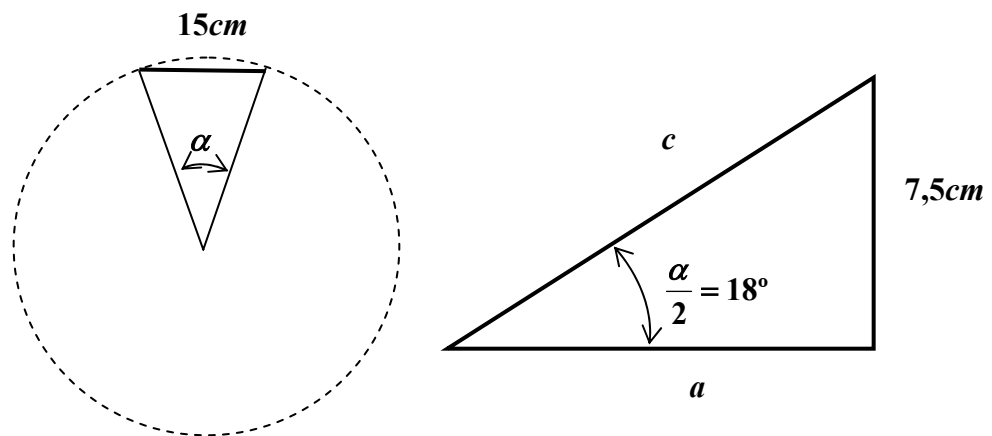
$$\text{ángulo central} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\sin 36^\circ = \frac{b}{20} \Rightarrow b = 20 \cdot \sin 36^\circ = 11,756 \text{ cm}$$

$$\cos 36^\circ = \frac{a}{20} \Rightarrow a = 20 \cdot \cos 36^\circ = 16,18 \text{ cm}$$

8. Calcula el área de un decágono regular de lado 15cm.

Solución:



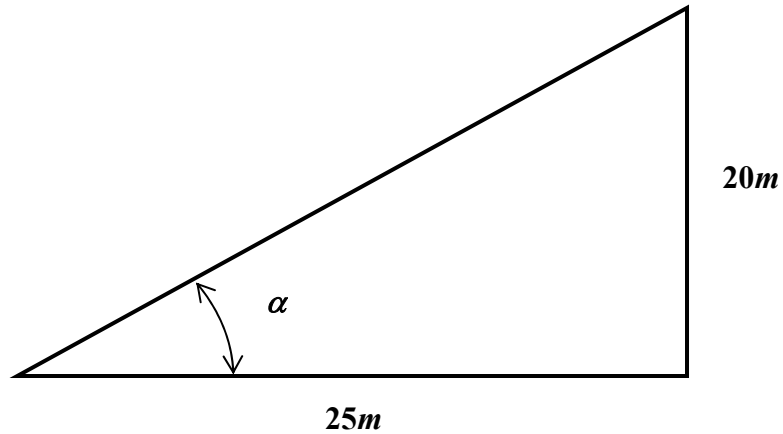
$$\alpha = \text{ángulo central} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 18^\circ$$

$$\tan 18^\circ = \frac{7,5}{a} \Rightarrow a = \frac{7,5}{\tan 18^\circ} = 23,08 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = 10 \cdot \frac{15 \cdot 23,08}{2} = 1731,2 \text{ cm}^2$$

9. Una torre de $20m$ proyecta una sombra de $25m$ de longitud, calcula la inclinación de los rayos del sol.

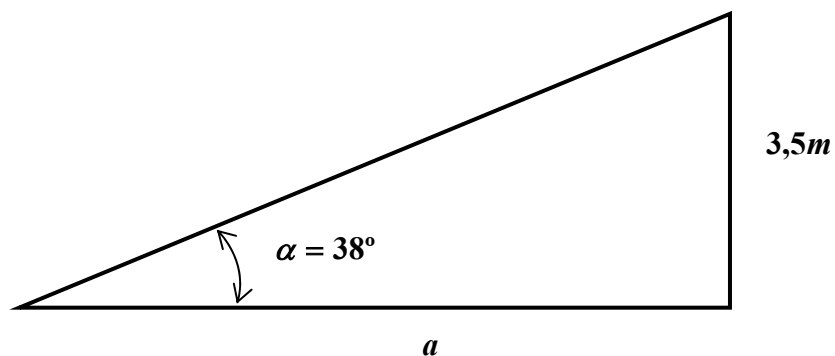
Solución:



$$\tan \alpha = \frac{20}{25} = 0,8 \Rightarrow \alpha = 38^{\circ}39'36''$$

10. La inclinación de los rayos solares en cierto momento es de 38° . Calcula la longitud de la sombra que proyecta un árbol de $3,5m$ de altura.

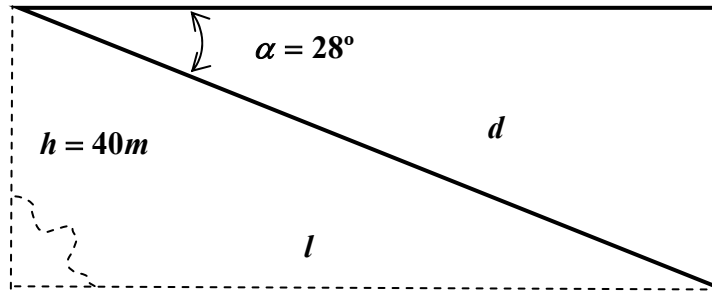
Solución:



$$\tan 38^{\circ} = \frac{3,5}{a} \Rightarrow a = \frac{3,5}{\tan 38^{\circ}} = 4,48m$$

11. Desde un faro, situado a $40m$ sobre el nivel del mar, se observa un barco bajo un ángulo de depresión de 28° . Calcular la distancia que separa al barco del faro, o lo que es lo mismo, de la costa.

Solución:

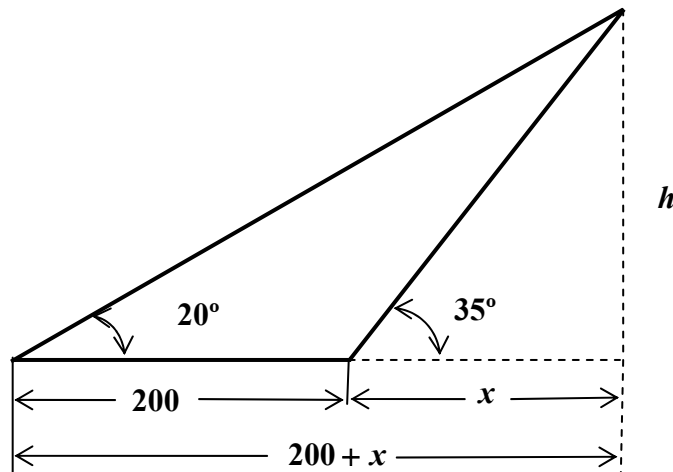


$$\tan 28^\circ = \frac{40}{l} \Rightarrow l = \frac{40}{\tan 28^\circ} = 75,23m$$

$$\sin 28^\circ = \frac{40}{d} \Rightarrow d = \frac{40}{\sin 28^\circ} = 85,202m$$

12. Desde cierto punto se ve el punto más alto de una torre bajo un ángulo de 35° . Si retrocedemos $200m$, se ve la torre pero ahora con un ángulo de 20° . Calcula la altura de la torre.

Solución:



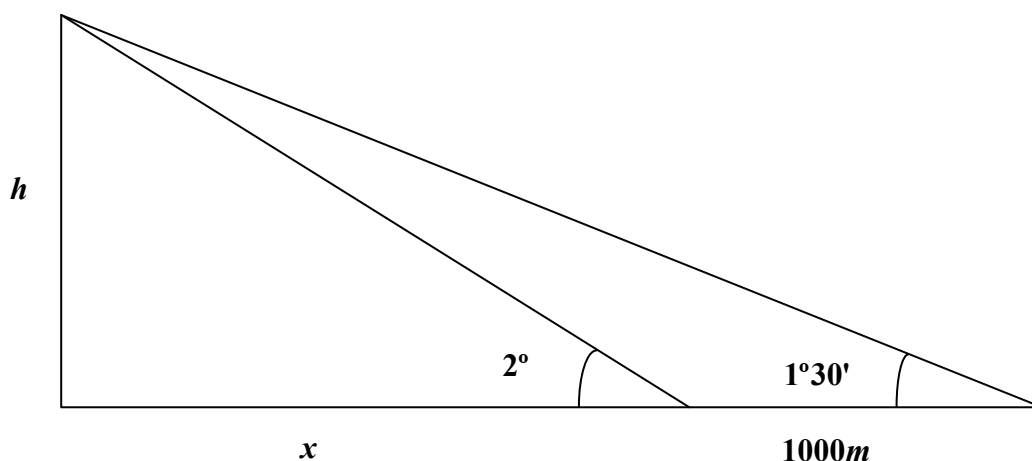
$$\begin{cases} \tan 20^\circ = \frac{h}{200 + x} \\ \tan 35^\circ = \frac{h}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (200 + x)\tan 20^\circ = h \\ x \cdot \tan 35^\circ = h \end{cases} \Rightarrow 0,364(200 + x) = 0,7 \cdot x \Rightarrow$$

$$x = 216,4960460m$$

$$h = x \cdot \tan 35^\circ = 151,5921634m$$

13. Un barco con problemas de combustible se acerca a la costa, apenas le queda gasolina para recorrer 4km . Su capitán observa la luz del faro bajo un ángulo $1^{\circ}30'$, después de avanzar hacia él 1000m , vuelve a observar la luz, esta vez bajo un ángulo de 2° . A la vista de esta última medida, el capitán ya sabe lo que tiene que hacer, se acuerda de que en 4° de la ESO solucionó un montón de problemas parecidos. ¿Pedirá socorro a los guardacostas o no será necesario?, ¿desde que altura se proyectaba la luz del faro?

Solución:



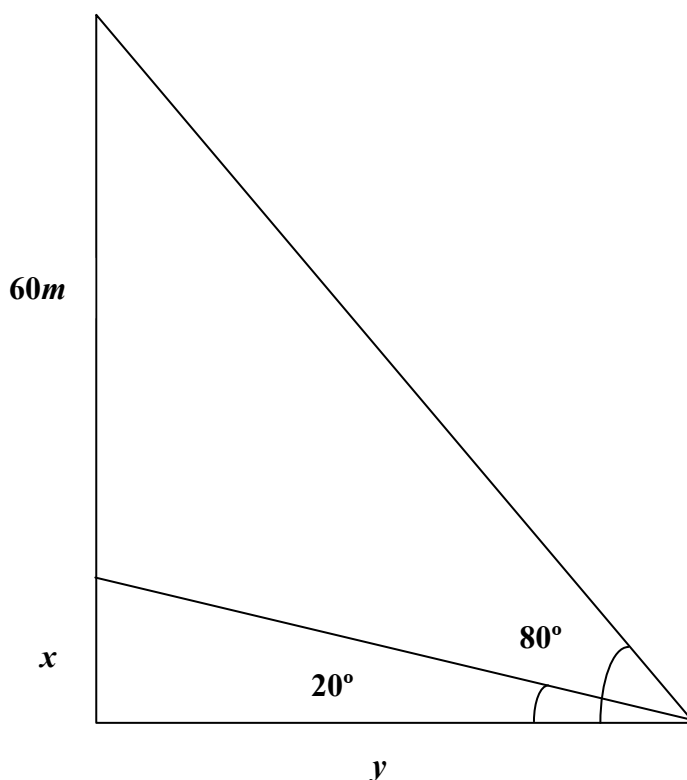
$$\begin{cases} \tan 1^{\circ}30' = \frac{h}{x+1000} \\ \tan 2^{\circ} = \frac{h}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,026(x+1000) = h \\ 0,035x = h \end{cases} \begin{cases} x = 2.888,9\text{m} \\ h = 101,1115\text{m} \end{cases}$$

A la vista de los datos obtenidos el capitán se tranquiliza, aunque un poco justo pero llega. La altura desde donde se proyecta la luz del faro es de 101m aproximadamente.

14. Unos jóvenes descuelgan una cuerda de $60m$ desde lo alto de un puente, con el objeto de tomar las medidas adecuadas para lanzarse más tarde al vacío, atados a ella. Uno de ellos baja hasta la base del puente y camina hasta tener una perspectiva del extremo que cuelga de la cuerda con un ángulo de 20° , mientras que ve a los amigos en lo alto del puente con un ángulo de 80° .

Sabiendo que la elasticidad de esa cuerda para tu peso es de $5m$ ¿te atreverías a saltar al vacío?.

Solución:



$$\begin{cases} \tan 80^\circ = \frac{x + 60}{y} \\ \tan 20^\circ = \frac{x}{y} \end{cases} \Rightarrow \frac{x + 60}{\tan 80^\circ} = \frac{x}{\tan 20^\circ} \Rightarrow x = 4,11m$$

Es decir, la altura del puente es $60+4,11m=64,11m$ y nosotros necesitamos $60+5m=65m$, la prudencia nos dice que no debemos saltar.