

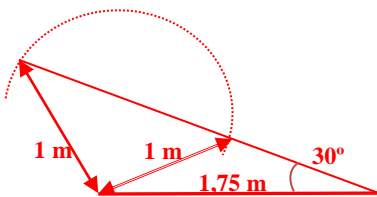
Nombre _____

Apellidos _____

1) Resolver la siguiente ecuación $\frac{2\operatorname{tg}x}{1+\operatorname{tg}^2x} = \cos x$.

$$2\operatorname{tag}x = (1 + \operatorname{tg}^2x) \cdot \cos x \Rightarrow 2 \frac{\operatorname{sen}x}{\cos x} = \sec^2 x \cdot \cos x \Leftrightarrow 2 \frac{\operatorname{sen}x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 90^\circ + 360k & k \in \mathbb{R} \\ x = 270^\circ + 360k & k \in \mathbb{R} \end{cases} \\ \operatorname{sen}x = 1/2 \Rightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + 360^\circ k & k \in \mathbb{R} \\ x = 150^\circ + 360^\circ k & k \in \mathbb{R} \end{cases} \end{cases}$$

- 2) A un carpintero le han encargado la construcción de un tablero triangular. Dos de los lados de dicho triángulo deben medir 1 y 1,75 m. y el ángulo opuesto al primero 30°. ¿tiene el carpintero suficientes datos para construir el tablero? En caso afirmativo calcular la longitud del tercer lado.



Hay dos soluciones:

Teorema del Seno: $\frac{1}{\operatorname{sen}30^\circ} = \frac{1,75}{\operatorname{sen}\alpha} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = 0,875 \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha = \operatorname{arcsen}0,875 \Rightarrow \alpha_1 \approx 61,045^\circ \quad \alpha_2 = 118,955^\circ$

$\odot \alpha_1 = 61,045^\circ \Rightarrow \beta = 88,995^\circ$

$\Rightarrow \text{Tma. Seno: } \frac{1}{\operatorname{sen}30^\circ} = \frac{x}{\operatorname{sen}88,995^\circ} \Rightarrow x = \frac{0,9998}{0,5} = 1,9996 \approx 2$

$\odot \alpha_2 = 118,995^\circ \Rightarrow \beta = 31,005^\circ$

$\Rightarrow \text{Tma. Seno } \frac{1}{\operatorname{sen}30^\circ} = \frac{x}{\operatorname{sen}31,005^\circ} \Rightarrow x = \frac{0,515}{0,5} = 1,03 \approx 1$

- 3) Sabiendo que $\operatorname{sen}\alpha = \frac{4}{5}$ y $\alpha \in I$ cuadrante, hallar: $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, $\operatorname{tag}(2\alpha)$ y $\operatorname{cosec}(\pi + \alpha)$

$\frac{16}{25} + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5} \Rightarrow 0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \quad \cos \alpha = \frac{3}{5} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$

$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 + 3/5}{2}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \approx 0,894$

$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{2 \cdot 4/3}{1 - 16/9} = \frac{8/3}{-7/9} = -\frac{24}{7} \approx -3,43$

$\operatorname{cosec}(\pi + \alpha) = \frac{1}{\operatorname{sen}(\pi + \alpha)} = -\frac{1}{\operatorname{sen}\alpha} = -\frac{5}{4} = -1,25$

- 4) Una de las raíces octavas del número complejo z es el número $w = \sqrt{2}(\cos 150^\circ + i \operatorname{sen} 150^\circ)$. Hallar las otras siete raíces, así como el número complejo z .

$w = \sqrt{2}(\cos 150^\circ + i \operatorname{sen} 150^\circ) = \sqrt{2}_{150^\circ} \Rightarrow w^8 = (\sqrt{2})^8_{150^\circ \cdot 8} = 16_{120^\circ} = z$

$\sqrt[8]{z} = \sqrt[8]{16_{120^\circ}} = \sqrt{2}_{\frac{120^\circ + 360^\circ k}{8}} \quad k=0,1,2,\dots,8 \Rightarrow$

$z_1 = \sqrt{2}_{15^\circ}; \quad z_2 = \sqrt{2}_{60^\circ}; \quad z_3 = \sqrt{2}_{105^\circ}; \quad z_4 = w = \sqrt{2}_{150^\circ}; \quad z_5 = \sqrt{2}_{195^\circ}; \quad z_6 = \sqrt{2}_{240^\circ}; \quad z_7 = \sqrt{2}_{285^\circ}; \quad z_8 = \sqrt{2}_{330^\circ}$

Las faltas de ortografía pueden penalizar hasta un 2% de la nota

5) Determinar "x" para que el número complejo $w = \frac{3-xi}{4-i}$

a) Sea un número real.

b) El afijo de w esté en la bisectriz del I y III cuadrante.

$$w = \frac{3-2xi}{4-3i} = \frac{(3-2xi)(4+3i)}{(4-3i)(4+3i)} = \frac{12+6x}{25} + \frac{9-8x}{25}i$$

$$a) w \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \text{Im}(w) = 0 \Rightarrow 9-8x = 0 \Rightarrow x = 9/8$$

$$b) \text{Re}(w) = \text{Im}(w) \Rightarrow 12+6x = 9-8x \Rightarrow 14x = -3 \Rightarrow x = -3/14$$

6) Resolver la siguiente ecuación: $z - z^3 - 12 = 0$

$$z^6 - z^3 - 12 = 0 \Rightarrow \text{C.V. } z^3 = t \quad t^2 - t - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -3 \end{cases}$$

$$\odot t = 4 \Rightarrow z^3 = 4 \Rightarrow z = \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4_{0^\circ}} = \sqrt[3]{4_{\frac{0^\circ+360^\circ k}{3}}} = \sqrt[3]{4}_{120^\circ k} \text{ con } k=0,1,2 = \begin{cases} z_1 = \sqrt[3]{4} \\ z_2 = \sqrt[3]{4}_{120^\circ} \\ z_3 = \sqrt[3]{4}_{240^\circ} \end{cases}$$

$$\odot t = -3 \Rightarrow z^3 = -3 \Rightarrow z = \sqrt[3]{-3} = \sqrt[3]{3_{180^\circ}} = \sqrt[3]{3_{\frac{180^\circ+360^\circ k}{3}}} = \sqrt[3]{3}_{60^\circ+120^\circ k} \text{ con } k=0,1,2 = \begin{cases} z_4 = \sqrt[3]{3}_{60^\circ} \\ z_5 = \sqrt[3]{3}_{180^\circ} \\ z_6 = \sqrt[3]{3}_{300^\circ} \end{cases}$$

TODO EJERCICIO A LÁPIZ NO SERÁ EVALUADO