

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

1.- Demostrar si es verdadero o falsa la igualdad: $\frac{\operatorname{sen} 2a}{1 + \cos 2a} : \frac{1 + \cos a}{\cos a} = \operatorname{tg}(a/2)$

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{sen} 2a}{1 + \cos 2a} : \frac{1 + \cos a}{\cos a} &= \frac{2 \operatorname{sen} a \cos a}{1 + \cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a} \cdot \frac{1 + \cos a}{\cos a} = \frac{2 \operatorname{sen} a \cancel{\cos a}}{2 \cos^2 a} : \frac{1 + \cos a}{\cos a} = \frac{\cancel{2 \operatorname{sen} a \cos a}}{2 \cos a (1 + \cos a)} = \\ &= \frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 a}}{1 + \cos a} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{(1 + \cos a)^2}} = \pm \sqrt{\frac{(1 - \cos a) \cancel{(1 + \cos a)}}{(1 + \cos a)^2}} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{1 + \cos a}} = \operatorname{tg}\left(\frac{a}{2}\right) \end{aligned}$$

2.- Si $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ y $\cos \beta = \frac{3}{5}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ calcular el verdadero valor de $\operatorname{sen}(\alpha + 2\beta)$ y $\cos \frac{\beta}{2}$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

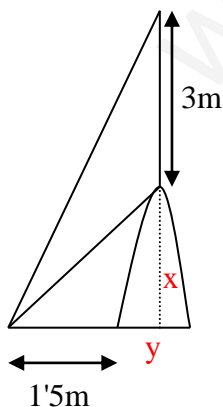
$$\cos \beta = \frac{3}{5}, \quad 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \operatorname{sen} \beta = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{sen}(\alpha + 2\beta) = \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos 2\beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} 2\beta = \operatorname{sen} \alpha (\cos^2 \beta - \operatorname{sen}^2 \beta) + 2 \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta \cdot \cos \beta =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{9}{25} - \frac{16}{25} + 2 \cdot -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \right) = \frac{-7 - 24\sqrt{3}}{50} \approx -0,9714$$

$$\cos(\beta/2)_{0 < \beta/2 < \pi/4} = \sqrt{\frac{1 + \cos \beta}{2}} = \sqrt{\frac{1 + 3/5}{2}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \approx 0,8944$$

3.- Un caballero medieval tiene colocada su lanza de 3 m. verticalmente sobre la cima del montículo Puntafría. Desde un punto alejado ve la punta de la lanza bajo un ángulo de 60° y su base bajo un ángulo de 30° . Si la distancia que hay desde su punto de observación al punto donde comienza la subida es de 1'50 m. Se pregunta el caballero si podría calcular la altura que tiene el promontorio.



$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} 60^\circ &= \frac{3+x}{1,5+y} \Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{3+x}{1,5} \Leftrightarrow \sqrt{3}(1,5+y) = 3+x \\ \operatorname{tg} 30^\circ &= \frac{x}{1,5+y} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{1,5} \Leftrightarrow \sqrt{3}(1,5+y) = 3x \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3+x = 3x \Rightarrow x = 3/2 = 1,5\text{m}$$

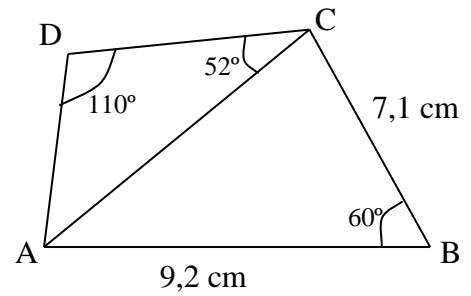
4.- Calcular el perímetro del siguiente cuadrilátero.

$$\begin{aligned} \text{Tma. Coseno en } \triangle ABC &\Rightarrow \overline{AC}^2 = 9,2^2 + 7,1^2 - 2 \cdot 9,2 \cdot 7,1 \cdot \cos 60^\circ = \\ &= 0,973 \Rightarrow \overline{AC} = 8,35 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{Tma. Seno en } \triangle ACD \Rightarrow \frac{8,35}{\text{sen}110^\circ} = \frac{\overline{AD}}{\text{sen}52^\circ} = \frac{\overline{DC}}{\text{sen}18^\circ} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{aligned} \overline{AD} &= \frac{8,35 \cdot \text{sen}52^\circ}{\text{sen}110^\circ} = 7,002 \approx 7 \\ \overline{DC} &= \frac{8,35 \cdot \text{sen}18^\circ}{\text{sen}110^\circ} = 2,746 \end{aligned} \right. \Rightarrow$$

$$P = 9,2 + 7,1 + 7,002 + 2,746 = 26,046$$



5.- Resolver: $\cos^2 x + \text{sen}x \cdot \cos x = 1$

$$\cos^2 x + \text{sen}x \cdot \cos x - 1 = 0 \Rightarrow -\text{sen}^2 x + \text{sen}x \cos x = 0 \Rightarrow \text{sen}x(\cos x - \text{sen}x) = 0 \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{aligned} \text{sen}x = 0 &\Rightarrow x = 180^\circ K \quad K \in \mathbb{Z} \\ \cos x - \text{sen}x = 0 &\Leftrightarrow \text{tg}x = 1 \Rightarrow x = 45^\circ + 180^\circ K \quad K \in \mathbb{Z} \end{aligned} \right.$$

6.- Resolver $z^6 - 2z^3 + 2 = 0$

$$z^6 - 2z^3 + 2 = 0 \quad [x^3 = t] \Rightarrow t^2 - 2t + 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{2 \pm \sqrt{4-8}}{2} = 1 \pm i \Rightarrow \text{deshacemos el cambio:}$$

$$\left\{ \begin{aligned} z = \sqrt[3]{1+i} &= \sqrt[3]{\sqrt{2} \cdot \frac{45^\circ+360^\circ k}{3}} = \sqrt[6]{2} \cdot \frac{45^\circ+360^\circ k}{3} \Rightarrow z_1 = \sqrt[6]{2}_{15^\circ} \quad z_2 = \sqrt[6]{2}_{135^\circ} \quad z_3 = \sqrt[6]{2}_{225^\circ} \\ z = \sqrt[3]{1-i} &= \sqrt[3]{\sqrt{2} \cdot \frac{315^\circ+360^\circ k}{3}} = \sqrt[6]{2} \cdot \frac{315^\circ+360^\circ k}{3} \Rightarrow z_4 = \sqrt[6]{2}_{105^\circ} \quad z_5 = \sqrt[6]{2}_{225^\circ} \quad z_6 = \sqrt[6]{2}_{345^\circ} \end{aligned} \right.$$

7.- Hallar "a" y "b" para que se verifique: $\frac{(b-a) + (2a-3)i}{1+i} = \frac{a-bi}{2-3i}$

$$\frac{b-a + (2a-3)i}{1+i} = \frac{a-bi}{2-3i} \Leftrightarrow [(b-a) + (2a-3)i] \cdot (2-3i) = (1+i)(a-bi) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (4a+2b-9) + (7a-3b-6)i = (a+b) + (a-b)i \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b-9 = a+b \\ 7a-3b-6 = a-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+b=9 \\ 3a-b=3 \end{cases} \Rightarrow a=2 \quad b=3$$

8.- Hallar dos números números complejos sabiendo que su producto es -2 y el cubo de uno de ellos

dividido por el otro es $\frac{1}{2}$.

$$z \cdot w = -2 \Leftrightarrow \rho_z \cdot \rho_w = 2_{180^\circ} \Leftrightarrow \begin{cases} \rho \cdot r = 2 \\ \alpha + a = 180^\circ + 360^\circ k \end{cases} \quad \frac{z^3}{w} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\rho_z^3}{r_w} = \left(\frac{1}{2}\right)_{0^\circ} \Leftrightarrow \begin{cases} \rho^3 / r = 1/2 \Rightarrow r = 2\rho^3 \\ 3\alpha - a = 0^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \rho \cdot r &= \\ r = 2\rho^3 \end{aligned} \right. \Rightarrow \rho = 1 \quad r = \begin{cases} \alpha + a = 180^\circ + 360^\circ \\ 3\alpha - a = 0^\circ + 360^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \alpha = 45^\circ \quad a = 135^\circ &\Rightarrow z = 1_{45^\circ} \quad w = 2_{135^\circ} \\ \alpha = 135^\circ \quad a = 45^\circ &\Rightarrow z = 1_{135^\circ} \quad w = 2_{45^\circ} \\ \alpha = 225^\circ \quad a = 315^\circ &\Rightarrow z = 1_{225^\circ} \quad w = 2_{315^\circ} \\ \alpha = 315^\circ \quad a = 225^\circ &\Rightarrow z = 1_{315^\circ} \quad w = 2_{225^\circ} \end{aligned}$$

TODO EJERCICIO A LÁPIZ NO SERÁ EVALUADO