1 La unidad imaginaria

i =

Escribe las cuatro primeras potencias de i:

$i^0 =$ $\qquad\qquad$ $i^2 =$

$i^1 =$ $\qquad\qquad$ $i^3 =$

2 Formas de los números complejos

Dado el complejo de afijo *P*, se puede expresar:

Forma binómica: ______________________________

Forma polar: ______________________________

Forma trigonométrica: ______________________________

3 Transformaciones

Dado el número complejo en forma binómica, $a + bi$, sus coordenadas polares son:

m: ______________________________

α: ______________________________

¿Es única la determinación del argumento? ______________________________

Su expresión trigonométrica es: ______________________________

Dado un número complejo en forma polar, m_α, su expresión en forma binómica es $a + bi$ con:

$a =$ ______________________________

$b =$ ______________________________

4 Conjugado, opuesto e inverso

Si $z = a + bi$	$\overline{z} =$	$-z =$	$\dfrac{1}{z} =$
Si $z = m_\alpha$	$\overline{z} =$	$-z =$	$\dfrac{1}{z} =$

5 Operaciones

Dados los números complejos en forma polar m_α y m'_β:

$m_\alpha \cdot m'_\beta =$

$\dfrac{m_\alpha}{m'_\beta} =$

$(m_\alpha)^n =$

$\sqrt[n]{m_\alpha} =$

6 Fórmula de De Moivre

Escribe la fórmula de De Moivre:

1 **Un punto P tiene de coordenadas $(-1, 3)$. Halla las coordenadas del punto P' que resulta de un giro de 30° con centro en el origen de coordenadas. Da el resultado en forma binómica.**

2 **Indica cuáles de las siguientes igualdades son ciertas:**

a) $(m_\alpha)^4 = {m^4}_4$

b) $\sqrt[3]{m_\alpha} = \sqrt[3]{m}_{\sqrt[3]{\alpha}}$

c) $\dfrac{m_\alpha}{m'_\alpha} = \left(\dfrac{m}{m'}\right)_\alpha$

d) $m_\alpha \cdot m_\alpha \cdot m_\alpha = {m^3}_{\alpha^3}$

3 **Si el cociente de dos números complejos es un número imaginario, entonces:**

a) Los dos complejos son conjugados.

b) Los dos complejos son opuestos.

c) Los dos complejos son imaginarios.

d) Los dos complejos son reales.

e) Puede ser uno real y el otro imaginario.

4 **Calcula:**

$$i^{63} + \frac{1}{i^7} + \frac{i^{17}}{1 - i}$$

5 **Expresa en forma polar los números complejos:**

a) $\dfrac{-\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

b) $\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

c) $\dfrac{-\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

d) $\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

6 **Calcula a y b para que:**

$$\frac{3a - 9i}{4a + bi} = 2 + 3i$$

7 **Expresa en forma binómica:**

a) $7_{135°}$

b) $2_{180°}$

c) $3_{270°}$

d) $1_{225°}$

e) $4_{300°}$

8 **Si $z = 2_{45°}$ y $z' = 3_{30°}$, calcula:**

a) $z + z'$

b) $z \cdot z'$

c) $\dfrac{z}{z'}$

9 **Calcula:**

a) $(3_{20°})^3$

b) $(2_{100°})^4$

c) $(1_{20°})^5$

10 **Calcula $(1 + i)^8$.**

11 **Calcula:**

$$\sqrt[3]{8(\cos 120° + i \operatorname{sen} 120°)}$$

12 **Calcula:**

$$\sqrt[3]{8(\cos 120° - i \operatorname{sen} 120°)}$$

13 **Calcula:**

a) $\sqrt[4]{16}$

b) $\sqrt[4]{-16}$

c) $\sqrt[4]{16i}$

d) $\sqrt[4]{-16i}$

14 **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $z^4 + 81 = 0$

b) $z^4 - 81 = 0$

15 **Sabiendo que el punto $(1, 4)$ es el vértice de un cuadrado centrado en el origen, calcula los demás vértices.**

16 **Escribe en forma binómica el conjugado y el opuesto de $6_{60°}$.**

17 **Resuelve las siguientes ecuaciones en el campo de los números complejos:**

a) $x^4 + 5x^3 - 10x^2 + 20x - 56 = 0$

b) $x^3 - x^2 - x = 15$

c) $x^8 + 1 = 0$

d) $x^7 + 128 = 0$

1. Números complejos

1 La unidad imaginaria.

$\mathbf{i = \sqrt{-1}}$

Escribe las cuatro potencias de i:

$\mathbf{i^0 = 1}$	$\mathbf{i^2 = -1}$
$\mathbf{i^1 = i}$	$\mathbf{i^3 = i^2 \cdot i = -i}$

2 Formas de los números complejos

Dado el complejo de afijo *P*, se puede expresar:

Forma binómica: $\mathbf{a + bi}$

Forma polar: $\mathbf{m_\alpha}$

Forma trigonométrica: $\mathbf{m(m + i \text{ sen } \alpha)}$

3 Transformaciones

Dado el número complejo en forma binómica, $a + b$i, sus coordenadas polares son

m: $\mathbf{\sqrt{a^2 + b^2}}$

α: $\mathbf{\text{tag } \alpha = b/a}$

¿Es única la determinación del argumento? **La determinación del argumento, α, de la expresión anterior no es única, ya que existen infinitos ángulos con una misma tangente. Su expresión trigonométrica es: m (cos α + i sen α).**

Dado un número complejo en forma polar, m_α, su expresión en forma binómica es:

$a + b$i donde

$\mathbf{a = m \cos \alpha}$

$\mathbf{b = m \text{ sen } \alpha}$

4 Conjugado, opuesto e inverso.

Si $\mathbf{z = a + bi}$	$\mathbf{\bar{z} = a - bi}$
$\mathbf{-z = -a - bi}$	$\mathbf{1/z = \dfrac{1}{a + b\,i}}$
Si $\mathbf{z = m_\alpha}$	$\mathbf{\bar{z} = m_{-\alpha} = m_{360° - \alpha}}$
$\mathbf{-z = m_{\alpha + 180°}}$	$\mathbf{1/z = \dfrac{1}{m_{360° - \alpha}}}$

5 Operaciones.

Dados los números complejos en forma polar m_α y m'_β:

$m_\alpha \cdot m'_\beta = \mathbf{(m \cdot m')_{\alpha + \beta}}$

$m_\alpha / m'_\beta = \mathbf{(m/m')_{\alpha - \beta}}$

$(m_\alpha)^n = \mathbf{m^n_{n\alpha}}$

$\sqrt[n]{m_\alpha} = \mathbf{\left(\sqrt[n]{m}\right)_{\frac{\alpha + k \cdot 360°}{n}}}$ **con $k = 0, 1, \ldots, n - 1$**

6 Fórmula de De Moivre

Escribe la fórmula de De Moivre:

$\mathbf{(\cos \alpha + i \text{ sen } \alpha)^n = [\cos (n\alpha) + i \text{ sen } (n\alpha)]}$

2. Actividades complementarias

1 $P'(-2{,}37,\ 2{,}10)$

2 La igualdad correcta es la *a)*.

3 La solución correcta es la *e*), puesto que han de diferir sus argumentos en 90° o 270°.

4 $-\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\,i$

5 *a)* $1_{135°}$

b) $1_{45°}$

c) $1_{225°}$

d) $1_{315°}$

6 *a)* $a = \dfrac{-27}{46},\ b = \dfrac{-45}{46}$

7 *a)* $\dfrac{-7\sqrt{2}}{2} + \dfrac{7\sqrt{2}}{2}\,i$

b) -2

c) $-3i$

d) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\,i$

e) $2 - 2\sqrt{3}i$

8 *a)* $z + z' = \dfrac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{2} + \dfrac{2\sqrt{2} + 3}{2}\,i$

b) $6_{75°}$

c) $\left(\dfrac{2}{3}\right)_{15°}$

9 *a)* $27_{60°}$

b) $16_{40°}$

c) $1_{100°}$

10 *a)* $(1 + i)^8 = 16$

11

$$\sqrt[3]{8(\cos 120° + i \text{ sen } 120°)} = \left\{\begin{array}{l} 2_{40°} \\ 2_{160°} \\ 2_{280°} \end{array}\right.$$

12

$$\sqrt[3]{8(\cos 120° - i \text{ sen } 120°)} = \left\{\begin{array}{l} 2_{80°} \\ 2_{200°} \\ 2_{320°} \end{array}\right.$$

13

a) $$\sqrt[4]{16} = \left\{\begin{array}{l} 2_{0°} = 2 \\ 2_{90°} = 2i \\ 2_{180°} = -2 \\ 2_{270°} = -2i \end{array}\right.$$

b) $$\sqrt[4]{-16} = \left\{\begin{array}{l} 2_{45°} \\ 2_{135°} \\ 2_{225°} \\ 2_{315°} \end{array}\right.$$

c) $$\sqrt[4]{16i} = \left\{\begin{array}{l} 2_{22{,}5°} \\ 2_{112{,}5°} \\ 2_{202{,}5°} \\ 2_{292{,}5°} \end{array}\right.$$

d) $$\sqrt[4]{-16i} = \left\{\begin{array}{l} 2_{67{,}5°} \\ 2_{157{,}5°} \\ 2_{247{,}5°} \\ 2_{337{,}5°} \end{array}\right.$$

14

a) $z = \sqrt[4]{-81} = \begin{cases} 3_{45°} \\ 3_{135°} \\ 3_{225°} \\ 3_{315°} \end{cases}$

b) $z = \sqrt{81} = \begin{cases} 3_{0°} = 3 \\ 3_{90°} = 3i \\ 3_{180°} = -3 \\ 3_{270°} = -3i \end{cases}$

15 $A(1, 4)$; $B(-4, 1)$; $C(-1, -4)$; $D(4, -1)$

16 Si $z = 6_{60°}$, $\overline{z} = 6_{300°} = 3 - 3\sqrt{3}i$, $-z = 6_{240} = -3 - 3\sqrt{3}i$

17 ***a)*** $x_1 = 2i$

$x_2 = -2i$

$x_3 = -7$

$x_4 = 2$

b) $x_1 = -1 + 2i$

$x_2 = -1 - 2i$

$x_3 = 3$

c) $x_1 = 1_{\pi/8}$

$x_2 = 1_{3\pi/8}$

$x_3 = 1_{5\pi/8}$

$x_4 = 1_{7\pi/8}$

$x_5 = 1_{9\pi/8}$

$x_6 = 1_{11\pi/8}$

$x_7 = 1_{13\pi/8}$

$x_8 = 1_{15\pi/8}$

d) $x_1 = 2_{\pi/7}$

$x_2 = 2_{3\pi/7}$

$x_3 = 2_{5\pi/7}$

$x_4 = 2_{7\pi/7} = 2_{\pi} = -2$

$x_5 = 2_{9\pi/7}$

$x_6 = 2_{11\pi/7}$

$x_7 = 2_{13\pi/7}$