

RECTAS EN EL PLANO

1. Escribir la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos (5, -2) y (2, 4).

Solución

Como la ecuación de la recta que pasa por los puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) es $\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0}$, la

de la recta que pasa por (5, -2) y (2, 4) es $\frac{x-5}{2-5} = \frac{y+2}{4+2}$.

Despejando la variable y se obtiene la ecuación explícita de la recta, $y = -2x + 8$.

2. Escribir la ecuación de la recta que pasa por el punto (-2, 1) y tiene por vector direccional (8, 3).

Solución

Como la ecuación de la recta que pasa por el punto (x_0, y_0) y es paralela al vector no nulo (a, b) es

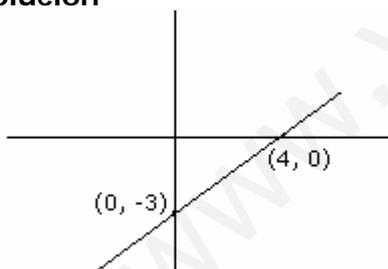
$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b}$, la de la recta que pasa por el punto (-2, 1) y tiene por vector direccional (8, 3)

es $\frac{x+2}{8} = \frac{y-1}{3}$.

Realizando operaciones se obtiene la ecuación general de la recta, $3x - 8y = -14$.

3. Escribir la ecuación de la recta que corta al eje de abscisas en 4 y al de ordenadas en -3.

Solución



La recta pasa por los puntos (4, 0) y (0, -3), por tanto, su ecuación es $\frac{x-4}{0-4} = \frac{y-0}{-3-0}$.

Despejando la variable y se obtiene la ecuación explícita de la recta, $y = \frac{3}{4}x - 3$.

4. Escribir la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos medios de los segmentos AB y CD , siendo $A=(5, 2)$, $B=(3, 2)$, $C=(0, -2)$ y $D=(2, 4)$.

Solución

El punto medio del segmento \overline{AB} es $\left(\frac{5+3}{2}, \frac{2+2}{2}\right) = (4, 2)$ y el de \overline{CD} es $\left(\frac{0+2}{2}, \frac{-2+4}{2}\right) = (1, 1)$.

La ecuación de la recta que pasa por los puntos (4, 2) y (1, 1) es $\frac{x-4}{1-4} = \frac{y-2}{1-2}$.

Despejando la variable y , se obtiene la ecuación explícita de la recta, $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

5. Escribir la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1, -3)$ y es paralela a la recta $y = 7 - 2x$.

Solución

La ecuación explícita buscada es de la forma $y = mx + p$, siendo m la pendiente de la recta. Como esta recta es paralela a la de ecuación $y = 7 - 2x$ tendrá la misma pendiente, es decir, $m = -2$.

Por tanto, la ecuación es de la forma $y = -2x + p$.

Para calcular el valor de p se impone que el punto $(1, -3)$ sea de la recta, sustituyendo en la ecuación queda $-3 = -2 + p$, de donde se deduce que $p = -1$.

Así la ecuación de la recta es $y = -2x - 1$.

6. Hallar la ecuación de la recta formada por los puntos que equidistan de $(5, -2)$ y de $(2, 1)$.

Solución

Sean (x, y) los puntos del plano que equidistan de $(5, -2)$ y de $(2, 1)$.

Se ha de verificar $d((x, y), (5, -2)) = d((x, y), (2, 1))$, es decir,

$$\sqrt{(x-5)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2}$$

elevando al cuadrado y realizando operaciones se obtiene $-x + y + 4 = 0$.