

1. Dados $\vec{u} = (2,1)$ y $\vec{v} = (a,-3)$, se pide:
- Hallar a para que sean \parallel . Justificar gráficamente la solución obtenida.
 - Hallar a para que sean \perp . Justificar gráficamente la solución obtenida.
 - Hallar a para que formen 45° . Justificar gráficamente la solución obtenida.
 - Hallar un vector \perp a \vec{u} de módulo 5
 - Hallar $\left(\vec{u} \cdot \vec{u}\right) \vec{u}$ (2,5 puntos)

2. Dadas las rectas $\left. \begin{array}{l} r: 2x+3y+5=0 \\ s: 5x-2y-16=0 \end{array} \right\}$, se pide
- ¿Cuál es su posición relativa? Caso de ser secantes, hallar su punto de corte.
 - Hallar la ecuación general de la recta \perp a r que pasa por $P(-2,1)$
 - Hallar el ángulo que forman r y s (2,25 puntos)

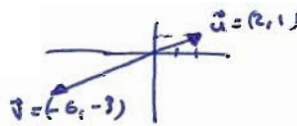
3. Dada la recta $r: 3x-4y+5=0$ y el punto $P(4,2)$, se pide:
- Hallar la ecuación de la recta $r' \parallel$ a r que pasa por P , en todas las formas conocidas.
 - Razonar analíticamente que la recta obtenida es correcta.
 - ¿Qué ángulo forma dicha recta con OX^+ ?
 - Hallar la distancia de r a r' (2,5 puntos)

4. a) Operar en binómica: $-2-5i - \frac{10-10i-5(1+i)}{8+2i-(5+3i)}$

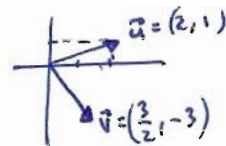
- b) Operar en polar y pasar el resultado a binómica: $\left[\frac{(-\sqrt{3}+i)\left(-\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i\right)}{-6} \right]^3$ (2,5 puntos)

① $\vec{u} = (2, 1)$; $\vec{v} = (a, -3)$

a) $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{-3} \Rightarrow \boxed{a = -6}$ 0,5



b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow (2, 1) \cdot (a, -3) = 2a - 3 = 0$; $2a = 3$; $\boxed{a = \frac{3}{2}}$ 0,5



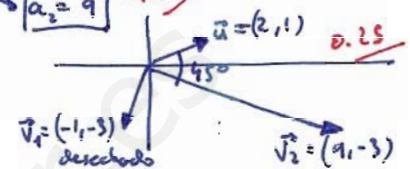
c) $\cos 45^\circ = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2a - 3}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + 9}} \Rightarrow \sqrt{2} \sqrt{5} \sqrt{a^2 + 9} = 2(2a - 3)$; 0,25

$(\sqrt{10} \sqrt{a^2 + 9})^2 = [2(2a - 3)]^2$; $10(a^2 + 9) = 4(4a^2 - 12a + 9)$; $5(a^2 + 9) = 2(4a^2 - 12a + 9)$

$5a^2 + 45 = 8a^2 - 24a + 18$; $0 = 3a^2 - 24a - 27$; $0 = a^2 - 8a - 9 \rightarrow a_1 = -1$ desechado por el dibujo

d) $\vec{u} = (2, 1) \xrightarrow{\perp} \vec{n} = (-1, 2) \xrightarrow{\text{unitario}} \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} = \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$

$\downarrow \otimes S$
 $\boxed{\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)}$ 0,5



TOTAL: $\boxed{2,5}$

e) $(\vec{u} \cdot \vec{u}) \vec{u} = [(2, 1) \cdot (2, 1)] (2, 1) = 5(2, 1) = \boxed{(10, 5)}$ 0,25

② $r: \begin{cases} 2x + 3y + 5 = 0 \\ 5x - 2y - 16 = 0 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ 5x - 2y = 16 \end{cases} \xrightarrow{\otimes 2} \begin{cases} 4x + 6y = -10 \\ 15x - 6y = 48 \end{cases}$

$19x = 38$; $x = 2$

$x = 2$ sustituir en E1 $4 + 3y = -5$
 $3y = -9$; $y = -3$

Soluc: $\boxed{\text{SECANTES; se cortan en } (2, -3)}$ 0,5

b) $\vec{u}_r = (-3, 2) \xrightarrow{\perp} \vec{n} = (2, 3)$
 $P(-2, 1)$

$\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{3} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 6 = 2y - 2 \\ 3x - 2y + 8 = 0 \end{cases}$
CONTINUA 0,75

$\begin{cases} 3x + 6 = 2y - 2 \\ 3x - 2y + 8 = 0 \end{cases}$
CAN. o IMPLICITA

TOTAL: $\boxed{2,25}$

c) $\vec{u}_r = (-3, 2)$; $\vec{u}_s = (2, 5)$
 $\cos \alpha = \frac{|\vec{u}_r \cdot \vec{u}_s|}{\|\vec{u}_r\| \cdot \|\vec{u}_s\|} = \frac{|(-3, 2) \cdot (2, 5)|}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{29}} = \frac{|-6 + 10|}{\sqrt{377}} = \frac{4}{\sqrt{377}} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{4}{\sqrt{377}} \approx 78^\circ 6' 41''$ 0,75

③ $r: 3x - 4y + 5 = 0 \rightarrow \vec{v}_r = (4, 3) \rightarrow m = \frac{3}{4}$
 $P(4, 2)$

a) $r \parallel r' \Rightarrow \vec{u}_r = \vec{u}_{r'} = (4, 3)$
 \downarrow
 $m = m' = \frac{3}{4}$
 \downarrow
 $\begin{cases} x = 4 + 4\lambda \\ y = 2 + 3\lambda \end{cases} \Rightarrow \frac{x-4}{4} = \frac{y-2}{3}$
PARAMÉTRICAS 0,2 cada forma
CONTINUA

$\begin{cases} 3x - 12 = 4y - 8 \\ 3x - 4y - 4 = 0 \end{cases}$
CAN. o IMPLICITA

$4y = 3x - 4$; $\boxed{y = \frac{3}{4}x - 1}$
EXPLICITA

$\boxed{y - 2 = \frac{3}{4}(x - 4)}$
PTO-PDTE.

b) $r': 3x - 4y - 4 = 0$ tiene $\vec{u}_{r'} = (4, 3) = \vec{v}_r$

$P(4, 2) \in r'$; $12 - 8 - 4 = 0$ 0,5

c) $r': 3x - 4y - 4 = 0 \rightarrow \vec{v}_{r'} = (4, 3) \rightarrow m = \frac{3}{4} = \text{tg } d \Rightarrow d = \text{arctg } \frac{3}{4} \approx \boxed{36^\circ 52' 12''}$ 0,5

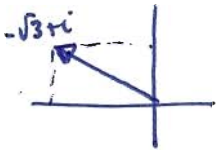
d) $r \parallel r' \Rightarrow d(r, r') = d(P, r) = \frac{|12 - 8 + 5|}{\sqrt{9 + 16}} = \boxed{\frac{9}{5} u}$ 0,5 TOTAL: $\boxed{2,5}$

4) a) $-2 - 5i - \frac{10 - 10i - 5(1+i)}{8 + 2i - (5 + 3i)} = -2 - 5i - \frac{10 - 10i - 5 - 5i}{8 + 2i - 5 - 3i} = -2 - 5i - \frac{5 - 15i}{3 - i} =$

$= -2 - 5i - \frac{(5 - 15i)(3 + i)}{(3 - i)(3 + i)} = -2 - 5i - \frac{15 + 5i - 45i + 15}{9 + 1} = -2 - 5i - \frac{30 - 40i}{10} =$

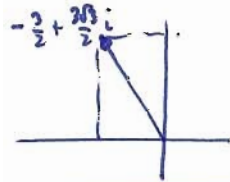
$= -2 - 5i - (3 - 4i) = \boxed{-5 - i}$ 0,5

b) $\left[\frac{(-\sqrt{3} + i)(-\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i)}{-6} \right]^3 = \left(\frac{2_{150^\circ} \cdot 3_{120^\circ}}{6_{180^\circ}} \right)^3 = \left(\frac{6_{270^\circ}}{6_{180^\circ}} \right)^3 = (1_{90^\circ})^3 = 1_{270^\circ} = \boxed{-i}$ 0,5 0,25



$r = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$

$d = \text{arctg } \frac{1}{-\sqrt{3}} = \text{arctg } \frac{\sqrt{3}}{3} = 150^\circ$



$r = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{27}{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3$

$d = \text{arctg } \frac{3\sqrt{3}}{-3/2} = \text{arctg}(-\sqrt{3}) = -\text{arctg}\sqrt{3} = 120^\circ$

TOTAL: $\boxed{2,5}$

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA : 0,05
 LIMPIEZA Y ORDEN : 0,10
 LENGUAJE MATEMÁTICO : 0,10