Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2016

Problema 1 Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $3x + y - 2 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

Solución:

$$r : \begin{cases} \overrightarrow{u_r} = (1, -3) \\ A(0, 2) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x, y) = (0, 2) + \lambda(1, -3)$
- Paramétrica: $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 2 - 3\lambda \end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{-3}$
- General: $3x + y - 2 = 0$
- Explícita: $y = -3x + 2$
- Punto pendiente: $y - 2 = -3x$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m = \tan\alpha = -3 \Longrightarrow \alpha = 108^{o}26'6''$

Problema 2 Si los puntos $A(-3, 1)$, $B(4, -2)$ y $C(2, 7)$ tres vértices consecutivos de un triángulo, se pide calcular su circuncentro.

Solución:

Calculamos dos de sus mediatrices:

- Mediatriz entre A y B:

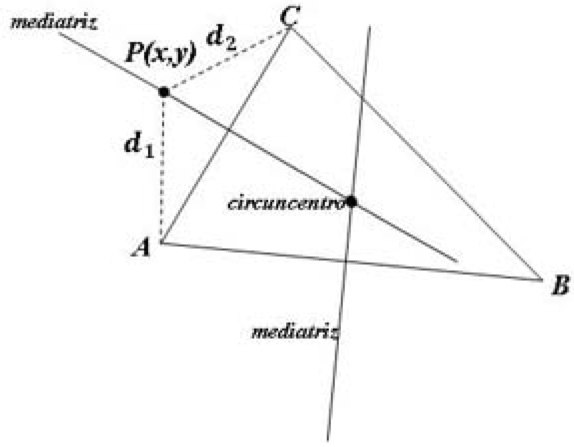
$$\sqrt{(x+3)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y+2)^2} \Longrightarrow 7x - 3y - 5 = 0$$

- Mediatriz entre A y C:

$$\sqrt{(x+3)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-7)^2} \Longrightarrow 10x + 12y - 43 = 0$$

- Circuncentro:

$$\begin{cases} 7x - 3y - 5 = 0 \\ 10x + 12y - 43 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \left(\frac{63}{38}, \frac{251}{114}\right)$$



Problema 3 Sea el punto $A(3,7)$ y la recta $r: 3x - 4y + 1 = 0$. Se pide calcular:

a) Una recta paralela a r que pase por el punto A.

b) Una recta perpendicular a r que pase por el punto A.

c) El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r.

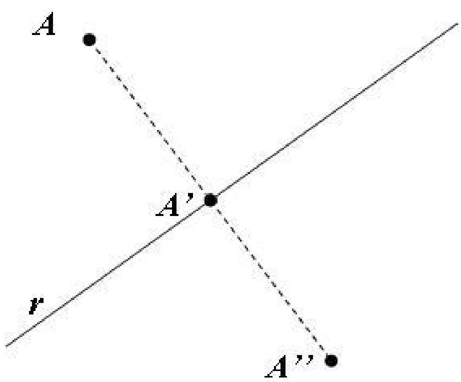
d) Las rectas bisectrices de r con $s: 4x - 3y - 3 = 0$.

Solución:

a) $3x - 4y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 9 - 28 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = 18$. La recta buscada es $h: 3x - 4y + 19 = 0$

b) $4x + 3y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 12 + 21 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -33$. La recta buscada es $t: 4x + 3y - 33 = 0$

c) Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r:



- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y t:

$$\left\{\begin{array}{l} r : 3x - 4y + 1 = 0 \\ t : 4x + 3y - 33 = 0 \end{array}\right. \Longrightarrow A'\left(\frac{129}{25}, \frac{103}{25}\right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \Longrightarrow A'' = 2A' - A = 2\left(\frac{129}{25}, \frac{103}{25}\right) - (3, 7) = \left(\frac{183}{25}, \frac{31}{25}\right)$$

d)

$$d(P, r) = d(P, s) \Longrightarrow \frac{|3x - 4y + 1|}{\sqrt{25}} = \frac{|4x - 3y - 3|}{\sqrt{25}} \Longrightarrow |3x - 4y + 1| = |4x - 3y - 3|$$

- $3x - 4y + 1 = 4x - 3y - 3 \Longrightarrow x + y - 4 = 0$
- $3x - 4y + 1 = -4x + 3y + 3 \Longrightarrow 7x - 7y - 2 = 0$