

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Diciembre 2010

Problema 1 Dados los números complejos $z_1 = 3 + 2i$ y $z_2 = 5 - i$. Se pide calcular:

1. $z_1 + z_2$ y $z_1 - z_2$
2. $z_1 \cdot z_2$
3. $\frac{z_1}{z_2}$

Solución:

1. $z_1 + z_2 = 8 + i$ y $z_1 - z_2 = -2 + 3i$
2. $z_1 \cdot z_2 = 17 + 7i$
3. $\frac{z_1}{z_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

Problema 2 Resolver la siguiente ecuación de segundo grado:

$$z^2 + z + 2 = 0$$

Solución:

$$z^2 + z + 2 = 0 \implies z = \begin{cases} -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i \\ -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i \end{cases}$$

Problema 3 Calcular las raíces de $\sqrt[3]{3 - 4i}$

Solución:

$$z = 3 - 4i = 5_{306^\circ 52' 12''} = 5(\cos 306^\circ 52' 12'' - i \sin 306^\circ 52' 12'')$$
$$\sqrt[3]{z} = \begin{cases} \sqrt[3]{5_{\frac{306^\circ 52' 12'' + 0 \cdot 360^\circ}{3}}} = \sqrt[3]{5}_{102^\circ 17' 24''} = \sqrt[3]{5}(\cos 102^\circ 17' 24'' - i \sin 102^\circ 17' 24'') \\ \sqrt[3]{5_{\frac{306^\circ 52' 12'' + 1 \cdot 360^\circ}{3}}} = \sqrt[3]{5}_{222^\circ 17' 24''} = \sqrt[3]{5}(\cos 222^\circ 17' 24'' - i \sin 222^\circ 17' 24'') \\ \sqrt[3]{5_{\frac{306^\circ 52' 12'' + 2 \cdot 360^\circ}{3}}} = \sqrt[3]{5}_{342^\circ 17' 24''} = \sqrt[3]{5}(\cos 342^\circ 17' 24'' - i \sin 342^\circ 17' 24'') \end{cases}$$