

EXAMEN PENDIENTES MATEMÁTICAS I

NOMBRE

EJERCICIO 1)

a) Racionaliza: $\frac{7}{2-\sqrt{3}}$

b) Suma los radicales: $\sqrt{72} + \sqrt{50} + \sqrt{8} + \sqrt{98}$

EJERCICIO 2) Resuelve las ecuaciones:

a) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

b) $\log(x-1)^2 - \log(5-x) = \log 10^2$

EJERCICIO 3) Para medir la altura de una torre se toman medidas desde dos puntos en el suelo. Desde un punto se mide un ángulo de 45° y, alejándonos 90 metros, el ángulo medido es de 30° . Calcula la altura de la torre.

EJERCICIO 4) Resuelve la ecuación: $\cos x + \cos 2x = -1$

EJERCICIO 5) Halla el valor de a para que $\frac{1+ai}{2+i}$ sea:

a) Un número real

b) Un número imaginario puro

EJERCICIO 6) Calcula la ecuación de la recta tangente a la función $y = x^2 - 3x + 1$ en el punto de abscisa $x_0 = 1$

EJERCICIO 7) Determina los valores de a y b para que la siguiente función sea continua en todo \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} 3x+a & \text{si } x < 0 \\ x^2+2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ x+b & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

EJERCICIO 8) Dada $f(x) = \frac{x^2+4}{x}$, se pide:

a) Dominio de definición y estudio de su continuidad.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

EJERCICIO 9) En la tabla siguiente aparecen las edades y los pesos de cinco niñas:

Edad (años)	2	3	5	7	8
Peso (kg)	13	20	32	41	44

a) Calcula el coeficiente de correlación lineal de las edades y el peso de las niñas

b) Halla la ecuación de la recta de regresión de la edad sobre el peso

SOLUCIONES

EJERCICIO 1)

a) Racionaliza: $\frac{7}{2-\sqrt{3}}$

b) Suma los radicales: $\sqrt{72} + \sqrt{50} + \sqrt{8} + \sqrt{98}$

Solución: a) $7 \cdot (2 + \sqrt{3})$ b) $20 \cdot \sqrt{2}$

EJERCICIO 2) Resuelve las ecuaciones:

a) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

b) $\log(x-1)^2 - \log(5-x) = \log 10^2$

Solución: a) $2^x = y \rightarrow y^2 - 5y + 4 = 0 \rightarrow y = 4; y = 1 \rightarrow$ Soluciones: $x = 2$ y $x = 0$

b) $\frac{(x-1)^2}{5-x} = 100 \Rightarrow (x-1)^2 = 500 - 100x \Rightarrow x^2 + 1 - 2x - 500 + 100x = 0 \Rightarrow x^2 + 98x - 499 = 0 \Rightarrow \dots$

EJERCICIO 3) Para medir la altura de una torre se toman medidas desde dos puntos en el suelo. Desde un punto se mide un ángulo de 45° y, alejándonos 90 metros, el ángulo medido es de 30° . Calcula la altura de la torre.

Solución: $H = 122,94 \text{ m}$

EJERCICIO 4) Resuelve la ecuación: $\cos x + \cos 2x = -1$

Solución:

$[\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x] \rightarrow \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x = -1 \rightarrow \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x + 1 = 0 \rightarrow$

$\cos x + 2\cos^2 x = 0 \rightarrow \cos x \cdot (1 + 2\cos x) = 0:$

- $\cos x = 0 \rightarrow x_1 = 90^\circ + 360^\circ k; x_2 = 270^\circ + 360^\circ k$
- $1 + 2\cos x = 0 \rightarrow \cos x = -1/2 \rightarrow x_3 = 120^\circ + 360^\circ k; x_4 = 240^\circ + 360^\circ k$

Soluciones: $x_1 = 90^\circ + 360^\circ k; x_2 = 270^\circ + 360^\circ k; x_3 = 120^\circ + 360^\circ k; x_4 = 240^\circ + 360^\circ k$

EJERCICIO 5) Halla el valor de a para que $\frac{1+ai}{2+i}$ sea:

a) Un número real

b) Un número imaginario puro

Solución: a) $a = -2$

b) $a = -1/2$

EJERCICIO 6) Calcula la ecuación de la recta tangente a la función $y = x^2 - 3x + 1$ en el punto de abscisa $x_0 = 1$

Solución:

$P_0(1, -1)$

$y' = 2x - 3 \rightarrow y'(1) = -1$

$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y + 1 = -1 \cdot (x - 1) \rightarrow y + 1 = -x + 1 \rightarrow$ Solución: $y = -x$

EJERCICIO 7) Determina los valores de a y b para que la siguiente función sea continua en todo \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} 3x+a & \text{si } x < 0 \\ x^2+2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ x+b & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Solución: a = 2; b = 4

EJERCICIO 8) Dada $f(x) = \frac{x^2+4}{x}$, se pide:

- Domino de definición y estudio de su continuidad.
- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Solución: a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$; $f(x)$ continua en $\mathbb{R} - \{0\}$

b) $f(x)$ creciente en $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

EJERCICIO 9) En la tabla siguiente aparecen las edades y los pesos de cinco niñas:

Edad (años)	2	3	5	7	8
Peso (kg)	13	20	32	41	44

- Calcula el coeficiente de correlación lineal de las edades y el peso de las niñas
- Halla la ecuación de la recta de regresión de la edad sobre el peso

Solución:

Edad (x_i)	Peso (y_i)	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
2	13	4	169	26
3	20	9	400	60
5	32	25	1024	160
7	41	49	1681	287
8	44	64	1936	352
25	150	151	5210	885

$\bar{x} = \frac{25}{5} = 5$; $\bar{y} = \frac{150}{5} = 30$; $n = 5$

$\sigma_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{151}{5} - 5^2 = 5,2$; $\sigma_y^2 = \frac{\sum y_i^2}{n} - \bar{y}^2 = \frac{5210}{5} - 30^2 = 142$

Covarianza: $\sigma_{xy} = \frac{\sum x_i \cdot y_i}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{885}{5} - 5 \cdot 30 = 27$

- Coeficiente de correlación lineal: $r_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{27}{\sqrt{5,2} \cdot \sqrt{142}} \approx 0,993$

- Recta de regresión de la edad (x) sobre el peso (y): $x - \bar{x} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} (y - \bar{y}) \rightarrow x - 5 = \frac{27}{142} (y - 30) \rightarrow$
 $\rightarrow x - 5 = 0,19(y - 30)$

- Recta de regresión del peso (y) sobre la edad (x): $y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x}) \rightarrow y - 30 = \frac{27}{5,2} (x - 5)$