1. **Hallar todos los vectores perpendiculares a $\vec{u} = (1,-3)$ que tengan módulo 12.**

Solución:

Dos vectores perpendiculares a $\vec{u} = (1,-3)$ serán:

$$\overrightarrow{v_1} = (3,1) \text{ y } \overrightarrow{v_2} = (-3,-1)$$

$\left|\overrightarrow{v_1}\right| = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ **el vector** $\overrightarrow{h_1} = \dfrac{\overrightarrow{v_1}}{\left|\overrightarrow{v_1}\right|} = \left(\dfrac{3}{\sqrt{10}}, \dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)$ **tiene módulo uno,**

luego $\overrightarrow{w_1} = 12 \cdot \overrightarrow{h_1} = \left(\dfrac{36}{\sqrt{10}}, \dfrac{12}{\sqrt{10}}\right)$ **tiene módulo 12.**

$\left|\overrightarrow{v_2}\right| = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ **el vector** $\overrightarrow{h_2} = \dfrac{\overrightarrow{v_2}}{\left|\overrightarrow{v_2}\right|} = \left(\dfrac{-3}{\sqrt{10}}, \dfrac{-1}{\sqrt{10}}\right)$ **tiene módulo uno,**

luego $\overrightarrow{w_2} = 12 \cdot \overrightarrow{h_2} = \left(\dfrac{-36}{\sqrt{10}}, \dfrac{-12}{\sqrt{10}}\right)$ **tiene módulo 12.**

2. **Calcular la distancia del punto P(2,3) a la recta:**

a. $r: 4y = 2x - 3$

b. $r: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$

c. $r: 2x - 7y + 1 = 0$

Solución:

a. La ecuación general de la recta es $2x - 4y - 3 = 0$

$$d(P,r) = \frac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 \cdot 2 - 4 \cdot 3 - 3|}{\sqrt{4+16}} = \frac{|-11|}{\sqrt{20}} = \frac{11}{\sqrt{20}}$$

b.

$$r:\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + 3t \end{cases} \Rightarrow 3x + y - 11 = 0$$ **es la ecuación general de la recta.**

$$d(P,r) = \frac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 - 11|}{\sqrt{9+1}} = \frac{|-2|}{\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

c. La ecuación general es $2x - 7y + 1 = 0$

$$d(P,r) = \frac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 \cdot 2 - 7 \cdot 3 + 1|}{\sqrt{4+49}} = \frac{|-16|}{\sqrt{53}} = \frac{16}{\sqrt{53}}$$

3. Calcular el ángulo formado por las rectas:

a.

$r: \quad x - y + 3 = 0$

$s: \quad 2x + 3y - 8 = 0$

b.

$$r: \begin{cases} x = -1 + 3\lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-2}$$

Solución:

a. Las rectas están definidas según su ecuación general

$r: \quad x - y + 3 = 0$

$s: \quad 2x + 3y - 8 = 0$

$$\cos\alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2}} = \frac{2 \cdot 1 - 1 \cdot 3}{\sqrt{1+1}\sqrt{4+9}} = -0{,}1961161351 \Rightarrow$$

$\alpha = 101^{\circ}18'36''$

b. Pasamos las rectas a su ecuación general:

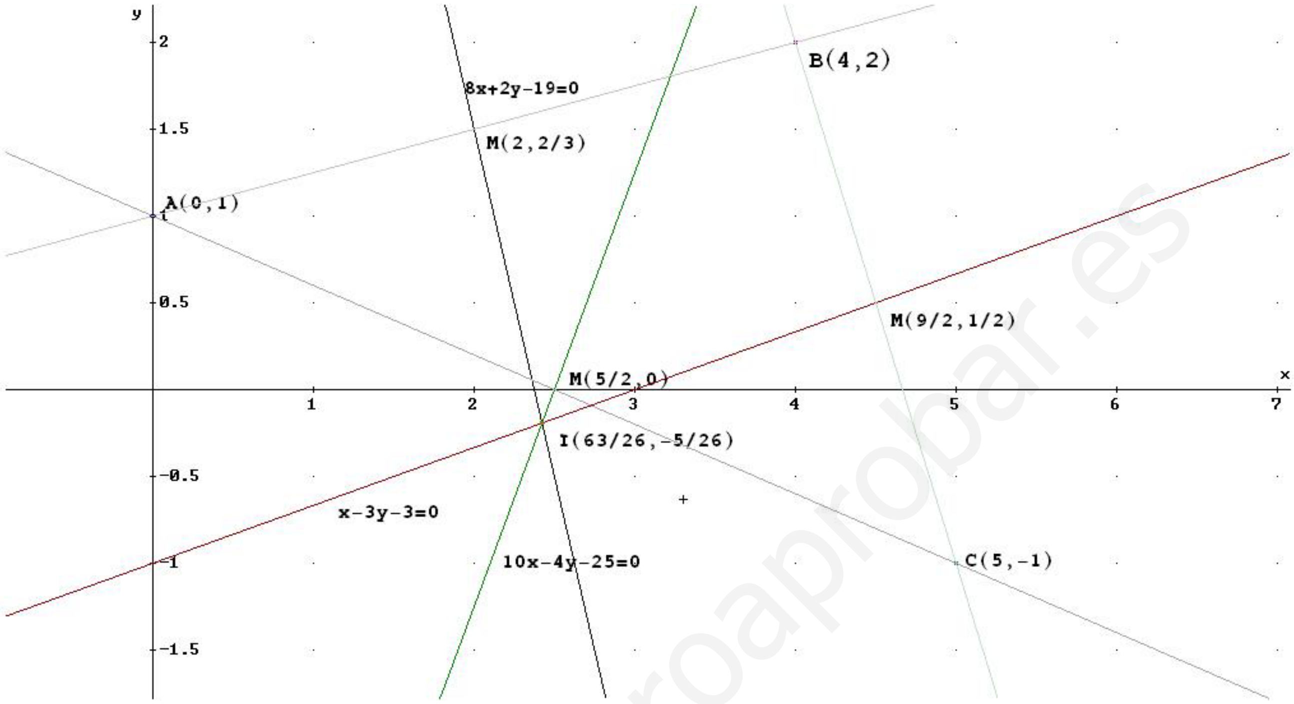
$$r: \begin{cases} x = -1 + 3\lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases} \Rightarrow x + 3y - 5 = 0$$

$$s: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-2} \Rightarrow 2x + y - 8 = 0$$

$$\cos\alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2}} = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 1}{\sqrt{1+9}\sqrt{4+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^{\circ}$$

4. **Dado el triángulo formado por los puntos *A*(0,1), *B*(4,2) y *C*(5,-1), calcular las ecuaciones de sus mediatrices y el punto en el que se cortan (circuncentro).**

Solución:



Calculamos M_1, M_2 **y** M_3**:**

$$M_1 = \left(\frac{4+0}{2}, \frac{1+2}{2}\right) = \left(2, \frac{3}{2}\right)$$

$$M_2 = \left(\frac{4+5}{2}, \frac{2-1}{2}\right) = \left(\frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$M_3 = \left(\frac{0+5}{2}, \frac{1-1}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, 0\right)$$

Calculamos los vectores $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ **y** $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB} = (4,2) - (0,1) = (4,1) \quad \Rightarrow (-1,4)$ **es un vector perpendicular a** $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BC} = (5,-1) - (4,2) = (1,-3) \Rightarrow (3,1)$ **es un vector perpendicular a** $\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AC} = (5,-1) - (0,1) = (5,-2) \Rightarrow (2,5)$ **es un vector perpendicular a** $\overrightarrow{AC}$

Las mediatrices pasarán por los puntos medios, y tendrán por vectores directores los perpendiculares a los lados:

$$r_1 : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-\frac{3}{2}}{4} \Rightarrow 8x + 2y - 19 = 0$$

$$r_2 : \frac{x-\frac{9}{2}}{3} = \frac{y-\frac{1}{2}}{1} \Rightarrow x - 3y - 3 = 0$$

$$r_3 : \frac{x-\frac{5}{2}}{2} = \frac{y-0}{5} \Rightarrow 10x - 4y - 25 = 0$$

Las coordenadas del circuncentro serán la solución del siguiente sistema:

$$\begin{cases} 8x + 2y - 19 = 0 \\ x - 3y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 63/26 \\ y = -5/26 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{63}{26}, -\frac{5}{26}\right)$$