

**Expresa el vector  $\vec{u}=(5,3)$  del espacio vectorial  $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$  como combinación lineal de los vectores  $\vec{v}=(1,5)$  ,  $\vec{w}=(2,-1)$  .**

Aplicamos la definición de combinación lineal:

$$(5,3)=a(1,5)+b(2,-1) \rightarrow (5,3)=(a+2b,5a-b)$$

Igualamos componentes:

$$\begin{cases} 5=a+2b \\ 3=5a-b \end{cases} \rightarrow \text{soluciones: } a=1 \text{ , } b=2$$

Es decir, podemos expresar  $\vec{u}=(5,3)$  en función de los otros dos vectores de la forma:

$$(5,3)=(1,5)+2(2,-1)$$

**Dados los vectores  $\vec{u}=(1,1)$  ,  $\vec{v}=(1,2)$  del espacio vectorial  $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$  comprueba que son linealmente independientes**

En primer lugar comprobamos que ambos vectores son linealmente independientes.

$$a(1,1)+b(1,2)=(0,0) \rightarrow \begin{cases} a-b=0 \\ a+2b=0 \end{cases} \rightarrow \text{Solución única } a=b=0$$

Son independientes.

**Expresa el vector  $\vec{u}=(0,8)$  del espacio vectorial  $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$  como combinación lineal de los vectores  $\vec{v}=(3,-5)$  ,  $\vec{w}=(6,-2)$  .**

$$(0,8)=a(3,-5)+b(6,-2)$$

Obtenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas.

$$\begin{cases} 0=3a+6b \\ 8=-5a-2b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0=3a+6b \\ 24=-15a-6b \end{cases} \rightarrow \text{Sumamos} \rightarrow 24=-12a \rightarrow a=-2 \text{ , } b=1$$

En consecuencia  $\rightarrow (0,8)=-2(3,-5)+(6,-2)$

**Demuestra que los vectores  $\vec{u}=(2,-1)$  ,  $\vec{v}=(-3,2)$  ,  $\vec{w}=(1,0)$  del espacio vectorial  $(\mathbb{R}^2,+,\cdot)$  son linealmente dependientes.**

Aplicamos la definición de dependencia lineal.

$$a(2,-1)+b(-3,2)+c(1,0)=(0,0)$$

Si esta relación admite soluciones distintas de la trivial  $a=b=c=0$  , los vectores serán linealmente dependientes.

$$(2a-3b+c, -a+2b)=(0,0)$$

Iguando componentes generamos un sistema de dos ecuaciones y tres incógnitas.

$$\begin{cases} 2a-3b+c=0 \\ -a+2b=0 \end{cases} \rightarrow \text{Sistema sobredeterminado} \rightarrow \text{Un parámetro libre} \rightarrow c=\lambda$$

$$\begin{cases} 2a-3b=-\lambda \\ -a+2b=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a-3b=-\lambda \\ -2a+4b=0 \end{cases} \rightarrow \text{Sumamos} \rightarrow b=-\lambda$$

Y despejando de la segunda ecuación  $\rightarrow a=-2\lambda$

El parámetro libre  $\lambda$  puede tomar cualquier valor real, por lo tanto existen infinitas soluciones compatibles con el sistema. Estamos ante vectores linealmente dependientes.

**Calcula el ángulo que forman  $\vec{u}=(2\cdot\sqrt{2},-2)$  y  $\vec{v}=(\sqrt{2},-1)$  .**

Tenemos dos definiciones del producto escalar.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x v_x + u_y v_y = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + (-2)(-1) = 4 + 2 = 6$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos(\alpha) = \sqrt{8+4} \cdot \sqrt{2+1} \cos(\alpha) = \sqrt{36} \cos(\alpha) = 6 \cos(\alpha)$$

Iguamos y podemos obtener el ángulo.

$$6 = 6 \cos(\alpha) \rightarrow \cos(\alpha) = 1 \rightarrow \alpha = 0^\circ$$

**Calcula el valor de  $m$  para que  $\vec{u}=(m,5)$  tenga por módulo 13 .**

$$|\vec{u}| = 13 \rightarrow \sqrt{m^2+25} = 13 \rightarrow m^2+25 = 169 \rightarrow m^2 = 144 \rightarrow m = \pm 12$$

Dados los vectores  $\vec{u}=(2,0)$  ,  $\vec{v}=(1,2)$  del espacio vectorial  $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$  , demuestra que forman un sistema generador. Expresa  $\vec{w}=(4,-4)$  como combinación lineal del sistema generador.

$$(x, y) = a(2,0) + b(1,2) \rightarrow (x, y) = (2a+b, 2b)$$

Igualando componentes obtenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas.

$$\begin{cases} x=2a+b \\ y=2b \end{cases} \rightarrow \text{De la segunda ecuación} \rightarrow b = \frac{y}{2} \rightarrow \text{De la primera} \rightarrow a = \frac{2x-y}{4}$$

Podemos expresar  $a, b$  en función de las componentes del vector arbitrario  $(x, y)$  . Por lo tanto, sí forman sistema generador.

Para el vector  $\vec{w}=(4,-4)$  tendremos:

$$a = \frac{2x-y}{4} \rightarrow a = \frac{2 \cdot 4 + 4}{4} = 3$$

$$b = \frac{y}{2} \rightarrow b = \frac{-4}{2} = -2$$

Es decir  $\rightarrow (4, -4) = 3(2,0) - 2(1,2)$

Dados los vectores  $\vec{u}=(3,4)$  ,  $\vec{v}=(-2,5)$  ,  $\vec{w}=(-4,3)$  .

a) Normalizarlos.

b) Hallar el producto escalar  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  ,  $\vec{u} \cdot \vec{w}$  .

c) ¿Qué ángulo forman los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  , y los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{w}$  ?

$$a) |\vec{u}| = \sqrt{9+16} = 5 \rightarrow \hat{u} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{4+25} = \sqrt{29} \rightarrow \hat{v} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \left(\frac{-2}{\sqrt{29}}, \frac{5}{\sqrt{29}}\right)$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{16+9} = 5 \rightarrow \hat{w} = \frac{\vec{w}}{|\vec{w}|} = \left(\frac{-4}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

$$b) \vec{u} \cdot \vec{v} = (3,4) \cdot (-2,5) = 3 \cdot (-2) + 4 \cdot 5 = 14$$

$$\vec{u} \cdot \vec{w} = (3,4) \cdot (-4,3) = 3 \cdot (-4) + 4 \cdot 3 = 0$$

$$c) \text{ángulo}(\vec{u}, \vec{v}) = \arccos\left(\frac{u_x v_x + u_y v_y}{|\vec{u}||\vec{v}|}\right) = \arccos\left(\frac{14}{5\sqrt{29}}\right) = 58,67^\circ$$

$$\text{ángulo}(\vec{u}, \vec{w}) = \arccos\left(\frac{u_x w_x + u_y w_y}{|\vec{u}||\vec{w}|}\right) = \arccos(0) = 90^\circ$$

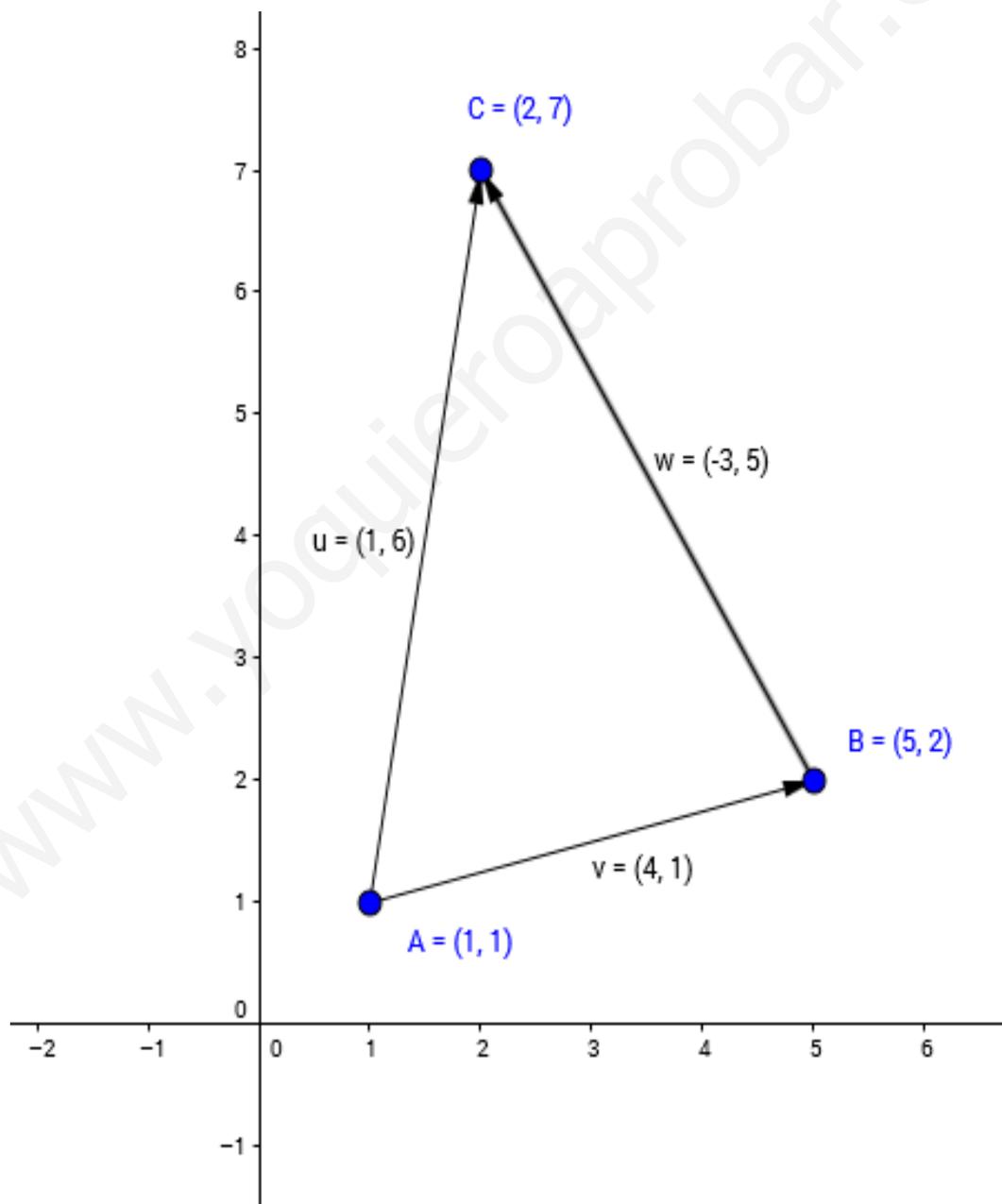
Dados los puntos en el plano  $A(1,1)$  ,  $B(5,2)$  ,  $C(2,7)$  representálos gráficamente y halla las coordenadas de los vectores  $\vec{AB}$  ,  $\vec{AC}$  ,  $\vec{BC}$  .

Para hallar un vector a partir de dos puntos, restamos las coordenadas x e y correspondientes (final menos inicial)

$$\vec{AB}=(5-1,2-1)=(4,1)$$

$$\vec{AC}=(2-1,7-1)=(1,6)$$

$$\vec{BC}=(2-5,7-2)=(-3,5)$$



Calcula el valor de  $m$  para que los vectores  $\vec{u}=(m,1,3)$ ,  $\vec{v}=(0,m,-4)$ ,

$\vec{w}=(1,2,-1)$  sean linealmente independientes.

Planteamos la definición de independencia lineal, y forzamos que la solución del sistema sea única (solución trivial).

$$a\vec{u}+b\vec{v}+c\vec{w}=(0,0,0) \rightarrow \begin{cases} ma+c=0 \\ a+mb+2c=0 \\ 3a-4b-c=0 \end{cases} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} m & 0 & 1 & 0 \\ 1 & m & 2 & 0 \\ 3 & -4 & -1 & 0 \end{array} \right) \rightarrow F_3 \leftrightarrow F_1 \rightarrow$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & -1 & 0 \\ 1 & m & 2 & 0 \\ m & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \rightarrow F_2' = 3F_2 - F_1, \quad F_3' = 3F_3 - mF_1 \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & -1 & 0 \\ 0 & 3m+4 & 7 & 0 \\ 0 & 4m & 3+m & 0 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$F_3' = (3m+4)F_3 - 4mF_2 \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & -1 & 0 \\ 0 & 3m+4 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3m^2-15m+12 & 0 \end{array} \right)$$

De la tercera ecuación  $\rightarrow (3m^2-15m+12)c=0 \rightarrow$  La solución única será  $c=0$  siempre y cuando  $3m^2-15m+12 \neq 0 \rightarrow$  Resolvemos la ecuación:

$$m \neq \frac{15 \pm \sqrt{225-144}}{6} \rightarrow m \neq \frac{15 \pm 9}{6} \rightarrow m \neq 1, \quad m \neq 4$$

Si  $c=0 \rightarrow$  De la segunda ecuación  $\rightarrow (3m+4)b=0 \rightarrow$  La solución única será  $b=0$  siempre y cuando  $3m+4 \neq 0 \rightarrow m \neq -\frac{4}{3} \rightarrow$  Este valor no lo consideramos porque invalidaría una de las transformaciones lineales aplicadas en el método de Gauss.

**Calcula  $a$  para que el conjunto de vectores  $\vec{u}=(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5})$  y  $\vec{v}=(2a, \frac{3a}{2})$  sea una base ortonormal.**

Una base ortonormal en dos dimensiones está formada por dos vectores unitarios y perpendiculares entre si.

El primer vector es de módulo unidad  $\rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{\frac{9}{25} + \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{25}{25}} = 1$

El segundo vector también debe ser unitario  $\rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{4a^2 + \frac{9a^2}{4}} = \sqrt{\frac{25a^2}{4}} = 1 \rightarrow a = \pm \frac{2}{5}$

Para comprobar que son perpendiculares, vemos si su producto escalar se anula:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{6a}{5} - \frac{6a}{5} = 0$$

Es decir, el producto escalar se anula independientemente del valor de  $a$ . Tenemos una base ortonormal para  $a = \pm \frac{2}{5}$

Dados los vectores  $\vec{u}=(5,-1)$ ,  $\vec{v}=(m,6)$ ,  $\vec{w}=(2,n)$ .

- Calcular el valor de  $m$  para que  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean perpendiculares.
- Calcular el valor de  $n$  para que  $\vec{u}$  y  $\vec{w}$  sean perpendiculares.
- Normalizar los vectores.

a) Dos vectores son perpendiculares si su producto escalar es nulo.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \rightarrow (5,-1)(m,6) = 0 \rightarrow 5m - 6 = 0 \rightarrow m = \frac{6}{5}$$

$$\text{b) } \vec{u} \cdot \vec{w} = 0 \rightarrow (5,-1)(2,n) = 0 \rightarrow 10 - n = 0 \rightarrow n = 10$$

$$\text{c) } |\vec{u}| = \sqrt{25+1} = \sqrt{26} \rightarrow \hat{u} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \left( \frac{5}{\sqrt{26}}, \frac{-1}{\sqrt{26}} \right)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{m^2+36} \rightarrow \hat{v} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \left( \frac{m}{\sqrt{m^2+36}}, \frac{6}{\sqrt{m^2+36}} \right)$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{4+n^2} \rightarrow \hat{w} = \frac{\vec{w}}{|\vec{w}|} = \left( \frac{2}{\sqrt{4+n^2}}, \frac{n}{\sqrt{4+n^2}} \right)$$

www.yoquieroaprobar.es

Calcula el ángulo que forman  $u \hat{=} (3,0)$  y  $v \hat{=} (1,\sqrt{3})$ .

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{3 \cdot 1 + 0 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Sean los vectores  $\vec{u} = (3, -4)$  y  $\vec{v} = (5, 6)$ . Calcula:

a) Módulos y argumentos (ángulo con semieje positivo horizontal) de ambos vectores.

b) El producto escalar  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  y el ángulo que forman los dos vectores entre sí.

c) Normalización del vector  $\vec{u}$ .

d) Un vector ortogonal a  $\vec{v}$ .

a)  $|\vec{u}| = \sqrt{9+16} = 5 \rightarrow \alpha = \text{arctg}\left(\frac{-4}{3}\right) = -53,13^\circ = 306,87^\circ$

$$|\vec{v}| = \sqrt{25+36} = \sqrt{61} \rightarrow \beta = \text{arctg}\left(\frac{6}{5}\right) = 50,19^\circ$$

b)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 5 - 4 \cdot 6 = 15 - 24 = -9$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\gamma) \rightarrow \cos(\gamma) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-9}{5 \cdot \sqrt{61}} = -0,23 \rightarrow \gamma = 103,32^\circ$$

c)  $\hat{u} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} \rightarrow \hat{u} = \left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right) = \left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$

d) Para obtener un vector perpendicular a  $\vec{v} = (5, 6)$ , intercambiamos las posiciones de las componentes de  $\vec{v}$  y cambiamos el signo a una de ellas. Así, los siguientes dos vectores son perpendiculares a  $\vec{v}$ :

$$\vec{w} = (-6, 5)$$

$$\vec{t} = (6, -5)$$

Sea el polígono irregular de cuatro lados, con vértices consecutivos en los puntos  $A(2,3)$  ,  $B(4,-5)$  ,  $C(8,5)$  y  $D(5,1)$  .

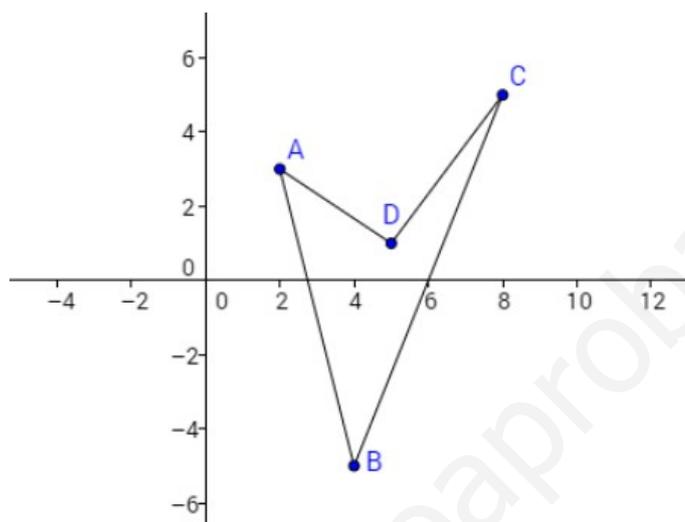
a) Representar el polígono gráficamente y obtener su perímetro (trabajar con raíces, no usar decimales).

b)  $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$

c) Ángulo en el vértice  $A$

d)  $|\vec{BD}|$

a) Representación gráfica del polígono.



Su perímetro es la suma de los módulos de los vectores que forman sus lados.

$$\vec{AB}=(4-2,-5-3)=(2,-8) \rightarrow |\vec{AB}|=\sqrt{68}$$

$$\vec{BC}=(8-4,5+5)=(4,10) \rightarrow |\vec{BC}|=\sqrt{116}$$

$$\vec{CD}=(5-8,1-5)=(-3,-4) \rightarrow |\vec{CD}|=\sqrt{25}=5$$

$$\vec{DA}=(2-5,3-1)=(-3,2) \rightarrow |\vec{DA}|=\sqrt{13}$$

Perímetro  $\rightarrow P=\sqrt{68}+\sqrt{116}+5+\sqrt{13}$  unidades

b) El vector  $\vec{AD}=-\vec{DA}=(3,-2) \rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AD}=2 \cdot 3+8 \cdot (-2)=-10$

c)  $\vec{AB} \cdot \vec{AD}=|\vec{AB}| \cdot |\vec{AD}| \cdot \cos(\alpha) \rightarrow \cos(\alpha)=\frac{\vec{AB} \cdot \vec{AD}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AD}|}=\frac{-10}{\sqrt{68} \cdot \sqrt{13}}=-0,74 \rightarrow \alpha=132,27^\circ$

Elegimos el vector del primer cuadrante (coseno positivo) ya que, gráficamente, vemos que el ángulo en el vértice  $A$  es agudo (menor de  $90^\circ$  ).

d)  $\vec{BD}=(5-4,1+5)=(1,6) \rightarrow |\vec{BD}|=\sqrt{37}$

4. a) Dados los puntos  $A(\frac{-1}{2}, a)$  ,  $B(1,0)$  y  $C(\frac{-1}{2}, -a)$  , halla el valor de  $a$  para que el triángulo  $ABC$  sea equilátero.

b) Para  $a=1$  obtener el ángulo del vértice  $B$  usando el producto escalar de vectores (elegir valor del primer cuadrante).

a) El triángulo será equilátero si sus tres lados son iguales (y, en consecuencia, los ángulos internos será de  $60^\circ$  cada uno).

La longitud de cada lado coincide con el módulo de los vectores que lo forman. Es decir:

$$\vec{AB} = (1 + \frac{1}{2}, 0 - a) = (\frac{3}{2}, -a) \rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{\frac{9+4a^2}{4}}$$

$$\vec{AC} = (\frac{-1}{2} + \frac{1}{2}, -a - a) = (0, -2a) \rightarrow |\vec{AC}| = 2a$$

$$\vec{BC} = (\frac{-1}{2} - 1, -a - 0) = (\frac{-3}{2}, -a) \rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{\frac{9+4a^2}{4}}$$

Igualamos módulos para obtener lados de la misma longitud:

$$\sqrt{\frac{9+4a^2}{4}} = 2a \rightarrow \frac{9+4a^2}{4} = 4a^2 \rightarrow 9+4a^2 = 16a^2 \rightarrow a = \frac{\pm\sqrt{3}}{2}$$

b) Si  $a=1$  tendremos  $\vec{AB} = (\frac{3}{2}, -1)$   $\rightarrow$   $\vec{BA} = (\frac{-3}{2}, 1)$  ,  $\vec{BC} = (\frac{-3}{2}, -1)$

Si aplicamos el siguiente producto escalar, podemos obtener el ángulo del primer cuadrante en  $B$  :

$$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = |\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}| \cdot \cos(\beta) \rightarrow \cos(\beta) = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{\frac{9}{4} - 1}{\sqrt{\frac{13}{4}} \cdot \sqrt{\frac{13}{4}}} = 0,385 \rightarrow \beta = 67,38^\circ$$

2. a) Expresa  $u \equiv (-3,5)$  como combinación lineal de  $\vec{v}=(4,6)$  y  $\vec{w}=(1,-4)$ .

b) Demuestra analíticamente que los vectores  $\vec{u}=(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 0)$ ,  $\vec{v}=(2,3,-1)$  y  $\vec{w}=(1,0,-1)$  no forman un sistema generador en  $V^3$ .

$$a) \vec{u} = a \cdot \vec{v} + b \cdot \vec{w} \rightarrow (-3,5) = a \cdot (4,6) + b \cdot (1,-4) \rightarrow (-3,5) = (4a+b, 6a-4b)$$

$$\text{Igualamos componentes} \rightarrow \begin{cases} -3 = 4a + b \\ 5 = 6a - 4b \end{cases} \rightarrow a = \frac{-7}{22}, \quad b = \frac{-19}{11}$$

b) Si no forman un sistema generador, el conjunto de vectores no puede representar como combinación lineal de ellos mismos un vector arbitrario  $(x, y, z)$ .

$$\begin{aligned} a \cdot \vec{u} + b \cdot \vec{v} + c \cdot \vec{w} &= (x, y, z) \\ \begin{cases} \frac{a}{2} + 2b + c = x \\ 3a + 3b = y \\ -b - c = z \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} a + 4b + 2c = 2x \\ 3a + 6b = 2y \\ -b - c = z \end{cases} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 2 & 2x \\ 3 & 6 & 0 & 2y \\ 0 & -1 & -1 & z \end{array} \right) \rightarrow F'_3 = F_3 - 3F_1 \rightarrow \\ \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 2 & 2x \\ 0 & -6 & -6 & 2y - 6x \\ 0 & -1 & -1 & z \end{array} \right) &\rightarrow F'_3 = 6F_3 - F_2 \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 2 & 2x \\ 0 & -6 & -6 & 2y - 6x \\ 0 & 0 & 0 & 6z - 2y + 6x \end{array} \right) \end{aligned}$$

Llegamos a un absurdo, ya que  $F_3$  indica que los valores del vector arbitrario deben cumplir la relación  $6z - 2y + 6x = 0$  y esto no se cumple para cualquier valor arbitrario de  $(x, y, z)$ .

Por ejemplo  $(1,0,0) \rightarrow 6 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 6 \cdot 1 = 6 \neq 0 \rightarrow$  Absurdo matemático  $\rightarrow$  No forman un sistema generador.

Dado el triángulo de vértices  $A(x, 2)$ ,  $B(1, 3)$  y  $C(2, -1)$ .

a) Halla el valor de  $x$  para que el triángulo ABC sea rectángulo en el vértice C.

b) Halla el valor de  $x$  para que el triángulo ABC sea isósceles y su lado desigual sea  $\overline{AC}$ .

a) Dados los tres vértices, podemos obtener los siguientes vectores:

$$\vec{AC} = (2-x, -3), \quad \vec{BC} = (1, -4), \quad \vec{AB} = (1-x, 1)$$

Si el vértice C debe ser  $90^\circ$ , el producto escalar de los vectores  $\vec{AC}$  y  $\vec{BC}$  debe ser nulo, ya que serán perpendiculares.

$$\vec{AC} \cdot \vec{BC} = (2-x, -3) \cdot (1, -4) \rightarrow \vec{AC} \cdot \vec{BC} = 2-x+12, \quad \vec{AC} \cdot \vec{BC} = 0 \rightarrow 14-x=0$$
$$x=14$$

b) Si el triángulo es isósceles con lado desigual  $\overline{AC}$ , significa que los otros dos lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  deben tener igual longitud. Es decir, los vectores asociados tienen igual módulo.

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(1-x)^2 + 1} = \sqrt{x^2 - 2x + 2}, \quad |\vec{BC}| = \sqrt{1 + (-4)^2} = \sqrt{17}$$

$$\text{Igualamos} \rightarrow x^2 - 2x + 2 = 17 \rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2}$$

Solución  $\rightarrow x=5, x=-3$

Calcula la proyección del vector  $\vec{u}=(5,-1)$  sobre el vector  $\vec{v}=(-2,3)$  .

Al proyectar un vector  $\vec{u}$  sobre otro vector  $\vec{v}$  obtenemos un escalar positivo (número real) igual al módulo del vector  $\vec{u}$  por el coseno del ángulo que forman ambos vectores.

$$\text{Proyección} = |\vec{u}| \cdot \cos(\hat{\vec{u}}, \hat{\vec{v}})$$

Ponemos todo en valor absoluto para garantizar obtener un valor positivo.

$$|\vec{u}| = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

$$\cos(\hat{\vec{u}}, \hat{\vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-10 - 3}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{13}} = -0,707... \rightarrow (\hat{\vec{u}}, \hat{\vec{v}}) = 135^\circ$$

$$\text{Proyección} = |\vec{u}| \cdot \cos(\hat{\vec{u}}, \hat{\vec{v}}) = \sqrt{26} \cdot 0,707 = 3,6 \text{ u}$$

