

## ACTIVIDADES FUNCIONES ELEMENTALES

1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones, a partir de su fórmula:

$$\begin{array}{llll}
 a) y = \sqrt{x^2 + 1} & b) y = \frac{1}{x^2 + 4} & c) y = x^2 - 2x + 3 & d) y = \frac{12}{(x-2) \cdot (x+2) \cdot (x-1)} \\
 e) y = \frac{3}{x^2 + x} & f) y = \frac{x}{(x-2)^2} & g) y = \frac{x-1}{2x+1} & h) y = \frac{2}{5x - x^2} \\
 i) y = \sqrt{-3x} & j) y = \sqrt{x^2 + 3x + 4} & k) y = \sqrt{x^2 - 4x - 5} & l) y = \sqrt{4 - x^2} \\
 m) y = \frac{-1}{x^2 - x^2} & n) y = \frac{2x}{x^2 - 1} & ñ) y = \frac{1}{\sqrt{x-1}} & o) y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \\
 p) y = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}} & q) y = \text{Ln}\left(\frac{3x+2}{3x-9}\right) & r) y = \log\left(\frac{-3}{x^2 - 5x + 6}\right) & 
 \end{array}$$

2. Representa gráficamente las parábolas siguientes:

$$\begin{array}{lll}
 a) y = x^2 - 2x + 3 & b) y = -x^2 + 2x - 3 & c) y = x^2 + 2x + 3 \\
 d) y = \frac{1}{3}x^2 - x + 3 & e) y = -x^2 + 3x & f) y = x^2 - 4 \quad g) y = 2x^2 + 1
 \end{array}$$

3. Representa gráficamente las siguientes funciones racionales, indicando su dominio y asíntotas:

$$\begin{array}{lll}
 a) y = \frac{2}{x+1} & b) y = \frac{2x-5}{x-3} & c) y = \frac{2x+3}{x}
 \end{array}$$

4. Representa gráficamente las funciones:

$$\begin{array}{lll}
 a) y = +\sqrt{x} & b) y = +\sqrt{x-2} & c) y = 1 + \sqrt{x}
 \end{array}$$

5. Halla la representación gráfica de las siguientes funciones definidas a trozos:

$$\begin{array}{ll}
 a) y = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases} & b) y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } 0 < x < 4 \\ x - 3 & \text{si } x \geq 4 \end{cases} \\
 c) y = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \in [-3, 0[ \\ x^2 - 2x + 1 & \text{si } x \in [0, 3] \\ 4 & \text{si } x \in ]3, +\infty[ \end{cases} & d) y = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \\
 e) y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{si } x < -2 \\ \frac{x^2}{2} & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}
 \end{array}$$

6. Representa gráficamente las funciones siguientes:

$$\begin{array}{ll}
 a) y = |-3x| & b) y = |2x - 5| \\
 c) y = |x^2 - 4x + 3| & d) y = |-x^2 + 1|
 \end{array}$$

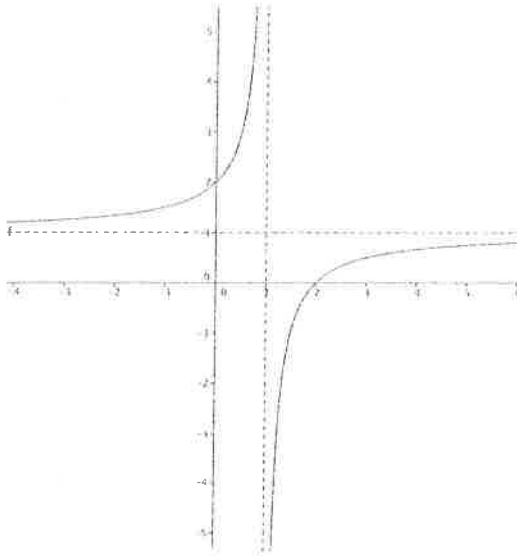
7. Representa gráficamente las funciones exponenciales y logarítmicas siguientes:

$$\begin{array}{ll}
 a) y = \log(x + 2) & b) \log_3(-x + 1) \\
 c) y = \left(\frac{1}{3}\right)^x & d) y = 2^{x-1}
 \end{array}$$

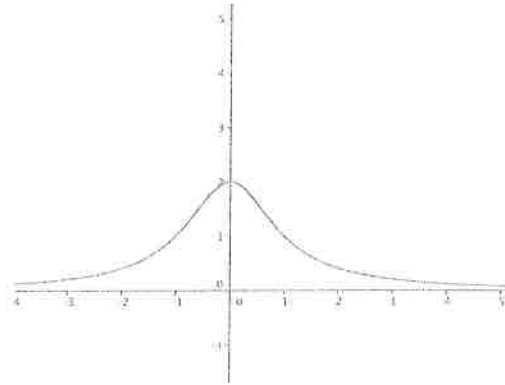
8. Dadas las funciones  $f(x) = \log x$  y  $g(x) = x^2 + 2x - 3$ , halla:  
 a)  $h(x) = f \circ g(x)$  y Dominio de  $h(x)$                       b)  $g \circ f(x)$

9. Observa las siguientes funciones y, a la vista de su gráfica, determina su dominio, recorrido o imagen, intervalos de crecimiento y decrecimiento y existencia de máximos mínimos relativos. Si es posible, determina sus asíntotas.

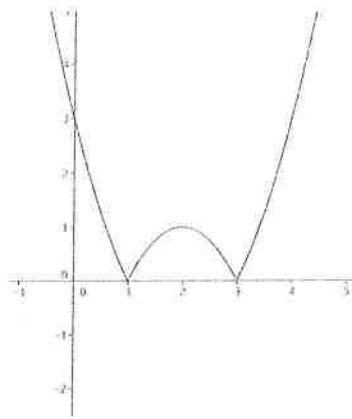
a)



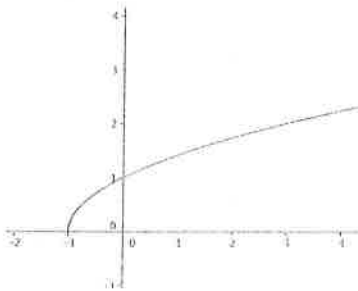
b)



c)



d)



10. Relaciona cada gráfica del ejercicio anterior con una de las siguientes expresiones: (Una de ellas sobra)

I)  $y = |x^2 - 4x + 3|$

II)  $y = \frac{x-2}{x-1}$

III)  $y = \log(x+1)$

IV)  $y = \sqrt{x+1}$

V)  $y = \frac{2}{x^2+1}$

# FUNCIÓNES ELEMENTALES

## (SOLUCIONES)

1. a)  $y = \sqrt{x^2+1}$  Dom =  $\mathbb{R}$       b)  $y = \frac{1}{x^2+4}$  Dom =  $\mathbb{R}$   
 $x^2+4=0$  no tiene solución

b)  $y = x^3 - 2x + 3$  D =  $\mathbb{R}$       d)  $y = \frac{12}{(x-2) \cdot (x+2) \cdot (x-1)}$  D =  $\mathbb{R} - \{ -2, 2, 1 \}$   
 $(x-2)(x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow$   
 $x=2$   
 $x=-2$   
 $x=1$

e)  $y = \frac{3}{x^2+x}$  Dom =  $\mathbb{R} - \{ 0, -1 \}$   
 $x^2+x=0 \Leftrightarrow x(x+1)=0 \Leftrightarrow$   
 $x=0$   
 $x=-1$

f)  $y = \frac{x}{(x-2)^2}$  Dom =  $\mathbb{R} - \{ 2 \}$       g)  $y = \frac{x-1}{2x+1}$  D =  $\mathbb{R} - \{ -\frac{1}{2} \}$   
 $2x+1=0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

h)  $y = \frac{2}{5x-x^2}$   $5x-x^2=0 \Leftrightarrow$   $x=0$  Dom =  $\mathbb{R} - \{ 0, 5 \}$   
 $x=5$

i)  $y = \sqrt{-3x}$   $-3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$  Dom =  $(-\infty, 0]$

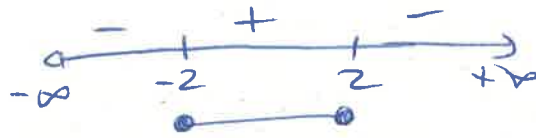
j)  $y = \sqrt{x^2+3x+4}$   $x^2+3x+4 \geq 0$   $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-16}}{2}$  no hay solución  
El radicando es siempre positivo, luego Dom =  $\mathbb{R}$

k)  $y = \sqrt{x^2-4x-5}$   $x^2-4x-5 \geq 0$  Raíces:  $x^2-4x-5=0$   
 $(x+1)(x-5) \geq 0$   $x < -\frac{1}{5}$



Dom =  $(-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$

b)  $y = \sqrt{4-x^2}$        $4-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow (2-x)(2+x) \geq 0$       Raíces:  $-2, 2$



$D = [-2, 2]$

m)  $y = \frac{-1}{x^3-x^2}$        $x^3-x^2=0$  Raíces:  $x=0$  y  $x=1$   
 Dom =  $\mathbb{R} - \{0, 1\}$

n)  $y = \frac{2x}{x^4-1}$        $x^4-1=0 \Leftrightarrow$  Raíces:  $x=1, x=-1$   
 Dom =  $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

ñ)  $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$        $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$       Dom =  $(1, +\infty)$

o)  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$        $x^2-1 > 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) > 0$

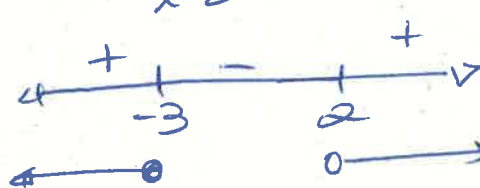


$D = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

p)  $y = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$

$\frac{x+3}{x-2} \geq 0$

$x = -3$  raíces  
 $x = 2$



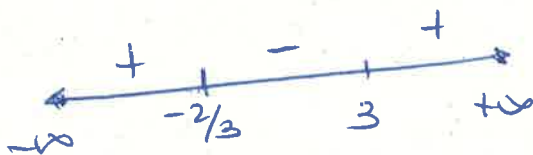
Dom =  $(-\infty, -3] \cup (2, +\infty)$

q)  $y = \ln\left(\frac{3x+2}{3x-9}\right)$

$\frac{3x+2}{3x-9} > 0$

$3x+2=0 \Rightarrow x = -2/3$

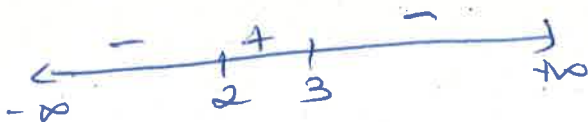
$3x-9=0 \Rightarrow x = 3$



Dom =  $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (3, +\infty)$

r)  $y = \log\left(\frac{-3}{x^2-5x+6}\right)$

El numerador no tiene raíces.  
 El denominador se anula  
 para  $x=2$  y  $x=3$ .



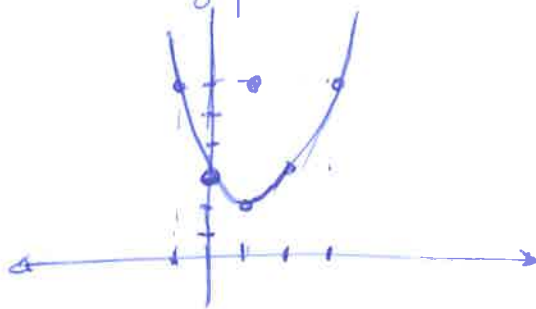
Dom =  $(2, 3)$

2- a)  $y = x^2 - 2x + 3$ .  $D = \mathbb{R}$

Vértice:  $x = \frac{2}{2} = 1$

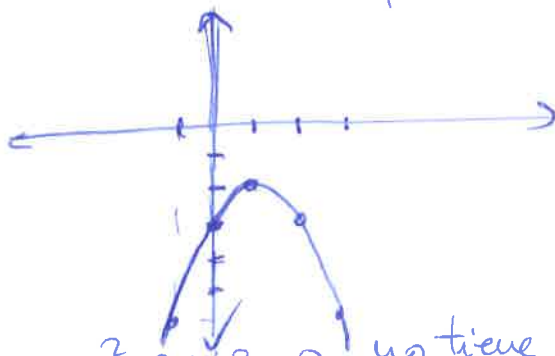
$x^2 - 2x + 3 = 0 \Rightarrow$  No tiene solución  
(no hay puntos de corte con el eje  $x$ )

x	y
-2	11
-1	6
0	3
1	2 $\rightarrow$ Vértice
2	3
3	6



b)  $y = -x^2 + 2x - 3$   $D = \mathbb{R}$  (Es la opuesta del a), No hay puntos de corte con el eje  $x$ )

x	y
-1	-6
0	-3
1	-2 $\rightarrow$ V
2	-3
3	-6

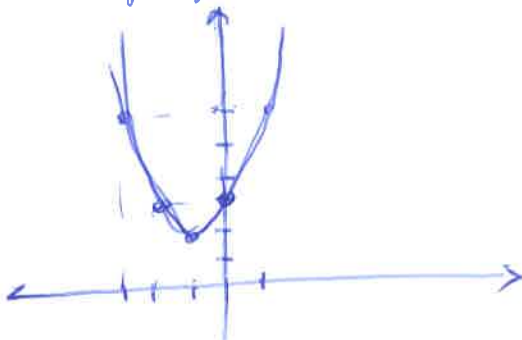


$x^2 + 2x + 3 = 0$  no tiene solución  
la gráfica no corta al eje  $x$

c)  $y = x^2 + 2x + 3$

V:  $x = -1$

x	y
-3	6
-2	3
-1	2
0	3
1	6

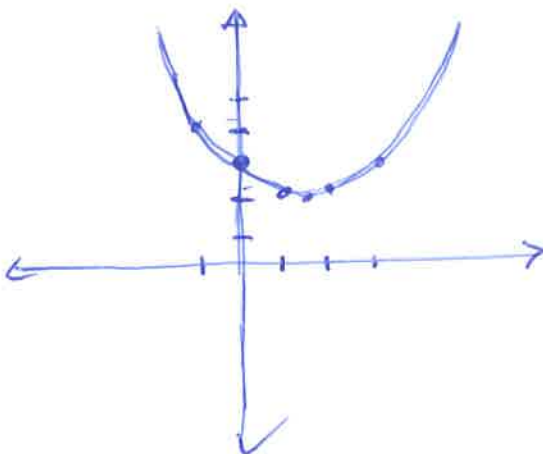


d)  $y = \frac{1}{3}x^2 - x + 3$

V:  $x = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3}{2} = 1.5$

$\frac{1}{3}x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 9 = 0$   
No hay solución, no hay puntos de corte con el eje  $x$ .

x	y
-1	$\frac{13}{3}$
0	3
1	$\frac{7}{3}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$
2	$\frac{7}{3}$
3	3



e)  $y = -x^2 + 3x$   
 $V \Rightarrow x = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

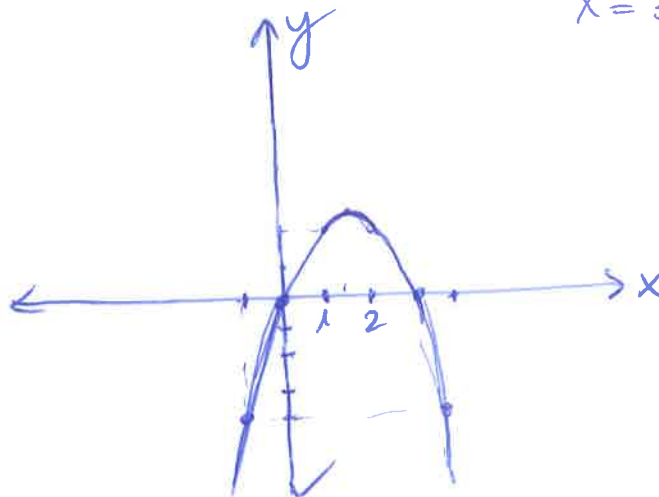
$-x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow$

$x(-x+3) = 0 \Leftrightarrow x=0$   
 $x=3$

Puntos de corte con el eje x

x	y
-2	-10
-1	-4
0	0
1	2
1 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{25}{4}$
2	2
3	0
4	-4

Vértice: 1 $\frac{1}{2}$  2 $\frac{25}{4}$



f)  $y = x^2 - 4$   $D = \mathbb{R}$

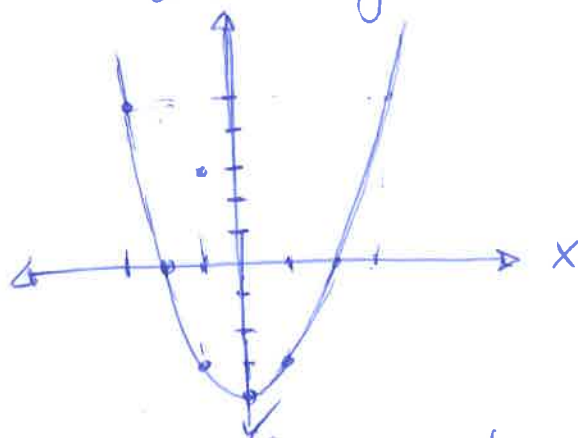
Vértice:  $x=0$

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

La gráfica corta al eje de abscisas en  $x = -2$  y  $x = 2$ .

x	y
-3	5
-2	0
-1	-3
0	-4
1	-3
2	0
3	5

Vértice: 0 -4

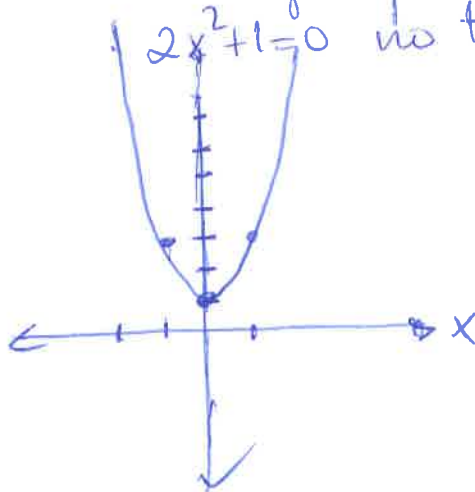


g)  $y = 2x^2 + 1$   $D = \mathbb{R}$

V:  $x=0$

La gráfica no corta al eje de abscisas en ningún punto porque  $2x^2 + 1 = 0$  no tiene solución.

x	y
-2	9
-1	3
0	1
1	3
2	9



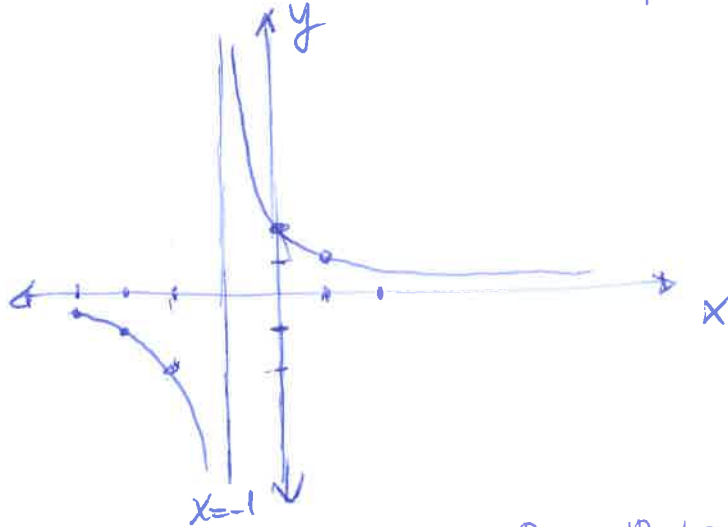
3.- a)  $y = \frac{2}{x+1}$

$x+1=0 \Leftrightarrow x=-1 \Leftrightarrow D = \mathbb{R} - \{-1\}$ .

En  $x=-1$  hay una asíntota vertical.

En  $y=0$  hay una asíntota horizontal (Eje X)

x	y
-4	-2/3
-3	-1
-2	-2
0	2
1	1
2	2/3



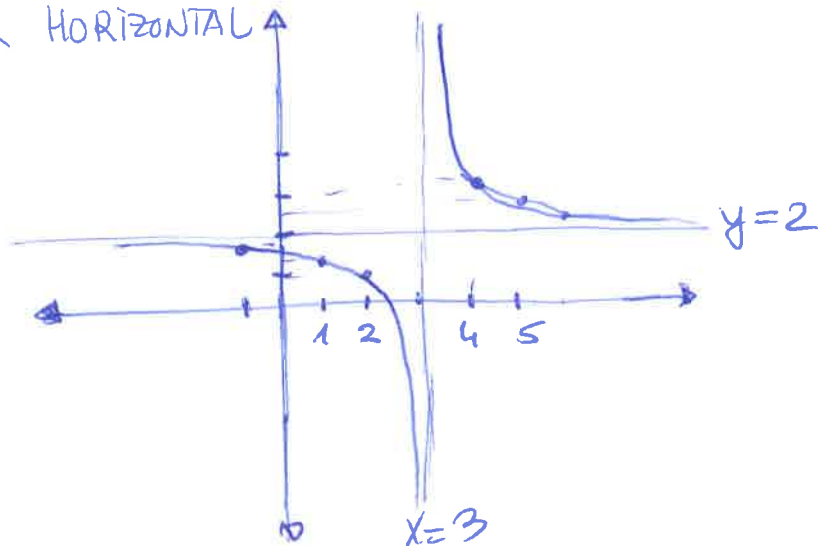
b)  $y = \frac{2x-5}{x-3}$

$x-3=0 \Leftrightarrow x=3$  Dom =  $\mathbb{R} - \{3\}$ .

$x=3 \Rightarrow$  Asíntota VERTICAL

$y=2 \Rightarrow$  Asíntota HORIZONTAL

x	y
-1	7/4
0	5/3
1	3/2
2	1
4	3
6	7/3
5	5/2

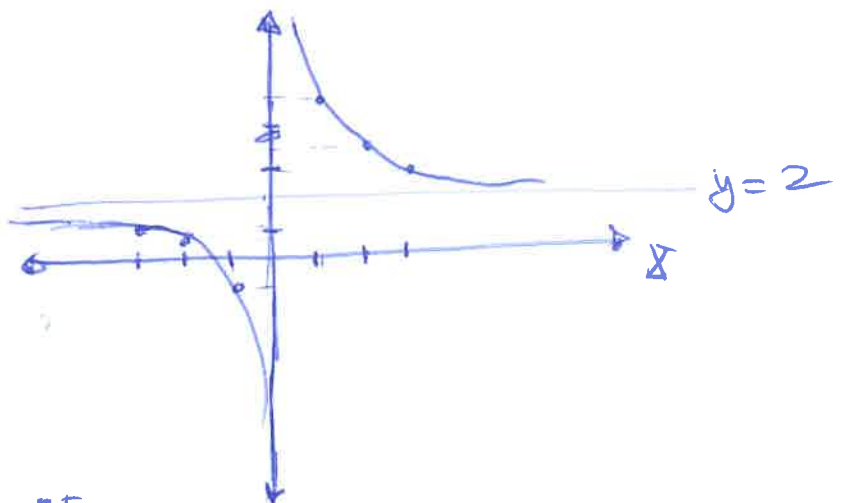


c)  $y = \frac{2x+3}{x}$

$D = \mathbb{R} - \{0\}$

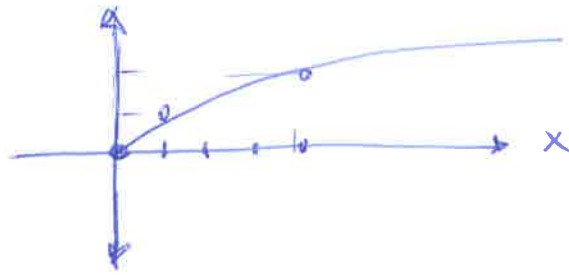
$x=0$  (Eje Y) asíntota vertical  
 $y=2$  Asíntota horizontal

x	y
-3	1
-2	1/2
-1	-1
1	5
2	7/2
3	3



4.- a)  $y = +\sqrt{x}$   $D = [0, +\infty)$

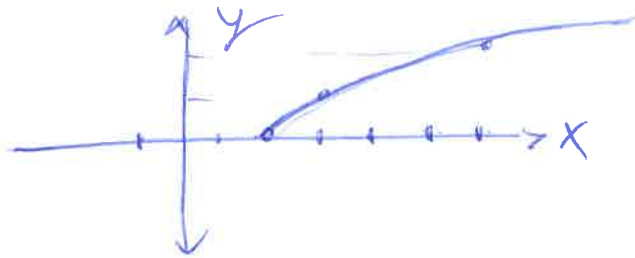
x	y
0	0
1	1
4	2
9	3



b)  $y = +\sqrt{x-2}$

x	y
2	0
3	1
6	2

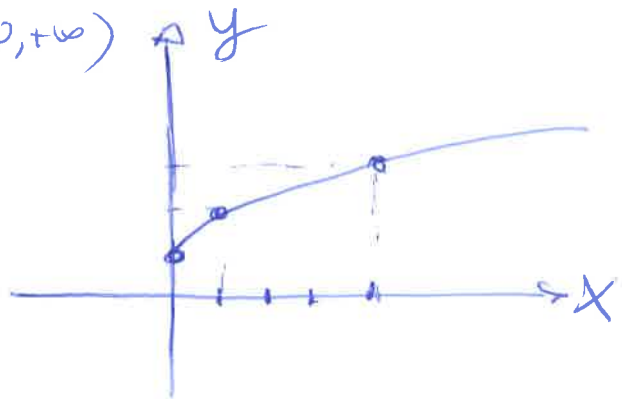
$x-2 \geq 0$   $x \geq 2$   $D = [2, +\infty)$



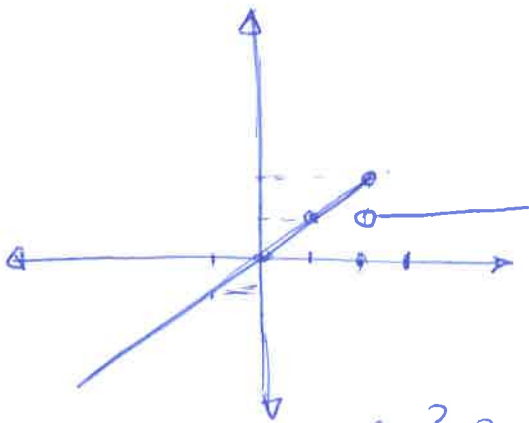
c)  $y = 1 + \sqrt{x}$

x	y
0	1
1	2
4	3
9	4

$D = [0, +\infty)$

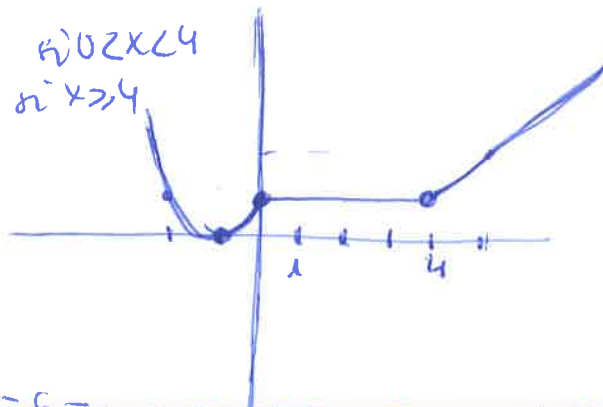


5.- a)  $y = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$



b)  $y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } 0 < x < 4 \\ x - 3 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

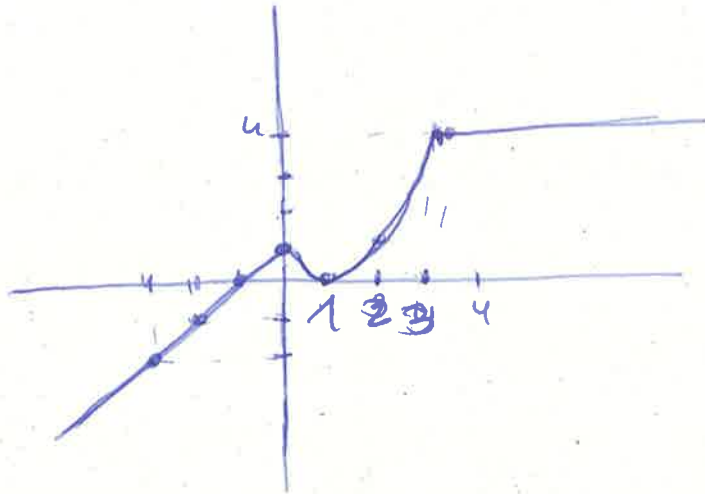
si  $x \leq 0$  vértice:  $x = \frac{-2}{2} = -1$   
 si  $0 < x < 4$   
 si  $x \geq 4$





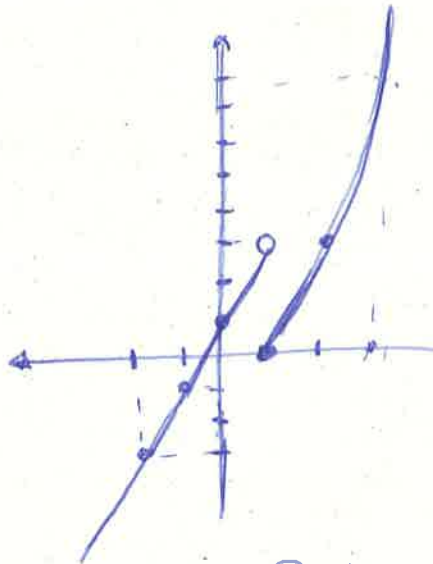
$$c) y = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \in [-3, 0) \\ x^2 - 2x + 1 & \text{si } x \in [0, 3] \\ 4 & \text{si } x \in (3, +\infty) \end{cases} \quad \begin{matrix} -3 \leq x < 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \\ 3 < x \end{matrix} \quad \text{V: } x=1$$

x	y
-3	-2
-2	-1
-1	0
0	1
1	0
2	1
3	4
4	4
5	4



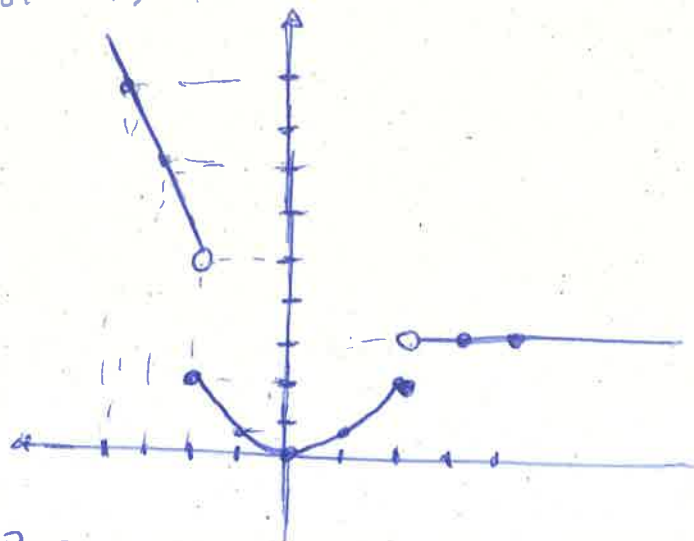
$$d) y = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \quad \text{V: } x=0 \text{ (no pertenencia a este intervalo)}$$

x	y
-2	-3
-1	-1
0	1
1	0
2	3
3	8



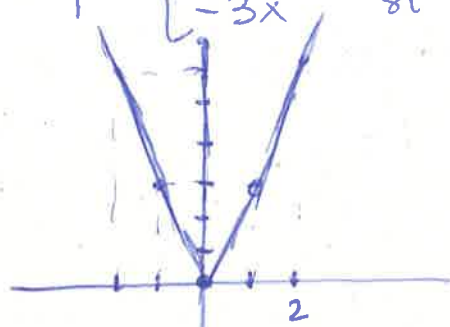
$$e) y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{si } x < -2 \\ x^2/2 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad \text{Vértice: } x=0$$

x	y
-4	9
-3	7
-2	2
-1	1/2
0	0
1	1/2
2	2
3	3
4	3



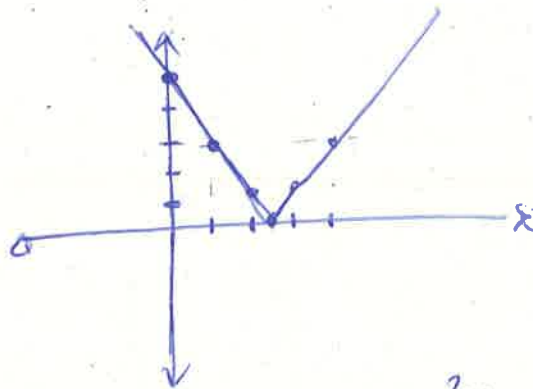
6. a)  $y = |-3x| = \begin{cases} +3x & \text{si } -3x < 0 \Leftrightarrow x > 0 \\ -3x & \text{si } -3x > 0 \Leftrightarrow x < 0 \end{cases}$

x	y
-2	6
-1	3
0	0
1	3
2	6



b)  $y = |2x-5| = \begin{cases} -2x+5 & \text{si } 2x-5 < 0 \quad (\text{si } x < 5/2) \\ 2x-5 & \text{si } 2x-5 \geq 0 \quad (\text{si } x \geq 5/2) \end{cases}$

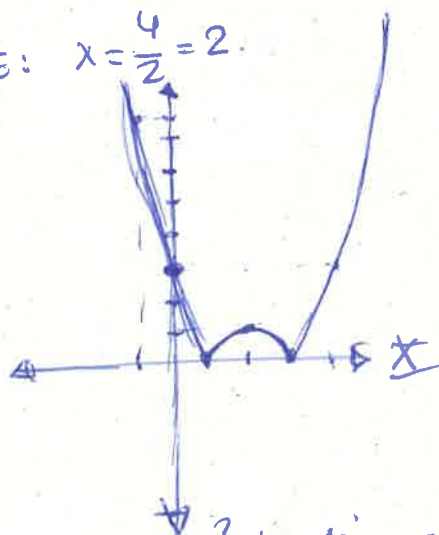
x	y
-1	7
0	5
1	3
2	1
2.5	0
3	1
4	3



c)  $y = |x^2-4x+3| = \begin{cases} -x^2+4x-3 & \text{si } x^2-4x+3 < 0 \quad (x \in (1,3)) \\ x^2-4x+3 & \text{si } x^2-4x+3 \geq 0 \quad (x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)) \end{cases}$

Vértice:  $x = \frac{4}{2} = 2$

x	y
-1	8
0	3
1	0
2	1
3	0
4	3
5	8

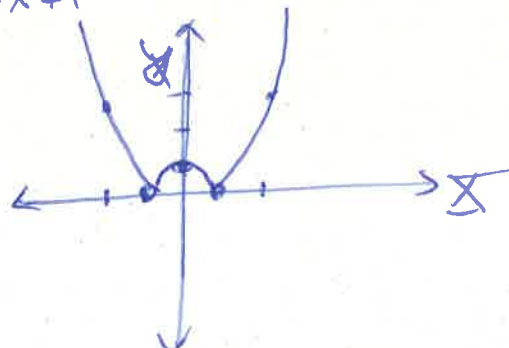


$x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow x=1, 3$   
 $(x-1)(x-3) < 0 \Leftrightarrow x \in (1,3)$   
 $(x-1)(x-3) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$

d)  $y = |-x^2+1| = \begin{cases} x^2-1 & \text{si } -x^2+1 < 0 \quad (\text{si } x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)) \\ -x^2+1 & \text{si } -x^2+1 \geq 0 \quad (\text{si } x \in [-1, 1]) \end{cases}$

x	y
-2	3
-1	0
0	1
1	0
2	3

$V: x=0$



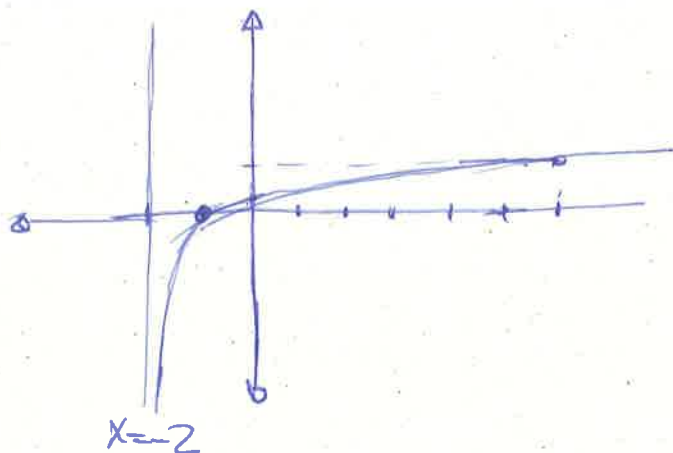
7-

a)  $y = \log(x+2)$

$x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2 \quad D = (-2, +\infty)$

x	y
-1	0
0	$\log 2 = 0.3010$
8	$\log 10 = 1$

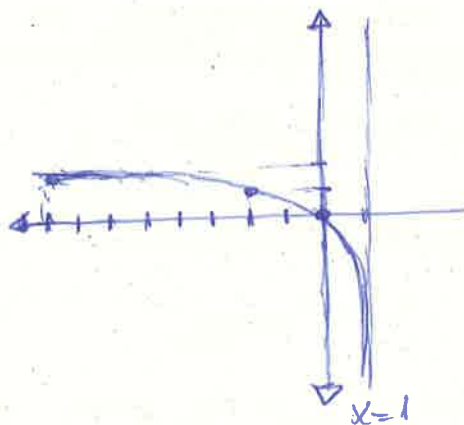
En  $x = -2$  hay una asíntota vertical.



b)  $y = \log_3(-x+1)$

$-x+1 > 0 \quad -x > -1 \quad x < 1$   
 $D = (-\infty, 1)$

x	y
-8	$\log_3 9 = 2$
-2	$\log_3 3 = 1$
0	$\log_3 1 = 0$
0.5	$\log_3 0.5 = -0.63$
0.9	$\log_3 0.1 = -2.1$

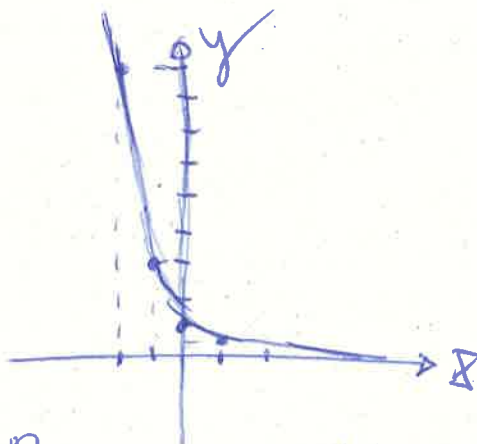


Asíntota Vertical  
 $x = 1$

c)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

Dom =  $\mathbb{R}$

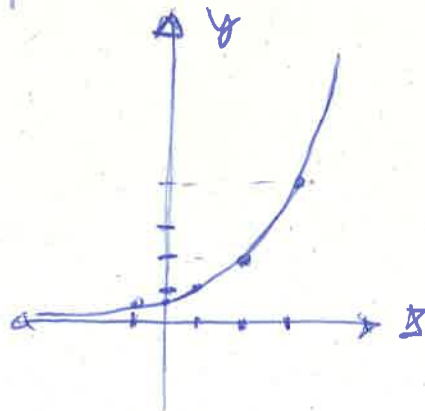
x	y
-2	9
-1	3
0	1
1	1/3
2	1/9



d)  $y = 2^{x-1}$

D =  $\mathbb{R}$

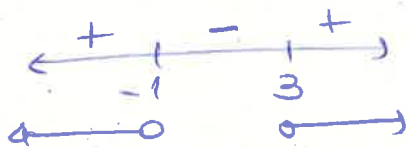
x	y
-1	1/4
0	1/2
1	1
2	2
3	4



8.-  $f(x) = \log x$      $g(x) = x^2 + 2x - 3$

a)  $h(x) = f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^2 + 2x - 3) = \log(x^2 + 2x - 3)$

~~b)~~  $x^2 + 2x - 3 > 0$     Raíces:  $x^2 + 2x - 3 = 0$   
 $(x-1)(x+3) > 0$      $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$      $\begin{matrix} 1 \\ -3 \end{matrix}$



Dom =  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

b)  $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(\log x) = \log^2 x + 2\log x - 3.$

9.- a) Dom =  $\mathbb{R} - \{1\}$   
 Im  $f = \mathbb{R} - \{1\}$

Estrictamente creciente en todo su dominio. No existen extremos relativos

Asíntota vertical:  $x = 1$   
 Asíntota horizontal:  $y = 1$

b) Dom =  $\mathbb{R}$     Creciente en  $(-\infty, 0)$   
 Im  $f = (0, 2)$     Decreciente en  $(0, +\infty)$   
 Existe un máximo relativo en el punto  $x = 0$  cuyas coordenadas son  $(0, 2)$ .

El eje  $\Delta$  ( $y = 0$ ) es una asíntota horizontal.

d) Dom  $f = [-1, +\infty)$     Estrictamente creciente en todo su dominio.  
 Im  $f = [0, +\infty)$

No presenta asíntotas ni extremos relativos.

e) Dom =  $\mathbb{R}$     Decreciente en  $(-\infty, 1) \cup (2, 3)$ .  
 Im  $f = [0, +\infty)$     Creciente en  $(1, 2) \cup (3, +\infty)$   
 No presenta asíntotas. Tiene un máximo relativo en el punto  $(2, 1)$ .

10.- (I) c)    (II) a)

(III) no corresponde a ninguna

(IV) d)    (V) b)