

1. Calcula:

- a) $\log_2 16$; b) $\log_2 0,25$; c) $\log_9 1$; d) $\log_{10} 0,1$; e) $\log_4 64$; f) $\log_7 49$; g) $\ln e^4$; h) $\ln e^{-1/4}$;
 i) $\log_5 0,04$; j) $\log_6 \frac{1}{216}$; k) $\log_2 1024$; l) $\log 0,001$; m) $\log_2 \frac{1}{64}$; n) $\log_{\sqrt{3}} 3$; ñ) $\log_3 \sqrt{3}$;
 o) $\log_2 \sqrt{8}$; p) $\log_{1/2} \frac{2}{\sqrt{2}}$; q) $\log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$; r) $\log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1$

2. Halla la parte entera de:

- a) $\log_2 60$; b) $\log_5 700$; c) $\log_{10} 43000$; d) $\log_{10} 0,084$; e) $\log_9 60$; f) $\ln e$

3. Calcula la base de estos logaritmos:

- a) $\log_x 125 = 3$; b) $\log_x \frac{1}{9} = -2$; c) $\log_x \frac{1}{4} = 2$; d) $\log_x 2 = \frac{1}{2}$; e) $\log_x 0,04 = -2$; f) $\log_x 4 = -\frac{1}{2}$;
 g) $\log_x \frac{1}{27} = -3$; h) $\log_x 8 = 2$; i) $\log_x \frac{1}{16} = 4$

4. Calcula el valor de x en las siguientes igualdades:

- a) $\log 3^x = 2$; b) $\log x^2 = -2$; c) $7^x = 115$; d) $5^{-x} = \dots$; e) $\log_5 5 = x$; f) $\log_a 1 = x$; g) $\log_3 \sqrt[5]{9} = x$

5. Aplica la propiedad del cambio de base para obtener los siguientes logaritmos con la ayuda de la calculadora:

- a) $\log_2 1500$; b) $\log_5 200$; c) $\log_{100} 200$; d) $\log_{100} 40$; e) $\log_7 123$; f) $\log_{1/2} 77$

En cada caso, también con la calculadora, comprueba el resultado utilizando la potenciación.

6. Sabiendo que $\log_5 A = 1,8$ y $\log_5 B = 2,4$, calcula:

a) $\log_5 \sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}}$; b) $\log_5 \frac{5\sqrt{A^3}}{B^2}$

7. Averigua la relación que hay entre x e y , sabiendo que se verifica que $\ln y = 2x - \ln 5$.

8. Halla con la calculadora y comprueba el resultado con la potenciación:

- a) $\log \sqrt{148}$; b) $\ln(2,3 \cdot 10^{11})$; c) $\ln(7,2 \cdot 10^{-5})$; d) $\log_3 42,9$; e) $\log_5 1,95$; f) $\log_2 0,034$

9. Halla el valor de x en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

- a) $\ln x = \ln 17 + \ln 13$; b) $\log x = \log 36 - \log 9$; c) $\ln x = 3 \ln 5$; d) $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$;

10. Sabiendo que $\log k = 14,4$ y que $\ln z = 0,45$, calcula el valor de las siguientes expresiones:

- a) $\log \frac{k}{100}$; b) $\log(0,1k^2)$; c) $\log \sqrt[3]{\frac{1}{k}}$; d) $(\log k)^{1/2}$; e) $\ln \frac{z}{e}$; f) $\ln \sqrt[3]{z}$; g) $\ln \frac{e^2}{z}$

11. Calcula x para que se cumpla (da el resultado en notación científica con tres cifras significativas):

- a) $x^{2,7} = 19$; b) $\log_7 3x = 0,5$; c) $3^{2+x} = 172$; d) $8^x = 32$; e) $\sqrt[3]{5^x} = \frac{1}{25}$; f) $\frac{1}{9^x} = \sqrt[3]{9}$

12. Si $\log k = x$, escribe en función de x :

- a) $\log k^2$; b) $\log \frac{k}{100}$; c) $\log \sqrt{10k}$

13. Comprueba que si $a \neq 1$, $\frac{\log \frac{1}{a} + \log \sqrt{a}}{\log a^3} = -\frac{1}{6}$ ¿Por qué se impone previamente la condición $a \neq 1$?

Soluciones

1. a) 4 ; b) -2 ; c) 0 ; d) -1 ; e) 3 ; f) 2 ; g) 4 ; h) $-\frac{1}{4}$; i) -2 ; j) -3 ; k) 10 ; l) -3 ; m) -6 ;
n) 2 ; ñ) $\frac{1}{2}$; o) $\frac{3}{2}$; p) $-\frac{1}{2}$; q) $\frac{3}{2}$; r) -8
2. a) 5 ; b) 4 ; c) 4 ; d) -1 ; e) 1 ; f) 1
3. a) 5 ; b) 3 ; c) $\frac{1}{2}$; d) 4 ; e) 5 ; f) $\frac{1}{16}$; g) 3 ; h) $\sqrt{8}$; i) $\frac{1}{2}$
4. a) $\frac{2}{\log 3} \cong 4,19$; b) $\frac{1}{10}$; c) $\frac{\log 115}{\log 7} \cong 2,44$; d) $-\frac{\log 3}{\log 5} \cong -0,68$; e) 1 ; f) 0 ; g) $\frac{2}{5}$
5. a) 10,55 ; b) 3,29 ; c) 1,15 ; d) 0,8 ; e) 2,47 ; f) -6,27
6. a) -0.267 ; b) -1,1
7. $y = \frac{e^{2x}}{5}$
8. Este es un ejercicio de comprobación y, por tanto, no queda otra que convencerte de los resultados, utilizando la calculadora para hacer el logaritmo correspondiente y luego, aplicar la definición para comprobar efectivamente el resultado utilizando las potencias.
9. a) 221 ; b) 4 ; c) 125 ; d) $\frac{25}{3}$
10. a) 12,4 ; b) 27,8 ; c) -4,8 ; d) 3,79 ; e) -0,55 ; f) 0,15 ; g) 1,55
11. a) 2,98 ; b) $8,82 \cdot 10^{-1}$; c) 2,69 ; d) 1,67 ; e) -6 ; f) $3,33 \cdot 10^{-1}$
12. a) $2x$; b) $x-2$; c) $\frac{1+x}{2}$
13. La condición $a \neq 1$ se impone porque si fuera $a=1$, entonces $\log a = \log 1 = 0$ y no tendría sentido la expresión $\frac{\log \frac{1}{a} + \log \sqrt{a}}{\log a^3}$, pues el denominador sería igual a 0.
- Ahora te toca a ti comprobar la veracidad de la igualdad que se propone. Utiliza para ello, adecuadamente, las propiedades de los logaritmos.