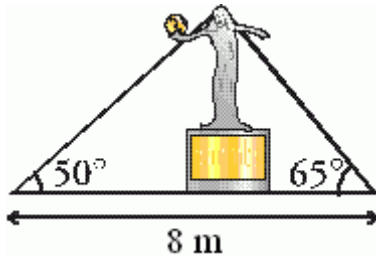


1) Dos amigos se encuentran situados cada uno a un lado de una estatua, como muestra la figura:



- a) ¿Cuál es la altura de la estatua?
 b) ¿A qué distancia de la estatua está cada uno de los amigos?

2) Resuelve los siguientes triángulos:

- a) $a = 4$ cm, $b = 9,5$ cm, $C = 50^\circ$.
 b) $a = 12,6$ cm, $b = 26,4$ cm, $B = 124^\circ 34'$.

3) Si $\operatorname{tg} a = 2/3$ y $0^\circ < a < 90^\circ$

- a) $\operatorname{sen} a$
 b) $\operatorname{tg} (90^\circ - a)$
 c) $\cos (180^\circ + a)$
 d) $\operatorname{tg} (360^\circ - a)$

4) Si $\operatorname{sen} 24^\circ = 0,4$ y $\operatorname{sen} 53^\circ = 0,8$, halla $\cos 24^\circ$ y $\cos 53^\circ$.

Calcula, a partir de ellas, $\operatorname{sen} 29^\circ$, $\cos 77^\circ$ y $\operatorname{tg} 12^\circ$, utilizando las fórmulas de la suma y la diferencia de ángulos y el ángulo mitad.

5) Deduce la fórmula de $\operatorname{tg} 2a$ a partir de las fórmulas de la suma de ángulos.

Demuestra: $\cos (x + p/3) - \cos (x + 2p/3) = \cos x$

6) Halla todos los ángulos que cumplen:

- a) $\operatorname{sen} (x + 45^\circ) + \operatorname{sen} (x - 45^\circ) = 1$.
 b) $\cos x \operatorname{sen} 2x - \operatorname{sen} x = 0$.

1

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} 50^\circ &= \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 65^\circ &= \frac{h}{8-x} \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} x \operatorname{tg} 50^\circ &= h \\ (8-x) \operatorname{tg} 65^\circ &= h \end{aligned} \right\}$$

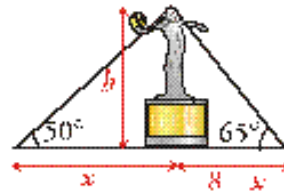
$$x \operatorname{tg} 50^\circ = (8-x) \operatorname{tg} 65^\circ$$

$$x \operatorname{tg} 50^\circ = 8 \operatorname{tg} 65^\circ - x \operatorname{tg} 65^\circ$$

$$x \operatorname{tg} 50^\circ + x \operatorname{tg} 65^\circ = 8 \operatorname{tg} 65^\circ \rightarrow x(\operatorname{tg} 50^\circ + \operatorname{tg} 65^\circ) = 8 \operatorname{tg} 65^\circ$$

$$x = \frac{8 \operatorname{tg} 65^\circ}{\operatorname{tg} 50^\circ + \operatorname{tg} 65^\circ} = 5,14 \text{ m}$$

$$h = x \operatorname{tg} 50^\circ = \frac{8 \operatorname{tg} 65^\circ \operatorname{tg} 50^\circ}{\operatorname{tg} 50^\circ + \operatorname{tg} 65^\circ} = 6,13 \text{ m}$$



La altura de la estatua es de 6,13 m

Uno de los amigos está a 5,14 m y el otro a $8 - 5,14 = 2,86$ m

2

Hallamos el lado c por el teorema del coseno

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$

$$c^2 = 4^2 + 9,5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9,5 \cdot \cos 50^\circ \rightarrow c = 7,58 \text{ m}$$

Como conocemos los tres lados la solución es única

Hallamos el ángulo \hat{A} :

$$\frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}} \rightarrow \frac{4}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{7,58}{\operatorname{sen} 50^\circ}$$

$$\operatorname{sen} \hat{A} = 0,404 \rightarrow \hat{A} = 23^\circ 50' 38''$$

$$\hat{A} = 156^\circ 9' 22''$$

Sólo es válida la primera solución, por lo tanto

$$\hat{B} = 180^\circ - (23^\circ 50' 38'' + 50^\circ) = 106^\circ 9' 22''$$

3

$$1 + \operatorname{tg}^2 a = \frac{1}{\cos^2 a} \rightarrow 1 + \frac{4}{9} = \frac{1}{\cos^2 a} \rightarrow \frac{13}{9} = \frac{1}{\cos^2 a} \rightarrow \cos^2 a = \frac{9}{13}$$

$$a) \operatorname{sen}^2 a + \cos^2 a = 1 \rightarrow \operatorname{sen}^2 a = 1 - \frac{9}{13} = \frac{4}{13} \rightarrow \operatorname{sen} a = \sqrt{\frac{4}{13}} = 0,5547$$

$$b) \operatorname{tg}(90^\circ - a) = \frac{\operatorname{sen}(90^\circ - a)}{\cos(90^\circ - a)} = \frac{\cos a}{\operatorname{sen} a} = \frac{1}{\operatorname{tg} a} = \frac{3}{2}$$

$$c) \cos(180^\circ + a) = -\cos a = -0,8321$$

$$d) \operatorname{tg}(360^\circ - a) = -\operatorname{tg} a = -2/3$$

4

$$\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{cos} 24^\circ = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 24^\circ} = \sqrt{1 - 0,4^2} = 0,9165$$

$$\operatorname{cos} 53^\circ = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 53^\circ} = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6$$

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} 29^\circ &= \operatorname{sen}(53^\circ - 24^\circ) = \operatorname{sen} 53^\circ \cdot \operatorname{cos} 24^\circ - \operatorname{cos} 53^\circ \cdot \operatorname{sen} 24^\circ = \\ &= 0,8 \cdot 0,9165 - 0,6 \cdot 0,4 = 0,4932 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{cos} 77^\circ &= \operatorname{cos}(24^\circ + 53^\circ) = \operatorname{cos} 24^\circ \cdot \operatorname{cos} 53^\circ - \operatorname{sen} 24^\circ \cdot \operatorname{sen} 53^\circ = \\ &= 0,9165 \cdot 0,6 - 0,4 \cdot 0,8 = 0,2299 \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} 12^\circ = \operatorname{tg} \frac{24^\circ}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \operatorname{cos} 24^\circ}{1 + \operatorname{cos} 24^\circ}} = +0,2087$$

5

$$\operatorname{cos}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{cos}\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = \operatorname{cos} x$$

$$\operatorname{cos} x \operatorname{cos} \frac{\pi}{3} - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} \frac{\pi}{3} - \operatorname{cos} x \operatorname{cos} \frac{2\pi}{3} + \operatorname{sen} x \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3} = \operatorname{cos} x$$

$$\frac{1}{2} \operatorname{cos} x - \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{sen} x - \frac{-1}{2} \operatorname{cos} x + \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{sen} x = \operatorname{cos} x$$

$$\frac{\operatorname{cos} x}{2} + \frac{\operatorname{cos} x}{2} = \operatorname{cos} x$$

6

a) $\operatorname{sen}(x + 45^\circ) + \operatorname{sen}(x - 45^\circ) = 1$

$$\operatorname{sen} x \operatorname{cos} 45^\circ + \operatorname{cos} x \operatorname{sen} 45^\circ + \operatorname{sen} x \operatorname{cos} 45^\circ - \operatorname{cos} x \operatorname{sen} 45^\circ = 1$$

$$2 \operatorname{sen} x \operatorname{cos} 45^\circ = 1$$

$$2 \operatorname{sen} x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

$$\operatorname{sen} x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned} x &= 45^\circ + 360^\circ \cdot k \\ x &= 135^\circ + 360^\circ \cdot k \end{aligned}$$

b) $\operatorname{cos} x \cdot 2 \operatorname{sen} x \operatorname{cos} x - \operatorname{sen} x = 0$

$$2 \operatorname{sen} x \operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen} x = 0$$

$$\operatorname{sen} x (2 \operatorname{cos}^2 x - 1) = 0$$

$$\left\{ \operatorname{sen} x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0^\circ + 360^\circ \cdot k \\ x = 180^\circ + 360^\circ \cdot k \end{cases} \right.$$

$$\left\{ \operatorname{cos}^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow \operatorname{cos} x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{cases} x = 45^\circ + 360^\circ \cdot k \\ x = 135^\circ + 360^\circ \cdot k \\ x = 225^\circ + 360^\circ \cdot k \\ x = 315^\circ + 360^\circ \cdot k \end{cases} \right.$$