

Examen resuelto de Trigonometría

1. A) Sabiendo que $\text{sen } 12^\circ = 0,2$ y $\text{sen } 37^\circ = 0,6$. Calcula a partir de ello: $\text{sen } 49^\circ$; $\text{tg } 25^\circ$ y $\text{cos } 6^\circ$

$$\text{sen } 12^\circ = 0,2; \text{cos } 12^\circ = \sqrt{1 - 0,2^2} = 0,97; \text{tg } 12^\circ = \frac{\text{sen } 12^\circ}{\text{cos } 12^\circ} = \frac{0,2}{0,97} = 0,2$$

$$\text{sen } 37^\circ = 0,6; \text{cos } 37^\circ = \sqrt{1 - 0,6^2} = 0,8; \text{tg } 37^\circ = \frac{\text{sen } 37^\circ}{\text{cos } 37^\circ} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$$

$$\text{sen } 49^\circ = \text{sen}(12^\circ + 37^\circ) = \text{sen } 12^\circ \cdot \text{cos } 37^\circ + \text{cos } 12^\circ \cdot \text{sen } 37^\circ = 0,2 \cdot 0,8 + 0,97 \cdot 0,6 = 0,74$$

$$\text{tg } 25^\circ = \text{tg}(37^\circ - 12^\circ) = \frac{\text{tg } 37^\circ - \text{tg } 12^\circ}{1 + \text{tg } 37^\circ \cdot \text{tg } 12^\circ} = \frac{0,75 - 0,2}{1 + 0,75 \cdot 0,2} = \frac{0,55}{1,15} = 0,47$$

$$\text{cos } 6^\circ = \text{cos}\left(\frac{12^\circ}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \text{cos } 12^\circ}{2}} = \sqrt{\frac{1 + 0,97}{2}} = 0,99$$

- b) Sabiendo que $\text{sen } 12^\circ = 0,2$ calcula razonadamente: $\text{sen } 78^\circ$; $\text{cos } 168^\circ$; $\text{tg } 348^\circ$; $\text{sec } 912^\circ$

$$\text{sen } 78^\circ = \text{cos } 12^\circ = 0,97 \text{ (ya que } 12^\circ \text{ y } 78^\circ \text{ son ángulos complementarios, su suma es } 90^\circ)$$

$$\text{cos } 168^\circ = -\text{cos } 12^\circ = -0,97 \text{ (ya que } 168^\circ = 180^\circ - 12^\circ)$$

$$\text{tg } 348^\circ = -\text{tg } 12^\circ = -0,2 \text{ (ya que } 348^\circ = 360^\circ - 12^\circ)$$

$$\text{sec } 912^\circ = \text{sec } 192^\circ = -\text{sec } 12^\circ = -\frac{1}{\text{cos } 12^\circ} = -\frac{1}{0,97} = -1,03 \text{ (si dividimos } 912 \text{ entre } 360 \text{ da un cociente exacto de } 2 \text{ y un resto de } 192. \text{ Es decir, } 912 = 2 \cdot 360 + 192. \text{ Esto quiere decir que las razones de } 912 \text{ coinciden con las de } 192, \text{ por lo tanto } \text{sec } 912^\circ = \text{sec } 192^\circ. \text{ Por otra parte, } 192^\circ = 180^\circ + 12^\circ \text{ y, en consecuencia, } \text{cos } 192^\circ = -\text{cos } 12^\circ. \text{ Como la secante es la inversa del coseno también se verificará que } \text{sec } 192^\circ = -\text{sec } 12^\circ)$$

2. a) Sabiendo que $\text{tg } x = \frac{3}{5}$ y que x pertenece al tercer cuadrante, hallar las restantes razones trigonométricas de x .

$$\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\text{cos } x} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5 \text{sen } x = 3 \text{cos } x \Rightarrow \text{sen } x = \frac{3 \text{cos } x}{5}$$

$$\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1; \left(\frac{3 \text{cos } x}{5}\right)^2 + \text{cos}^2 x = 1; \frac{9 \text{cos}^2 x}{25} + \text{cos}^2 x = 1;$$

$$\frac{9 \text{cos}^2 x + 25 \text{cos}^2 x}{25} = 1; 34 \text{cos}^2 x = 25; \text{cos}^2 x = \frac{25}{34}; \text{cos } x = \pm \sqrt{\frac{25}{34}} = \pm 0,85. \text{ Como } x$$

pertenece al tercer cuadrante su coseno es negativo y, por lo tanto, $\text{cos } x = -0,85$

$$\text{sen } x = \frac{3 \text{cos } x}{5} = \frac{3 \cdot (-0,85)}{5} = -0,51.$$

$$\text{Ctg } x = \frac{1}{\text{tag } x} = \frac{5}{3}; \text{sec } x = \frac{1}{\text{cos } x} = \frac{1}{-0,85} = -1,17; \text{cosec } x = \frac{1}{\text{sen } x} = \frac{1}{-0,51} = -1,96$$

- b) Sin utilizar la calculadora explica qué otro ángulo de la primera circunferencia tiene el mismo seno que 123°

Dado que 123° es del segundo cuadrante su seno es positivo y coincidirá con el de un ángulo del primer cuadrante que se obtiene haciendo la operación: $180^\circ - 123^\circ = 57^\circ$

Por lo tanto $\text{sen } 123^\circ = \text{sen } 57^\circ$

3. Transforma en producto y después calcula sin utilizar la calculadora la siguiente expresión: $\text{sen } 75^\circ - \text{sen } 15^\circ$

$$\text{Sen } 75^\circ - \text{sen } 15^\circ = 2 \text{cos}\left(\frac{75^\circ + 15^\circ}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{75^\circ - 15^\circ}{2}\right) = 2 \text{cos } 45^\circ \cdot \text{sen } 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

4. Resuelve la ecuación $1 + \text{cos } x + \text{cos } 2x = 0$

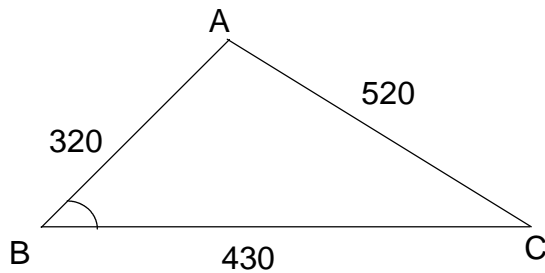
Teniendo en cuenta que: $\text{cos } 2x = \text{cos}^2 x - \text{sen}^2 x$,

$$1 + \text{cos } x + \text{cos } 2x = 0 \Rightarrow 1 + \text{cos } x + \text{cos}^2 x - \text{sen}^2 x = 0 \Rightarrow 1 + \text{cos } x + \text{cos}^2 x - (1 - \text{cos}^2 x) = 0 \Rightarrow$$

$$1 + \text{cos } x + \text{cos}^2 x - 1 + \text{cos}^2 x = 0 \Rightarrow 2 \text{cos}^2 x + \text{cos } x = 0 \Rightarrow \text{cos } x (2 \text{cos } x + 1) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \text{cos } x = 0 \\ 2 \text{cos } x + 1 = 0 \end{cases}; \text{cos } x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 90^\circ + 2k\pi \\ x = 270^\circ + 2k\pi \end{cases}, 2 \text{cos } x + 1 = 0 \Rightarrow \text{cos } x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 120^\circ + 2k\pi \\ x = 240^\circ + 2k\pi \end{cases}$$

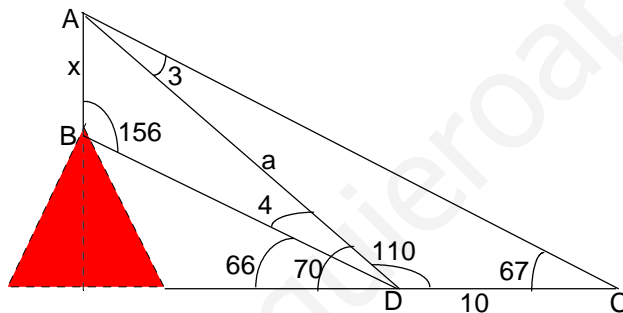
5. Tres antenas de radio A,B y C distan entre sí: de A a B 320m., de B a C 430m. Y de C a A 520m.. Hallar el ángulo que forma la antena B con las otras dos.



Por el teorema del coseno se verifica:
 $520^2 = 320^2 + 430^2 - 2 \cdot 320 \cdot 430 \cdot \cos B$
 $270400 = 102400 + 184900 - 275200 \cdot \cos B$
 $270400 = 287300 - 275200 \cdot \cos B$
 $270400 - 287300 = -275200 \cdot \cos B$
 $-16900 = -275200 \cdot \cos B$

$$\cos B = \frac{16900}{275200} = 0,06 \Rightarrow B = 86'47'' = 86^\circ 28' 45''$$

6. Se desee determinar la altura de un edificio situado sobre un montículo. Para ello desde un punto C del suelo se mide el ángulo de elevación de su punto más alto: 67° ; situados en un punto D, 10 m. Más cercano al montículo, se miden los ángulos de elevación de su punto más alto y más bajo: 70° y 66° respectivamente. ¿Cuál es la altura del edificio?



De los ángulos que nos dan podemos deducir los otros ángulos dibujados en el triángulo. La altura del edificio x forma parte del triángulo ABD, pero en este triángulo aunque conocemos sus ángulos no conocemos ningún lado y por lo tanto no podemos aplicar los teoremas de trigonometría..

Tenemos que trabajar primero en el triángulo ADC, en el que si conocemos un lado, y hallar el lado a , común a los dos triángulos.

En el triángulo ADC aplicamos el teorema del seno para calcular el lado a :

$$\frac{10}{\sin 3} = \frac{a}{\sin 67}; \text{ despejando } a = 184 \text{ m.}$$

Ahora trabajamos en el triángulo ABD, del que ya conocemos el lado a , para calcular la altura del edificio aplicando de nuevo el teorema del seno:

$$\frac{184}{\sin 156} = \frac{x}{\sin 4}. \text{ Despejando } x = 32,04 \text{ m}$$

7. Enuncia y demuestra el teorema del seno. Pregunta teórica, mirar los apuntes