

1. Las probabilidades de aprobar los exámenes de Historia, Lengua e Inglés son, para un alumno determinado: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ y $\frac{3}{5}$ respectivamente. Obtener las probabilidades de:

- Suspender las tres asignaturas.
 - Suspender sólo una de las tres.
 - Suspender Lengua si se sabe que sólo suspendió una asignatura de las tres.
-

2. El 20% de los habitantes de una determinada población son jubilados y otro 20% son estudiantes. La música clásica les gusta al 75% de los jubilados, al 50% de los estudiantes y al 20% del resto de la población. Calcula la probabilidad de que elegida una persona al azar a la que le gusta la música clásica sea jubilada.

3. Un ordenador personal está contaminado por un virus y tiene cargados dos programas antivirus que actúan independientemente uno del otro. El programa A detecta la presencia del virus con una probabilidad de 0,9 y el programa B detecta el virus con una probabilidad de 0,8. ¿Cuál es la probabilidad de que el virus no sea detectado?

4. Blanca y Pedro escriben, al azar, una vocal cada uno en papeles distintos:

- Describe el espacio muestral del experimento
 - Calcula la probabilidad de que los dos escriban una "a"
 - Calcula la probabilidad de que no escriban la misma vocal.
-

5. Se lanza un dado de seis caras numeradas de 1 al 6 dos veces consecutivas.

- Calcúlese la probabilidad de que la suma de los resultados sea igual a 4.
 - Calcúlese la probabilidad de que en el primer lanzamiento haya salido un 1, sabiendo que la suma es 4.
-

6. Se dispone de tres monedas. La primera de ellas está trucada, de forma que la probabilidad de obtener cara es 0,4. La segunda moneda tiene 2 cruces y la tercera moneda también está trucada de modo que la probabilidad de obtener cara es 0,6. Se pide:

- Probabilidad de que se obtengan, exactamente, dos cruces.
 - Probabilidad del suceso $A = \{ \text{CARA, CRUZ, CARA} \}$
 - Probabilidad de obtener al menos una cara.
-

7. Un ajedrecista gana una partida con una probabilidad 0,6, la empata con probabilidad 0,3 y la pierde con probabilidad 0,1. El jugador juega dos partidas. Calcula la probabilidad de que gane al menos una partida.

SOLUCIONES

1. Las probabilidades de aprobar los exámenes de Historia, Lengua e Inglés son, para un alumno determinado: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ y $\frac{3}{5}$ respectivamente. Obtener las probabilidades de:
- Suspender las tres asignaturas.
 - Suspender sólo una de las tres.
 - Suspender Lengua si se sabe que sólo suspendió una asignatura de las tres.

Solución:

Suponemos que se trata de tres sucesos independientes.

Llamamos H, L e I a los sucesos aprobar Historia, Lengua e Inglés, respectivamente. Sus contrarios los designamos por nH, nL, nI

Las probabilidades respectivas son:

$$P(H) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(nH) = \frac{1}{3} \quad P(L) = \frac{4}{5} \Rightarrow P(nL) = \frac{1}{5} \quad P(I) = \frac{3}{5} \Rightarrow P(nI) = \frac{2}{5}$$

Con esto:

$$a) P(\text{suspender las tres}) = P(nH) \cdot P(nL) \cdot P(nI) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{75}$$

$$b) P(\text{suspender sólo una de las tres}) = P(HLnI, HnLI, nHLI) = \\ = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{16}{75} + \frac{6}{75} + \frac{12}{75} = \frac{34}{75}$$

$$c) P(\text{suspender L/suspendió sólo una}) = \frac{P(\text{suspender sólo L})}{P(\text{suspender sólo una})} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{34}{75}} = \frac{6}{34}$$

2. El 20% de los habitantes de una determinada población son jubilados y otro 20% son estudiantes. La música clásica les gusta al 75% de los jubilados, al 50% de los estudiantes y al 20% del resto de la población. Calcula la probabilidad de que elegida una persona al azar a la que le gusta la música clásica sea jubilada.

Sean los sucesos:

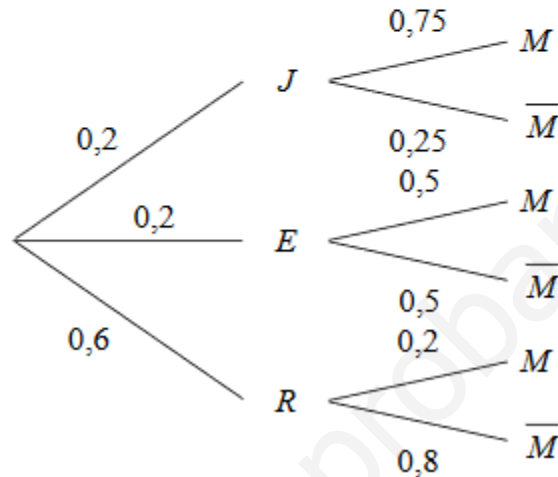
J : “ser jubilado”

E : “ser estudiante”

R : “ser del resto de la población”

M : “gustarle la música clásica”

Para resolver el problema nos servimos del siguiente diagrama de árbol:



$$P(J/M) = \frac{P(J \cap M)}{P(M)} = \frac{0,2 \cdot 0,75}{0,2 \cdot 0,75 + 0,2 \cdot 0,5 + 0,6 \cdot 0,2} = \frac{0,15}{0,37} = 0,405$$

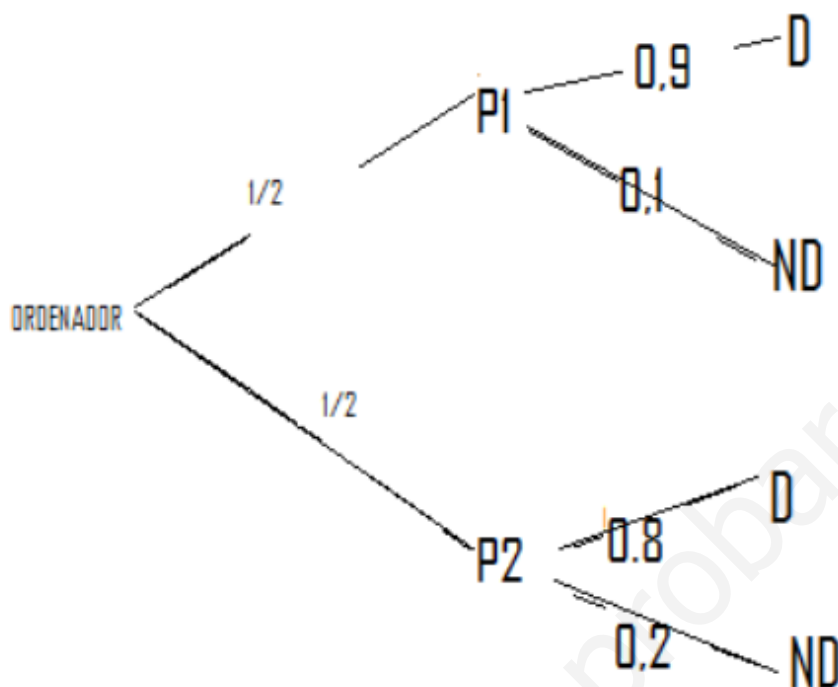
ya que:

$$\begin{aligned} P(M) &= P(J) \cdot P(M/J) + P(E) \cdot P(M/E) + P(R) \cdot P(M/R) = \\ &= 0,20 \cdot 0,75 + 0,20 \cdot 0,50 + 0,60 \cdot 0,20 = 0,37 \end{aligned}$$

-
3. Un ordenador personal está contaminado por un virus y tiene cargados dos programas antivirus que actúan independientemente uno del otro. El programa A detecta la presencia del virus con una probabilidad de 0,9 y el programa B detecta el virus con una probabilidad de 0,8. ¿Cuál es la probabilidad de que el virus no sea detectado?

$$P(\text{ND}) = P(P1 \cap \text{ND}) + P(P2 \cap \text{ND}) = P(P1) \cdot P(\text{ND}/P1) + P(P2) \cdot P(\text{ND}/P2) =$$

$$P(\text{ND}) = 0,5 \cdot 0,1 + 0,5 \cdot 0,2 = 0,5 \cdot (0,1 + 0,2) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$



4. Blanca y Pedro escriben, al azar, una vocal cada uno en papeles distintos:

- Describe el espacio muestral del experimento
- Calcula la probabilidad de que los dos escriban una "a"
- Calcula la probabilidad de que no escriban la misma vocal.

a) El espacio muestral es:

$$E = \{(a, a), (a, e), (a, i), (a, o), (a, u), (e, a), (e, e), (e, i), (e, o), (e, u), \\ (i, a), (i, e), (i, i), (i, o), (i, u), (o, a), (o, e), (o, i), (o, o), (o, u), \\ (u, a), (u, e), (u, i), (u, o), (u, u)\}$$

En todos los casos, para cada par de vocales, la primera de ellas es la que ha escrito Blanca y la segunda la que ha escrito Alfredo.

b) Obviamente todos los sucesos elementales son equiprobables, por tanto,

$$P(\text{no escribir la misma vocal}) = 1 - \frac{5}{25} = \frac{4}{5}$$

pues de los 25 sucesos elementales hay 5 en los que escriben la misma vocal.

5. Se lanza un dado de seis caras numeradas de 1 al 6 dos veces consecutivas.

- a) Calcúlese la probabilidad de que la suma de los resultados sea igual a 4.
- b) Calcúlese la probabilidad de que en el primer lanzamiento haya salido un 1, sabiendo que la suma es 4.

Para que la suma sea 4, los únicos casos posibles son: $\{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$. Por tanto, la probabilidad pedida es de $\frac{1}{3}$.

6. Se dispone de tres monedas. La primera de ellas está trucada, de forma que la probabilidad de obtener cara es 0,4. La segunda moneda tiene 2 cruces y la tercera moneda también está trucada de modo que la probabilidad de obtener cara es 0,6. Se pide:

- a) Probabilidad de que se obtengan, exactamente, dos cruces.
- b) Probabilidad del suceso $A = (\text{CARA}, \text{CRUZ}, \text{CARA})$
- c) Probabilidad de obtener al menos una cara.

Problema 5 Se dispone de tres monedas. La primera de ellas está trucada, de forma que la probabilidad de obtener cara es 0,4. La segunda moneda tiene dos cruces y la tercera moneda también está trucada de modo que la probabilidad de obtener cara es 0,6. Se pide:

1. Escribir el espacio muestral correspondiente al lanzamiento de estas tres monedas, sucesivamente y en el orden indicado.
($E = \{(CXC), (CXX), (XXC), (XXX)\}$)
 2. Probabilidad de que se obtengan, exactamente, 2 cruces. (0,52)
 3. Probabilidad del suceso $A = (\text{CARA}, \text{CRUZ}, \text{CARA})$. (0,24)
 4. Prbabilidad de obtener, al menos, una cara. (0,76)
-

7. Un ajedrecista gana una partida con una probabilidad 0,6, la empata con probabilidad 0,3 y la pierde con probabilidad 0,1. El jugador juega dos partidas. Calcula la probabilidad de que gane al menos una partida.

Solución:

a) $\Omega = \{GG, GP, GE, PG, PP, PE, EG, EP, EE\}$

$$P(GG) = 0,36 \quad P(GP) = 0,18 \quad P(GE) = 0,06$$

$$P(PG) = 0,18 \quad P(PP) = 0,09 \quad P(PE) = 0,03$$

$$P(EG) = 0,06 \quad P(EP) = 0,03 \quad P(EE) = 0,01$$

b)

$$P(\text{ganar al menos una}) = P(GG) + P(GP) + P(GE) + P(PG) + P(EG) =$$

$$0,36 + 0,18 + 0,06 + 0,18 + 0,06 = 0,84$$