

## MATEMÁTICAS I - EXAMEN FINAL

1.- Resuelve el sistema: 
$$\begin{cases} 2x - y - 2z = -4 \\ 4x + y + z = 3 \\ 3x + y - z = \frac{-11}{2} \end{cases}$$
 por el método de Gauss. Dependiendo del número de soluciones,

¿qué tipos de sistemas hay?.

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\sqrt{1-x} + \sqrt{2x+7} = 3$  b)  $3^{x+2} - 3^x + 3^{x-1} = 75$  c)  $2 \log x - \log(x-1) = 1 - \log\left(\frac{5}{x}\right)$

3.- a) Calcula  $\frac{i^{2002}}{i^{4725} + i^{3478}}$ .

b) ¿Cuál es el coeficiente de  $x^{12}$  en el desarrollo de  $(3x+x^2)^7$ .

4.- La diferencia entre las diagonales de un rombo es 2 dm. Si se aumentan las dos en 2 dm, el área aumenta 16 dm<sup>2</sup>. Halla las medidas de las diagonales y el área del rombo original.

5.- De un ángulo del tercer cuadrante se conoce que  $\cotg x = 3$ .

a) Calcula, sin hallar el ángulo, las restantes razones de x.

b) Calcula  $\cos(2x)$ ,  $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ ,  $\sin(30^\circ + x)$ .

6.- Resuelve: a)  $\frac{4-x^2}{x+1} \leq 0$  b)  $\begin{cases} x+y \geq 1 \\ x-y \leq 0 \\ y \leq 3 \end{cases}$

7.- a) Demuestra que  $2\tan x + \frac{1}{\sec x} = \frac{2 - \sen x}{\cotg x} + \sec x$ .

b) Resuelve:  $\frac{\sen 2x}{\cos x} + \cos^2 x = \frac{7}{4}$ .

8.- Expresa en forma polar y trigonométrica el complejo  $z = \sqrt{3} - i$ . Calcula  $\sqrt[3]{z}$ .

9.- La recta r pasa por el punto P=(3,-3) y tiene por pendiente  $m = \frac{-3}{4}$ . La recta s es perpendicular a r y pasa por el origen de coordenadas.

a) Determina las ecuaciones implícita, explícita y paramétricas de r y s.

b) Calcula el ángulo que forma r con la recta que pasa por A=(0,1) y B=(1,2).

c) Calcula la distancia del punto B a la recta s.

10.- Calcula los límites siguientes:

a)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{4+x} - 1}{x+3}$  b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + 4x + 6}{x^2 - x - 2}$  c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{-x + 3x^2}{3x^2 + 5} \right)^{\frac{3x^4 + 2}{1+x^3}}$

11.- Calcula el dominio, simetría, puntos de corte y asíntotas de la función  $f(x) = \frac{2x^2 + 6}{x+1}$ .

12.- Representa gráficamente la función:  $f(x) = \begin{cases} -2x-4 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2-4 & \text{si } -2 < x < 3 \\ -1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$ . Estudia sus principales aspectos y su continuidad.