1	**Dada la expresión algebraica A se pide calcular los valores numéricos indicados:**
	$A(x)=\dfrac{6x^3-2x^2+x}{x^2-7}$ **a)** $A(5)=$ **b)** $A(-2)=$

Apartado A

$$A(5)=\frac{6\cdot 5^3-2\cdot 5^2+5}{5^2-10}$$

*Sustituimos la variable x por el valor indicado 5: **¡OJO!** El punto de multiplicar oculto entre número y letra pasa a ser obligatorio.*

$$=\frac{6\cdot 125-2\cdot 25+5}{25-10}$$

*Realizamos las operaciones según la jerarquía: **¡OJO!** La raya de dividir separa dos bloques de cálculo, en el numerador se opera según jerarquía y de forma independiente en el denominador también según jerarquía.*
Como no hay paréntesis con operaciones dentro (Nivel I) pasamos a las operaciones de Nivel 2 que son las potencias.

$$=\frac{750-50+5}{15}$$

Ahora las operaciones de Nivel 3: Las multiplicaciones.

$$=\frac{705}{15}$$

Finalmente realizamos las operaciones de nivel 4: Sumas y restas (en el bloque numerador y denominador) quedándonos una fracción. Si no es división exacta debemos simplificarla.

$$=47$$

Como la fracción permite realizar la división exacta la hacemos.

Apartado B

$$A(-2)=\frac{6\cdot(-2)^3-2\cdot(-2)^2+(-2)}{(-2)^2-10}$$

*Sustituimos la variable x por el valor indicado -2.: **¡OJO!** Como el valor a sustituir es negativo lo hacemos entre paréntesis, es decir, donde este x escribiremos (-2)*

$$=\frac{6\cdot(-8)-2\cdot 4+(-2)}{4-10}$$

*Realizamos las operaciones según la jerarquía: **¡OJO!** La raya de dividir separa dos bloques de cálculo, en el numerador se opera según jerarquía y de forma independiente en el denominador también según jerarquía.*
Como no hay paréntesis con operaciones dentro (Nivel I) pasamos a las operaciones de Nivel 2 que son las potencias.
***¡OJO!** La potencia cúbica de (-2) sale negativa por lo que hay que usar un paréntesis para separar signos*

$$=\frac{-48-8-2}{-6}$$

Ahora las operaciones de Nivel 3: Las multiplicaciones.

$$=\frac{-58}{-6}$$

Finalmente realizamos las operaciones de nivel 4: Sumas y restas (en el bloque numerador y denominador) quedándonos una fracción. Si no es división exacta debemos simplificarla.

$$=\frac{29}{3}$$

Reducimos la fracción (observar que los signos menos tras operarlos se convierten en más)

2	**Dada la expresión algebraica B se pide calcular los valores numéricos indicados:**
	$B(p,q)=\dfrac{2pq+p^2+q^3}{5p+2q}$ **a)** $B(1,-1)=$ **b)** $B(-1,0)=$

Apartado A

$$B(1,-1)=\frac{2\cdot 1\cdot(-1)+1^2+(-1)^3}{5\cdot 1+2\cdot(-1)}$$

Sustituimos la variable p por 1 y la q por (-1)
*Realizamos las operaciones según la jerarquía: **¡OJO!** La raya de dividir separa dos bloques de cálculo, en el numerador se opera según jerarquía y de forma independiente en el denominador también según jerarquía.*

$$=\frac{2\cdot 1\cdot(-1)+1+(-1)}{5\cdot 1+2\cdot(-1)}$$

Como no hay paréntesis con operaciones dentro (Nivel I) pasamos a las operaciones de Nivel 2 que son las potencias.
***OJO!** La potencia cúbica de (-1) sale negativa por lo que hay que usar un paréntesis para separar signos*

$$=\frac{-2+1-1}{5-2}$$

Ahora las operaciones de Nivel 3: Las multiplicaciones.

$$=\frac{-2}{3}$$

Finalmente realizamos las operaciones de nivel 4: Sumas y restas (en el bloque numerador y denominador) quedándonos una fracción. Si no es división exacta debemos simplificarla.

La fracción ya ha salido irreducible.

Apartado B

$$B(-1,0)=\frac{2\cdot(-1)\cdot 0+(-1)^2+0^3}{5\cdot(-1)+2\cdot 0}$$

Sustituimos la variable p por (-1) y la q por 0
*Realizamos las operaciones según la jerarquía: **¡OJO!** La raya de dividir separa dos bloques de cálculo, en el numerador se opera según jerarquía y de forma independiente en el denominador también según jerarquía.*

$$=\frac{2\cdot(-1)\cdot 0+1+0}{5\cdot 1+2\cdot 0}$$

Como no hay paréntesis con operaciones dentro (Nivel I) pasamos a las operaciones de Nivel 2 que son las potencias.

$$=\frac{-2+1}{5}$$

*Ahora las operaciones de Nivel 3: Las multiplicaciones. **¡OJO!** Los ceros que suman ya no se han escrito.*

$$=\frac{-1}{5}$$

Finalmente realizamos las operaciones de nivel 4: La suma que queda en el bloque numerador quedándonos una fracción. Si no es división exacta debemos simplificarla. La fracción ya ha salido irreducible.

11	***Indica si la siguiente expresión algebraica es un monomio o no, y en caso afirmativo indica su coeficiente, su parte literal, y su grado. En caso negativo indicar la razón por la que no es monomio.*** $-36x^2yz^3$

	Coeficiente:	Parte literal	Grado:
Si es monomio	-36	x^2yz^3	$6 \quad (2+1+3=6)$

12	***Indica si la siguiente expresión algebraica es un monomio o no, y en caso afirmativo indica su coeficiente, su parte literal, y su grado. En caso negativo indicar la razón por la que no es monomio.*** $3\sqrt{5}\,a^2b^3c^5$

	Coeficiente:	Parte literal	Grado:
Si es monomio	$3\sqrt{5}$	$a^2b^3c^5$	$10 \quad (2+3+5=10)$

13	***Indica si la siguiente expresión algebraica es un monomio o no, y en caso afirmativo indica su coeficiente, su parte literal, y su grado. En caso negativo indicar la razón por la que no es monomio.*** $6xy2$

Si es monomio, aunque está mal escrito ya que debido a la conmutatividad de la multiplicación se puede reescribir y operar para que sólo tenga un número (coeficiente) y esté escrito delante:

$$6xy2 = 6 \cdot 2 \cdot xy = 12xy$$

	Coeficiente:	Parte literal	Grado:
Si es monomio (Ahora más claramente)	12	xy	$2 \quad (1+1=2)$

14	***Indica si la siguiente expresión algebraica es un monomio o no, y en caso afirmativo indica su coeficiente, su parte literal, y su grado. En caso negativo indicar la razón por la que no es monomio.*** $\frac{2xy^2}{3}$

Si es un monomio y además hay que reconocerlo como tal pues se considera bien escrito, no obstante podemos reescribirlo para que se vea más claramente:

$$\frac{2xy^2}{3} = \frac{2}{3}xy^2$$

	Coeficiente:	Parte literal	Grado:
Si es monomio (Ahora más claramente)	$\frac{2}{3}$	xy^2	$3 \quad (1+2=3)$

15	***Indica si la siguiente expresión algebraica es un monomio o no, y en caso afirmativo indica su coeficiente, su parte literal, y su grado. En caso negativo indicar la razón por la que no es monomio.*** $\frac{25x^2}{y}$

NO ES un monomio: Se puede ver directamente por que las variables NO se están multiplicando entre ellas, pero si aplicamos propiedades de las potencias, en concreto la de potencia de exponente negativo, podemos ver que las variables no tiene todos sus exponentes números naturales:

$$\frac{25x^2}{y} = 25x^2y^{-1}$$

***Nota:** No obstante en esta expresión que no es monomio, pero que parece mucho (pseudo-monomio) se puede reconocer el coeficiente* $\mathbf{25}$ *y la parte literal* $\mathbf{x^2y^{-1}}$*. Eso si, no tiene sentido definirle un grado.*

41	Dados los polinomios P y Q se pide realizar la suma P+Q
	$P(x)=3x^5+2x^3-3x^2+5x+8$ $\qquad Q(x)=2x^4-3x^3+3x^2+12x-6$

$$P(x)+Q(x)=\left(3x^5+2x^3-3x^2+5x+8\right)+\left(2x^4-3x^3+3x^2+12x-6\right)$$

Escribimos el polinomio P entre paréntesis, un signo + y el polinomio Q entre paréntesis. Este paso debería hacerse de cabeza y NO SER ESCRITO.

$$=3x^5+2x^3\cancel{-3x^2}+5x+8+2x^4-3x^3\cancel{+3x^2}+12x-6$$

Suprimimos los paréntesis multiplicando por el signo que llevan delante, como ambos llevan delante un signo + no se va a producir ningún cambio de signo.
Este debería ser nuestro primer paso escrito: mentalmente visualizamos los paréntesis y escribimos el resultado de la supresión de los mismos.

$$=3x^5+2x^4-x^3+17x+2$$

Reducimos y ordenamos el polinomio resultante sumando los términos semejantes. Observar que los términos de grado DOS se cancelan mutuamente, ello se indican con una raya oblicua que los tacha

42	Dados los polinomios P y Q se pide realizar la resta P-Q
	$P(x)=3x^5+2x^3-3x^2+5x+8$ $\qquad Q(x)=2x^4-3x^3+3x^2+12x-6$

$$P(x)+Q(x)=\left(3x^5+2x^3-3x^2+5x+8\right)-\left(2x^4-3x^3+3x^2+12x-6\right)$$

Escribimos el polinomio P entre paréntesis, un signo − y el polinomio Q entre paréntesis. Este paso debería hacerse de cabeza y NO SER ESCRITO.

$$=3x^5+2x^3-3x^2+5x+8-2x^4+3x^3-3x^2-12x+6$$

Suprimimos los paréntesis multiplicando por el signo que llevan delante: El paréntesis del polinomio P lleva delante un signo + luego no hay cambios de signo, pero el paréntesis del Q lleva delante un signo − luego todos sus términos vana a cambiar de signo.

$$=3x^5-2x^4+5x^3-6x^2-7x+14$$

Reducimos y ordenamos el polinomio resultante sumando los términos semejantes.

Acabar con ejemplos de sumas de polinomios de dos o tres variables.

51	Dados los polinomios P y Q se pide realizar el producto P·Q
	$P(x)=-3x^2+5x+8$ $\qquad Q(x)=2x^4-3x^3+3x^2+12x-6$

Nota: *Al multiplicar un polinomio de grado 2 por uno de grado 4 debemos de saber inmediatamente que el polinomio producto va a tener grado* $2+4=6$

$$P(x)\cdot Q(x)=\left(-3x^2+5x+8\right)\cdot\left(2x^4-3x^3+3x^2+12x-6\right)$$

Escribimos el polinomio P entre paréntesis, un punto de multiplicar y el polinomio Q entre paréntesis. Al contrario que en las sumas y restas aquí SI ES RECOMENDABLE ESCRIBIR este paso.

$$\begin{array}{rccccccc} = & -6x^6 & +9x^5 & -9x^4 & -36x^3 & +18x^2 & & \\ & & +10x^5 & -15x^4 & +15x^3 & +60x^2 & -30x & \\ & & & +16x^4 & -24x^3 & +24x^2 & +96x & -48 \end{array}$$

$$=-6x^6+19x^5-8x^4-45x^3+102x^2+66x-48$$

Hay que multiplicar cada término del primer polinomio (son tres) por cada termino del segundo polinomio (son 5) luego el resultado debe tener $3\cdot5=15$ términos en total. Se recomienda usar como multiplicador el polinomio de menos términos y ordenar el resultado en filas y columnas, en este caso 3 filas de 5 términos cada una. Cuando ambos polinomios son cortos se puede hacer en una sola línea.

52 **Dados los polinomios P y Q se pide realizar el producto P·Q**

$P(x)=5x^3+x+8 \qquad Q(x)=3x^2+12x$

Nota: *Se trata de dos polinomios relativamente cortos (tres y dos términos respectivamente) por lo que podemos trabajar en una sola línea sin muchos problemas, ya que al multiplicar sólo nos van a salir* $3 \cdot 2 = 6$ *términos, antes de reducir y ordenar. Por cierto el grado del producto será* $3+2=5$.

$$P(x)\cdot Q(x)=\left(5x^3+x+8\right)\cdot\left(3x^2+12x\right)$$

$$=15x^5+60x^4+3x^3+12x^2+24x^2+96x$$

$$=15x^5+60x^4+3x^3+36x^2+96x$$

61 **Dados los polinomios P y Q se pide realizar la división P/Q**

$P(x)=5x^4+2x^2+8x-2 \qquad Q(x)=x^2-3x+4$

④	③	②	①	⓪
$\cancel{+5x^4}$		$+2x^2$	$+8x$	-2
$\cancel{-5x^4}$	$+15x^3$	$-20x^2$		
	$\cancel{+15x^3}$	$-18x^2$	$+8x$	-2
	$\cancel{-15x^3}$	$+45x^2$	$-60x$	
		$\cancel{+27x^2}$	$-52x$	-2
		$\cancel{-27x^2}$	$+81x$	-108
			$+29x$	-110

	$+x^2$	$-3x$	$+4$
Paso 1 B	$+5x^2$	$+15x$	$+27$
Paso 1 C	*Paso 1 A*	*Paso 2 A*	*Paso 3 A*
Paso 2 B			
Paso 2 C			
Paso 3 B			
Paso 3 C			

Paso 1 A
¿Por qué monomio hay que multiplicar el término de mayor grado del divisor para obtener el término de mayor grado del dividendo? $MonomioBuscado \cdot (x^2) = 5x^4$
El monomio buscado es $(+5x^2)$ *ya que* $(5x^2)(x^2) = 5x^4$

Paso 1 B
Multiplicamos $(+5x^2)$ *por cada término del divisor, el monomio obtenido es CAMBIADO de signo y escrito bajo el dividendo según columna de grado creado un nuevo la primera línea polinómica auxiliar.*

Paso 1 C
Sumamos dividendo y la línea polinómica auxiliar creando el primer resto parcial, como es de grado 3 lo tomamos como nuevo dividendo y reiteramos el proceso.

Paso 2 A
Toca a $(+15x)$ *ya que* $(+15x)\cdot(x^2) = +15x^3$

Paso 2 B
Multiplicamos $(+15x)$ *por cada término del divisor, el monomio obtenido es CAMBIADO de signo y escrito bajo el primer resto parcial como segunda línea polinómica auxiliar.*

Paso 2 C
Sumamos el primer resto parcial con la segunda línea polinómica auxiliar creando el segundo resto parcial. Como tiene grado 2 lo tomamos como nuevo dividendo y reiteramos el proceso.

Paso 3 A
Toca a $(+27)$ *ya que* $(+27)\cdot(x^2) = +27x^2$

Paso 2 B
Multiplicamos $(+27)$ *por cada término del divisor, el monomio obtenido es CAMBIADO de signo y escrito bajo el segundo resto parcial como tercera línea polinómica auxiliar.*

Paso 2 C
Sumamos el segundo resto parcial con la tercera línea polinómica auxiliar creando el tercer resto parcial. Como tiene grado 1 menor estrictamente que el grado del divisor hemos acabado.

Escribimos la respuesta:

$$\frac{P(x)}{Q(x)}=\frac{5x^4+2x^2+8x-2}{x^2-3x+4}=5x^2+15x+27 \;+\; \frac{29x-110}{x^2-3x+4}$$

$$\frac{\text{Dividendo}}{\text{Divisor}}=\text{Cociente}+\frac{\text{Resto}}{\text{Divisor}}$$

62 ***Dados los polinomios P y Q se pide realizar la división P/Q***

$P(x)=3x^5-2x^4-8x-2 \qquad Q(x)=-x^3-3x-2$

$$
\begin{array}{cccccc|ccc}
5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & & & \\
\cancel{+3x^5} & -2x^4 & & & -8x & -2 & -x^3 & -3x & -2 \\
\cancel{-3x^5} & & -9x^3 & -6x^2 & & & -3x^2 & +2x & +9 \\
\hline
 & \cancel{-2x^4} & -9x^3 & \cancel{-6x^2} & -8x & -2 & & & \\
 & \cancel{+2x^4} & & \cancel{+6x^2} & +4x & & & & \\
\cline{2-6}
 & & \cancel{-9x^3} & & -4x & -2 & & & \\
 & & \cancel{+9x^3} & & +27x & +18 & & & \\
\cline{3-6}
 & & & & +23x & +16 & & &
\end{array}
$$

Escribimos la respuesta:

$$\frac{P(x)}{Q(x)}=\frac{3x^5-2x^4-8x-2}{-x^3-3x-2}=-3x^2+2x+9 \quad + \quad \frac{23x+16}{-x^3-3x-2}$$

63 ***Dados los polinomios P y Q se pide realizar la división P/Q***

$P(x)=4x^3-4x^2-3x-2 \qquad Q(x)=x-3$

$$
\begin{array}{cccc|ccc}
3 & 2 & 1 & 0 & & & \\
\cancel{+4x^3} & -4x^2 & -3x & -2 & +x & -3 & \\
\cancel{-4x^3} & +12x^2 & & & +4x^2 & +8x & +21 \\
\hline
 & \cancel{+8x^2} & -3x & -2 & & & \\
 & \cancel{-8x^2} & +24x & & & & \\
\cline{2-4}
 & & \cancel{+21x} & -2 & & & \\
 & & \cancel{-21x} & +63 & & & \\
\cline{3-4}
 & & & +61 & & &
\end{array}
$$

Escribimos la respuesta:

$$\frac{P(x)}{Q(x)}=\frac{4x^3-4x^2-3x-2}{x-3}=4x^2+8x+21 \quad + \quad \frac{61}{x-3}$$

Nota: *Esta división se podría haber hecho de un modo más fácil y rápido aplicando el método de Ruffini.*