Nombre y Apellidos:

NÚMEROS REALES

Ejercicio 1º

Simplifica las siguientes expresiones reduciéndolas a una sola potencia, es decir, una sola base con un solo exponente, tanto la base como el exponente podrían resultar ser fracciones.

a) $\dfrac{27^2\cdot(-3)^2}{((-3)^3)^2}=$

b) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2}\cdot 2^{-3}=$

Ejercicio 2º

Simplifica las siguientes expresiones reduciéndolas a un solo radical, es decir, un solo símbolo radical con su índice y dentro su radicando el cual puede dejarse factorizado si el producto es muy grande. El radical también podría tener un coeficiente.

a) $\dfrac{\sqrt{75}\cdot\sqrt[3]{25}}{\sqrt{15}}$

b) $\sqrt{\dfrac{1}{27}\cdot\sqrt[3]{9}}$

Ejercicio 3º

Simplifica las siguientes fracciones.

a) $\dfrac{12^2\cdot 2^3\cdot 30^2}{3^3\cdot 8^2\cdot 5^4}=$

b) $\dfrac{15^{-2}\cdot(-9)^{-3}\cdot 10^2}{18^{-5}\cdot 3^2\cdot 7^{-1}}=$

Ejercicio 4º

Realiza las siguientes sumas-restas de radicales en la medida de lo posible.

a) $3\sqrt{32}-\dfrac{1}{3}\sqrt{72}+\sqrt{128}$

b) $2\sqrt[3]{54}-11\sqrt[3]{250}+6\sqrt[3]{16}$

Ejercicio 5º

Racionaliza las siguientes fracciones.

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=$

b) $\dfrac{10}{\sqrt[5]{27}}=$

c) $\dfrac{3}{\sqrt{2}-3\sqrt{3}}=$

d) $\dfrac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$

Ejercicio 6º

En una habitación se quieren colocar 3 mesas cuadradas de 2 m^2 cada una y 2 mesas, también cuadradas, de 8 m^2 cada una. Puestas una a continuación de otra, ¿qué longitud ocuparán todas las mesas?

Ejercicio 7º

Sabiendo que $log\ 2 = 0{,}3010$ y que $\log 3 = 0{,}4771$ averigua, sin usar calculadora, el $log\ 8$ y el $log 12$

Ejercicio 8º

Si se multiplica el número $\boldsymbol{N}$ por 36, su logaritmo en cierta base aumenta en dos unidades. ¿Cuál es la base?

Solución

Ejercicio 1º

Simplifica las siguientes expresiones reduciéndolas a una sola potencia, es decir, una sola base con un solo exponente, tanto la base como el exponente podrían resultar ser fracciones.

a) $\dfrac{27^2\cdot(-3)^2}{((-3)^3)^2}=$ ***b)*** $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\cdot 2^{-3}=$

Apartado A

$$\frac{27^2\cdot(-3)^2}{((-3)^3)^2}\underset{\substack{\uparrow\\ \textit{Factorizando}\\ \textit{Bases}}}{=}\frac{\left(3^3\right)^2\cdot(-3)^2}{((-3)^3)^2}\underset{\substack{\uparrow\\ \textit{Aplicando P2}}}{=}\frac{3^6\cdot(-3)^2}{(-3)^6}\underset{\substack{\uparrow\\ \textit{Aplicando P0}}}{=}\frac{3^6\cdot 3^2}{3^6}\underset{\substack{\uparrow\\ \textit{Aplicando P1}}}{=}\frac{3^8}{3^6}\underset{\substack{\uparrow\\ \textit{Aplicando P2}}}{=}3^2$$

Apartado B

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot 2^{-3}=2\cdot\frac{1}{2^2}\cdot\frac{1}{2^3}=\frac{1}{2^4}=\left(\frac{1}{2}\right)^4$$

Ejercicio 2º

Simplifica las siguientes expresiones reduciéndolas a un solo radical, es decir, un solo símbolo radical con su índice y dentro su radicando el cual puede dejarse factorizado si el producto es muy grande. El radical también podría tener un coeficiente.

a) $\dfrac{\sqrt{75}\cdot\sqrt[3]{25}}{\sqrt{15}}$ ***b)*** $\sqrt{\dfrac{1}{27}}\cdot\sqrt[3]{9}$

Apartado A

$$\frac{\sqrt{75}\cdot\sqrt[3]{25}}{\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{3\cdot5^2}\cdot\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt{3\cdot5}}=\frac{5\cdot\cancel{\sqrt{3}}\cdot\sqrt[3]{5^2}}{\cancel{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{5}}=\frac{5\cdot\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt{5}}=\frac{5\cdot5^{\frac{2}{3}}}{5^{\frac{1}{2}}}=5^{1+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}=5^{\frac{6}{6}+\frac{4}{6}-\frac{3}{6}}=5^{\frac{7}{6}}\underset{\substack{\uparrow\\ \text{Opcionalmente}}}{=}\sqrt[6]{5^7}=5\sqrt[6]{5}$$

Apartado B

$$\sqrt{\frac{1}{27}}\cdot\sqrt[3]{9}\underset{\substack{\uparrow\\ \text{No tienen el mismo}\\ \text{índice, pasamos a forma}\\ \text{de potencia}}}{=}\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot 9^{\frac{1}{3}}=\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{3}{6}}\cdot 9^{\frac{2}{6}}=\sqrt[6]{\left(\frac{1}{27}\right)^3}\cdot\sqrt[6]{9^2}\underset{\substack{\uparrow\\ \text{Ya se pueden}\\ \text{multiplicar porque}\\ \text{tienen igual índice}}}{=}\sqrt[6]{\left(\frac{1}{27}\right)^3\cdot 9^2}=\sqrt[6]{\frac{1^3}{27^3}\cdot 9^2}=$$

$$=\sqrt[6]{\frac{1}{\left(3^3\right)^3}\cdot\left(3^2\right)^2}=\sqrt[6]{\frac{1}{3^9}\cdot 3^4}=\sqrt[6]{\frac{3^4}{3^9}}=\sqrt[6]{\frac{1}{3^5}}\underset{\substack{\uparrow\\ \text{Opcionalmente}}}{=}\sqrt[6]{\frac{1}{243}}$$

Ejercicio 3º

Simplifica las siguientes fracciones.

a) $\dfrac{12^2\cdot 2^3\cdot 30^2}{3^3\cdot 8^2\cdot 5^4}=$ ***b)*** $\dfrac{15^{-2}\cdot(-9)^{-3}\cdot 10^2}{18^{-5}\cdot 3^2\cdot 7^{-1}}=$

Apartado A

$$\frac{12^2\cdot2^3\cdot30^2}{3^3\cdot8^2\cdot5^4}=\frac{\left(2^2\cdot3\right)^2\cdot2^3\cdot\left(2\cdot3\cdot5\right)^2}{3^3\cdot\left(2^3\right)^2\cdot5^4}=\frac{\left(2^2\right)^2\cdot3^2\cdot2^3\cdot2^2\cdot3^2\cdot5^2}{3^3\cdot2^6\cdot5^4}=\frac{2^4\cdot3^2\cdot2^3\cdot2^2\cdot3^2\cdot5^2}{3^3\cdot2^6\cdot5^4}=\frac{2^9\cdot3^4\cdot5^2}{2^6\cdot3^3\cdot5^4}=$$

$$=\frac{2^3\cdot3}{5^2}\underset{\substack{\uparrow\\ \textit{Ya es irreducible pues}\\ \textit{entre NUM y DEN no}\\ \textit{hay factores primos en}\\ \textit{común para simplificar}\\ \\ \textit{El siguiente paso es opcional}}}{=}\frac{8\cdot3}{25}=\frac{24}{25}$$

Apartado B

$$\frac{15^{-2}\cdot(-9)^{-3}\cdot 10^2}{18^{-5}\cdot 3^2\cdot 7^{-1}} \underset{\substack{\uparrow\\ \text{Eliminamos los exponentes}\\ \text{negativos con el truco de}\\ \text{"Soy una potencia escrita}\\ \text{donde no debo"}}}{=} \frac{10^2\cdot 18^5\cdot 7^1}{15^2\cdot(-9)^3\cdot 3^2} \underset{\substack{\uparrow\\ \text{Aplicamos P0}\\ \text{para la base negativa y}\\ \text{el signo se saca delante}\\ \text{El 7 lo escribimos sin exponente}}}{=} -\frac{10^2\cdot 18^5\cdot 7}{15^2\cdot 9^3\cdot 3^2} \underset{\substack{\uparrow\\ \text{Factorizamos}\\ \text{bases}}}{=} -\frac{10^2\cdot 18^5\cdot 7}{15^2\cdot 9^3\cdot 3^2}=$$

$$=-\frac{(2\cdot5)^2\cdot(2\cdot3^2)^5\cdot7}{(3\cdot5)^2\cdot(3^2)^3\cdot3^2} \underset{\substack{\uparrow\\ \text{Quitamos paréntesis}\\ \text{aplicando P3 y P5}}}{=} -\frac{2^2\cdot5^2\cdot2^5\cdot(3^2)^5\cdot7}{3^2\cdot5^2\cdot3^6\cdot3^2} = -\frac{2^2\cdot5^2\cdot2^5\cdot3^{10}\cdot7}{3^2\cdot5^2\cdot3^6\cdot3^2} = -\frac{2^7\cdot3^{10}\cdot5^2\cdot7}{3^{10}\cdot5^2}=$$

$$=-2^7\cdot7 \underset{\substack{\uparrow\\ \text{Opcionalmente}}}{=} -896$$

Ejercicio 4º

Realiza las siguientes sumas-restas de radicales en la medida de lo posible.

a) $3\sqrt{32}-\frac{1}{3}\sqrt{72}+\sqrt{128}$

b) $2\sqrt[3]{54}-11\sqrt[3]{250}+6\sqrt[3]{16}$

Apartado A

$$3\sqrt{32}-\frac{1}{3}\sqrt{72}+\sqrt{128}=$$

$$=3\sqrt{2^5}-\frac{1}{3}\sqrt{2^3\cdot3^2}+\sqrt{2^7}$$

$$=3\cdot2^2\cdot\sqrt{2}-\frac{1}{3}\cdot2\cdot3\cdot\sqrt{2}+2^3\cdot\sqrt{2}$$

$$=12\sqrt{2}-2\sqrt{2}+8\sqrt{2}$$

$$=18\sqrt{2}$$

Apartado B

$$2\sqrt[3]{54}-11\sqrt[3]{250}+6\sqrt[3]{16}=$$

$$=2\sqrt[3]{2\cdot3^3}-11\sqrt[3]{2\cdot5^3}+6\sqrt[3]{2^4}$$

$$=2\cdot3\cdot\sqrt[3]{2}-11\cdot5\cdot\sqrt[3]{2}+6\cdot2\cdot\sqrt[3]{2}$$

$$=6\sqrt[3]{2}-55\sqrt[3]{2}+12\sqrt[3]{2}$$

$$=-37\sqrt[3]{2}$$

Ejercicio 5º

Racionaliza las siguientes fracciones.

a) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=$

b) $\frac{10}{\sqrt[5]{27}}=$

c) $\frac{3}{\sqrt{2}-3\sqrt{3}}=$

d) $\frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$

Apartado A

$$\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}\cdot\underbrace{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}_{\text{Vale UNO}}=\frac{\sqrt{3\cdot5}}{2\cdot\sqrt{5^2}}=\frac{\sqrt{15}}{2\cdot5}=\frac{\sqrt{15}}{10}$$

Apartado B

$$\frac{10}{\sqrt[5]{27}}=\frac{10}{\sqrt[5]{3^3}}=\frac{10}{\sqrt[5]{3^3}}\cdot\underbrace{\frac{\sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^2}}}_{\text{Vale UNO}}=\frac{10\sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^5}}=\frac{10\sqrt[5]{9}}{3}$$

Apartado C

$$\frac{3}{\sqrt{2}-3\sqrt{3}}=\frac{3}{\sqrt{2}-3\sqrt{3}}\cdot\underbrace{\frac{\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+3\sqrt{3}}}_{\text{Vale UNO}}=\frac{3\cdot\left(\sqrt{2}+3\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(3\sqrt{3}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}+9\sqrt{3}}{2-9\cdot3}=\frac{3\sqrt{2}+9\sqrt{3}}{2-27}=\frac{3\sqrt{2}+9\sqrt{3}}{-25}=-\frac{3\sqrt{2}+9\sqrt{3}}{25}$$

Apartado D

$$\frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}=\frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}\cdot\underbrace{\frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}}_{Vale\ UNO}=\frac{\left(3+\sqrt{2}\right)^2}{3^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{9+2\cdot 3\cdot\sqrt{2}+2}{9-2}=\frac{11+6\sqrt{2}}{7}$$

Ejercicio 6º

En una habitación se quieren colocar 3 mesas cuadradas de 2 m^2 cada una y 2 mesas, también cuadradas, de 8 m^2 cada una. Puestas una a continuación de otra, ¿qué longitud ocuparán todas las mesas?

El lado de la mesa de 2 m^2 es al ser cuadrada de $\sqrt{2}$ m

El lado de la mesa de 8 m^2 es al ser cuadrada de $\sqrt{8}$ m

Entonces la longitud de las 5 mesas será:

$$3\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{8}=3\sqrt{2}+2\sqrt{2^3}=3\sqrt{2}+2\cdot 2\cdot\sqrt{2}=3\sqrt{2}+4\sqrt{2}=7\sqrt{2}$$

Respuesta:

La longitud de las 5 mesas será de $7\sqrt{2}$ *metros*

Ejercicio 7º

Sabiendo que $log\ 2 = 0{,}3010$ y que $\log 3 = 0{,}4771$ averigua, sin usar calculadora, el $log\ 8$ y el $log 12$

Apartado A

$$\log 8=\log 2^3=3\cdot\log 2=3\cdot 0{,}3010=0{,}9030$$

Apartado B

$$\log 12=\log\left(2^2\cdot 3\right)=\log 2^2+\log 3=2\cdot\log 2+\log 3=2\cdot 0{,}3010+0{,}4771=0{,}6020+0{,}4771=1{,}0791$$

Ejercicio 8º

Si se multiplica el número ***N*** por 36, su logaritmo en cierta base aumenta en dos unidades. ¿Cuál es la base?

Llamemos x a la base desconocida de esos logaritmos:

$$\log_x\left(36N\right)=\log_x\left(N\right)+2$$

Aplicando propiedades de los logaritmos:

$$\log_x\left(36\right)+\log_x\left(N\right)=\log_x\left(N\right)+2$$

Como el logaritmo en base x del número N está en ambos lados de la igualdad nos queda que:

$$\log_x\left(36\right)=2$$

A la pregunta: ¿A qué tengo que elevar la base x para que me dé el argumento 36?, nos responderíamos 2

Dicho de otro modo la base x elevada a 2 nos da 36 luego evidentemente la base es 6