G E O M E T R Í A

1. Definición de ángulo. *(1 punto)*.

2. Definición de radián. *(1 punto)*.

3. Pasa al Sistema Internacional el valor 128º 34' 17.1'' *(1 punto)*.

4. Sin utilizar la calculadora, deduce el valor exacto de $sec\ 2670º$ *(2 puntos)*.

5. Expresa el vector $\vec{a} = (1, 2)$ como combinación lineal del $\vec{b} = (-3, 4)$ y del $\vec{c} = (5, -1)$. *(2 puntos)*.

6. Dados los puntos $A(1, 2)$ y $B(-3, 4)$. Halla, razonadamente:

   a) La distancia que les separa. *(2 puntos)*.

   b) El ángulo que forma, la recta que pasa por A y B, con el semieje positivo de abscisas. *(1 punto)*

1. Ángulo es la parte del plano comprendida entre dos semirrectas (lados del ángulo) con un origen común (vértice del ángulo).

2. Radian es el ángulo central que abarca un arco de circunferencia (trazada con centro en el vértice) de igual longitud que el radio.

3. 180º corresponde, en el sistema internacional, a un ángulo de π radianes, por lo tanto cada grado vale $\dfrac{\pi}{180}$ radianes $\Rightarrow$ 128º 34' 17.1'' = 128º 34' 17.1'' $\cdot \dfrac{\pi}{180} \cong 2'244$ rad.

   $$\boxed{128º\ 34'\ 17.1'' = 2'244 \text{ rad.}}$$

4. ¿*sec* 2670º?

   Como 2670º = 7 · 360º + 150º, un giro 2670º termina en el mismo sitio que el de 150º después de haber dado 7 vueltas completas. Por eso las razones de 2670º son iguales que las de 150º

   150º = 180º − 30º $\Rightarrow$ los puntos del sistema goniométrico asociados a 150º y a 30º, tienen opuestas las abscisas y en consecuencia también son opuestos los valores de los cosenos y el de sus razones inversas, las secantes:

   $$\text{Sec } 2670º = \sec 150º = -\sec 30º = -\frac{1}{\cos 30º} = \frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$$

   $$\boxed{\sec 2670º = \frac{-2\sqrt{3}}{3}}$$

5. $\vec{a}=(1,2)$; $\vec{b}=(-3,4)$ y $\vec{c}=(5,-1)$.

Se trata de encontrar dos números reales, x e y paral que se cumpla que $\vec{a}=x\vec{b}+y\vec{c}$

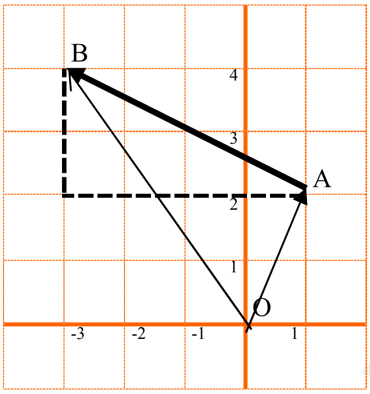
$$\vec{a}=x\vec{b}+y\vec{c} \;\Rightarrow\; (1,2)=x(-3,4)+y(5,-1) \;\Rightarrow$$

$$(1,2)=(-3x,4x)+(5y,-y) \;\Rightarrow\; (1,2)=(-3x+5y,4x-y) \;\Rightarrow \begin{cases}-3x+5y=1 & (E1)\\ 4x-y=2 & (E2)\end{cases}$$

$$\begin{cases}(E1+5E2) & 17x=11 \;\Rightarrow x=\dfrac{11}{17}\\[2ex] (4E1+3E2) & 17y=10 \;\Rightarrow y=\dfrac{10}{17}\end{cases}$$

Respuesta: $\boxed{\vec{a}=\dfrac{11}{17}\vec{b}+\dfrac{10}{17}\vec{c}}$

6. $A(1,2)$ y $B(-3,4)$



$a)$ $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB} \;\Rightarrow\; \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(-3,4)-(1,2)=(-4,2)$

La distancia entre dos puntos coincide con el módulo del vector que los une:

$$d(A,B)=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(-4)^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

La distancia entre A y B es: $\boxed{d(A,B)=2\sqrt{5}\text{ u.l.}}$

$b)$ La pendiente de la recta definida por A y B es la misma que la del vector $\overrightarrow{AB}$ y es, además la tangente del ángulo que forman con el semieje positivo de abscisas:

$$tg\,\alpha=m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2} \quad\Rightarrow \alpha=arctg\left(-\frac{1}{2}\right)=\begin{cases}-26'565^{\circ}\\ -26'565^{\circ}+180^{\circ}=153'435^{\circ}\end{cases}$$

El ángulo que forma la recta con el semieje positivo de abscisas es:

$$\boxed{\alpha=153'435^{\circ}}$$