

**Instrucciones**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A****Ejercicio 1A.-**

[2'5 puntos]. El número de bacterias en un cultivo experimental en un instante  $t$  es

$$N(t) = 1000(25 + t \cdot e^{-t/20}), \text{ para } 0 \leq t \leq 100.$$

¿Cuanto valen el máximo y el mínimo número de bacterias y en qué instantes se alcanzan, respectivamente dichos valores, extremos?

**Ejercicio 2A.**

Un objeto se mueve a lo largo de una línea recta debido a la acción de una fuerza  $F$  que depende continuamente de la posición  $x$  del objeto en dicha línea recta. Se sabe que el trabajo realizado por la fuerza para mover el objeto desde  $x = a$  hasta  $x = b$  viene dado por  $W = \int_a^b F(x) dx$ .

(a) [1'5 puntos] Si la fuerza es  $F(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$ , calcula el trabajo para ir desde  $x = 3$  hasta  $x = 5$ .

(b) [1 punto]. Determina razonadamente si la fuerza  $G(x) = \frac{2}{(x^2+1)^2}$  realiza más o menos trabajo que la fuerza  $F$  anterior para el mismo desplazamiento.

**Ejercicio 3A.**

Considera el sistema de ecuaciones 
$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha & -1 \\ 2 & -1 & \alpha \\ 1 & 10 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) [1 punto] ¿Para qué valores de  $\alpha$  no tiene inversa la matriz de coeficientes del sistema anterior?

(b) [1'5 puntos] Discute sus soluciones según los valores de  $\alpha$  e interpreta geoméricamente el resultado.

**Ejercicio 4A.**

[2'5 puntos] Determina el punto simétrico del  $(0, 0, 0)$  respecto del plano de ecuación  $x + 2y + 3z = 1$  y calcula el cuadrado de la distancia entre dichos puntos (el  $(0,0,0)$  y su simétrico).

**Instrucciones**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A****Ejercicio 1B.**

Considera la curva de ecuación  $y = x\sqrt{x}$  ( $x \geq 0$ )

(a) [1'5 puntos]. ¿Cuál es el punto de la curva más cercano al punto  $P = (1/2, 0)$

(b) [1 punto] Deduce de forma razonada si existe o no un punto en la curva que sea el que está más lejos de P.

**Ejercicio 2B.**

[2'5 puntos]. De todas las primitivas de la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = 1 + x|x|$  determina aquella cuya gráfica pasa por el punto  $(1, 0)$ .

**Ejercicio 3B.**

[2'5 puntos]. Discute, según los valores de  $a$ , la posición relativa de la recta  $r$  de ecuaciones

$$r \equiv \begin{cases} 2x+2y+(a+1)z = 3 \\ -x+y+z = 1 \end{cases}, \text{ respecto del plano } ax + 2y + 3z = 3.$$

**Ejercicio 4B.**

Dado  $x \in \mathbb{R}$ , considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} \cos(x) & \sin(x) \\ -\sin(x) & \cos(x) \end{pmatrix}$

(a) [1 punto]. Calcula  $A \cdot A^t$ , donde  $A^t$  denota la matriz traspuesta de  $A$

(b) [1'5 puntos]. Prueba que  $A$  tiene inversa y hállala