

Examen de Probabilidad

Problema 1 Quieres hacer una inversión en la bolsa con una cantidad de 6000 euros. El banco te ofrece dos tipos de acciones, A y B , de las acciones tipo A compras 2000 euros y de las B el resto del dinero que te queda. La probabilidad de que una acción del tipo A de beneficios es de 0,6, mientras que la de B es de 0,8. Se pide:

1. Probabilidad de no tener beneficios.
2. En caso de no tener beneficios, la probabilidad de que sea en las acciones de B .

Solución:

$$1. P(\overline{Be}) = P(\overline{Be}|A)P(A) + \overline{Be}P(\overline{Be}|B)P(B) = \frac{1}{3} \cdot 0,4 + \frac{2}{3} \cdot 0,2 = 0,26$$

2.

$$P(B|\overline{Be}) = \frac{P(\overline{Be}|B)P(B)}{P(\overline{Be})} = \frac{2/3 \cdot 0,2}{0,26} = 0,5128$$

Problema 2 La jugadora de tenis Venus Williams hace un punto de saque directo de cada siete. En una competición te vas a enfrentar a ella y quieres valorar tus posibilidades ante este hecho. Sobre 100 saques que tendrá esta jugadora se pide:

1. Probabilidad de que no haga ningún punto de saque directo.
2. Probabilidad de haga menos de tres.
3. Probabilidad de haga más de tres.
4. Número de puntos de saque directo que prevees, y en qué cantidad de ellos te puedes equivocar.

Solución:

$$p = 0,143, \quad q = 1 - p = 0,857, \quad n = 100$$

1.

$$P(X = 0) = \binom{100}{0} 0,143^0 \cdot 0,857^{100} = 2,12 \cdot 10^{-7}$$

2.

$$P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \binom{100}{0} 0,143^0 \cdot 0,857^{100} + \binom{100}{1} 0,143^1 \cdot 0,857^{99} + \binom{100}{2} 0,143^2 \cdot 0,857^{98} = 3,134 \cdot 10^{-5}$$

3.

$$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - (P(X < 3) + P(X = 3)) = \\ 1 - (0,6769268050 + \binom{100}{3} 0,143^3 \cdot 0,857^{97}) = 0,999$$

4.

$$\mu = np = 100 \cdot \frac{1}{7} = 14,28 \quad \text{Var}(X) = npq = 100 \cdot 0,143 \cdot 0,857 = 12,245 \implies$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{12,45} = 3,49$$

Problema 3 En una población, el 40% son hombres y el 60% mujeres. En esa población el 80% de los hombres y el 20% de las mujeres son aficionados al fútbol.

1. Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar sea aficionada al fútbol.
2. Elegida al azar una person resulta ser aficionada al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?.

Solución:

LLamamos $H = \{\text{hombre}\}$, $M = \{\text{mujer}\}$, $A = \{\text{aficionado}\}$, $\bar{A} = \{\text{no aficionado}\}$.

1.

$$P(A) = P(A|H)P(H) + P(A|M)P(M) = 0,80 \cdot 0,40 + 0,20 \cdot 0,60 = 0,44$$

2.

$$P(M|A) = \frac{P(A|M)P(M)}{P(A)} = \frac{0,20 \cdot 0,60}{0,44} = 0,273$$

Problema 4 Se quiere estimar si existe relación entre la altura de ciertos árboles y la altitud a la que se encuentran. Tenemos la siguiente tabla:

altura	2,10	1,70	1,20	1,00	0,85
altitud	2000	2150	2300	2450	2600

Consideramos X la variable altura e Y la variable altitud, ambas medidas en m .

Calcular la reta de regresión de Y sobre X , y precisar que si uno de estos tipos de árbol mide $0,65m$ a que altitud presumiblemente se encuentra.

Solución:

$$Y = -445,26X + 2910 \implies Y = -445,26 \cdot 0,65 + 2910 = 2620,59$$