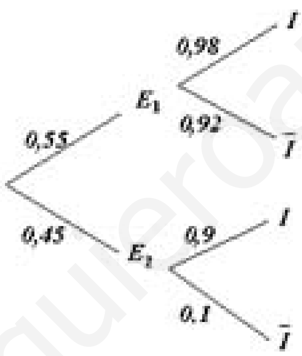
Examen de Probabilidad

Problema 1 Dos expertos, E_1 y E_2, realizan peritaciones para una cierta compañía de seguros. La probabilidad de que una peritación haya sido realizada por E_1 es $0,55$ y por E_2 es $0,45$. Si una peritación ha sido realizada por E_1, la probabilidad de que de lugar a indemnización es 0,98 y si ha sido realizada por E_2, la probabilidad de que de lugar al pago de una indemnización es 0,90. Un siniestro ha supuesto a la compañía el pago de una indemnización. Hallar la probabilidad de que la peritación haya sido realizada por E_2.

Solución:



$$P(I) = P(I|E_1)P(E_1) + P(I|E_2)P(E_2) = 0,55 \cdot 0,98 + 0,45 \cdot 0,90 = 0,944$$

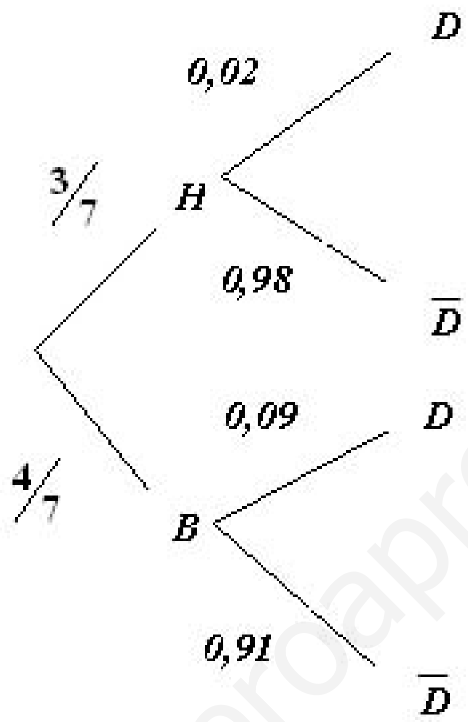
$$P(E_2|I) = \frac{P(I|E_2)P(E_2)}{P(I)} = \frac{0,9 \cdot 0,45}{0,944} = 0,429$$

Problema 2 En una empresa se producen dos tipos de bombillas: halógenas y de bajo consumo, en una proporción de 3 a 4, respectivamente. La probabilidad de que una bombilla halógena sea defectuosa es 0,02 y de que una de bajo consumo sea defectuosa es 0,09. Se escoge al azar una bombilla y resulta no defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que sea halógena?.

Solución:

$$P(\overline{D}) = P(\overline{D}|H)P(H) + P(\overline{D}|B)P(B) = \frac{3}{7} \cdot 0,98 + \frac{4}{7} \cdot 0,91 = 0,94$$

www.yoquieroaprobar.es



$$P(H|\overline{D}) = \frac{P(\overline{D}|H)P(H)}{P(\overline{D})} = \frac{0,98 \cdot \frac{3}{7}}{0,94} = 0,4468$$

Problema 3 Una cierta instalación de seguridad tiene instalados dos indicadores. Ante una emergencia los indicadores se activan de forma independiente. La probabilidad de que se active el primer indicador es $0,95$ y de que se active el segundo es $0,90$.

1. Hallar la probabilidad de que ante una emergencia se active sólo uno de los indicadores.

2. Hallar la probabilidad de que ante una emergencia se active al menos uno de los indicadores.

Solución:
LLamamos $A = \{\text{se enciende el indicador } 1^o\}$, $P(A) = 0,95$, $P(\overline{A}) = 0,05$
LLamamos $B = \{\text{se enciende el indicador } 2^o\}$, $P(B) = 0,90$, $P(\overline{B}) = 0,10$

1. $P(\text{se enciende uno sólo}) = P(A \cap \overline{B}) + P(B \cap \overline{A}) = 0,95 \cdot 0,10 + 0,05 \cdot 0,90 = 0,14$

2. $P(\text{al menos uno}) = 1 - P(\text{ninguno}) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - 0,05 \cdot 0,10 = 0,995$

Problema 4 En una población, el 40% son hombres y el 60% mujeres. En esa población el 80% de los hombres y el 20% de las mujeres son aficionados al futbol.

1. Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar sea aficionada al futbol.

2. Elegida al azar una person resulta ser aficionada al futbol, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?.

Solución:
LLamamos $H = \{\text{hombre}\}$, $M = \{\text{mujer}\}$, $A = \{\text{aficionado}\}$, $\overline{A} = \{\text{no aficionado}\}$.

1.
$$P(A) = P(A|H)P(H)+P(A|M)P(M) = 0,80{\cdot}0,40+0,20{\cdot}0,60 = 0,44$$

2.
$$P(M|A) = \frac{P(A|M)P(M)}{P(A)} = \frac{0,20 \cdot 0,60}{0,44} = 0,273$$

Problema 5 Se quiere estimar si existe relación entre la altura de ciertos árboles y la altitud a la que se encuentran. Tenemos la siguiente tabla:

altura	2,00	1,50	1,25	1,00	0,75
altitud	2000	2150	2300	2450	2600

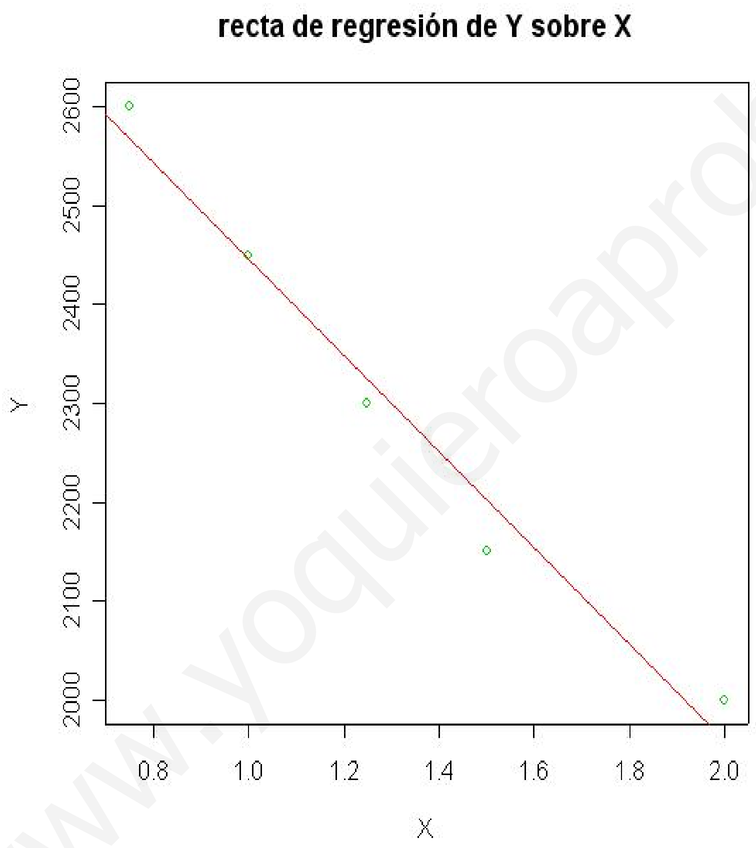
Consideramos X la variable altura e Y la variable altitud, ambas medidas en m.

Calcular la reta de regresión de Y sobre X, y precisar que si uno de estos tipos de árbol mide $0,65m$ a que altitud presumiblemente se encuentra.

Solución:

$$Y = -486,5X + 2934 \Longrightarrow Y = -486,5 \cdot 0,65 + 2934 = 2617,775$$

www.yoquieroaprobar.es



www.yoquieroaprobar.es